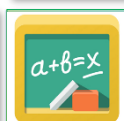
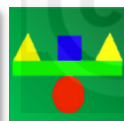
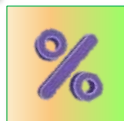
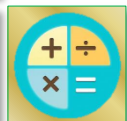
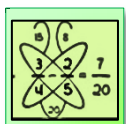


基本學習內容：5-nc-20-1



能理解長方體及正方體體積的計算公式

【教師用】



學校：

姓名：



分年細目：

5-n-20 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)

基本學習內容：

5-nc-20-1 能理解長方體及正方體體積的計算公式。

5-nc-20-2 能理解長方體及正方體表面積的計算方法。

5-nc-20-3 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。

5-nc-20-4 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

基本學習表現：

5-ncp-20-1 能理解長方體體積的計算公式。

5-ncp-20-2 能理解正方體體積的計算公式。

5-ncp-20-3 能理解長方體表面積的計算方法。

5-ncp-20-4 能理解正方體表面積的計算方法。

5-ncp-20-5 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。

5-ncp-20-6 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

概要說明：

■ 本基本學習內容為 5-n-19 及 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識體積單位「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並作相關計算；也應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。

■ 本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。

■ 本基本學習內容引入正方體和長方體的體積公式，並沒有引入正方體和長方體的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。

■ 不宜透過在長方體盒子內堆疊白色積木的方式引入長方體體積公式，因為長方體盒子內能裝滿 60 個白色積木，指的是長方體盒子的容積是 60 毫公升，而不是長方體的體積是 60 立方公分。

■ 不宜透過堆疊白紙引入長方體體積公式，例如拿出一張已知長邊和寬邊的長方形白紙，告訴學生可以利用「長 \times 寬」算出這張白紙的面積，再說明當很多張相同的白紙堆疊在一起時，就會疊成一個長方體，這個長方體體積的大小和高有關，可以得到長方體的體積公式是「長 \times 寬 \times 高」。國小階段體積教學的重點是點數立體形體是由多少個單位體積合起來的，上面這種教學方式是本末倒置的教學，其目的只是幫助學生記憶長方體的體積公式。

平面是沒有厚度的，如果很多張白紙堆疊在一起會變成一個長方體，已經預告一張白紙也是有厚度的，也就是說，每一張白紙都是長方體。


■ 本基本學習內容只處理簡單的複合形體。

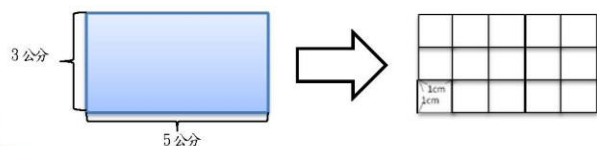
簡單的複合形體：由正方體及長方體組成，相接而且不相內嵌的形體。

◎長方體和正方體體積的計算公式

複習活動(一)

長5公分、寬3公分的長方形面積是多少平方公分？

我拿1平方公分的方格  鋪排在長方形上，
一列可以排5個，可以排3列， $5 \times 3 = 15$ ，共有15個1平方公分。
答：長方形面積是15平方公分



我學過長方形的面積公式：
長方形面積 = 長 \times 寬 = $5 \times 3 = 15$ (平方公分)
答：長方形面積是15平方公分

兩位小朋友的解題方法都很好。
拿1平方公分的方格鋪排在長方形上，會發現一列是5個1平方公分，共有3列，所以我們也將「長邊的公分數 \times 寬邊的公分數」簡記成「長 \times 寬」，得到「長方形面積 = 長 \times 寬」。



教材內容說明：

1. 本教材第1、2頁是複習活動。第1頁複習長方形面積公式，第2頁複習1立方公分為可以被計數的單位。
2. 本頁給定長方形長邊和寬邊，要求學生算出其面積，檢查學生是否理解長方形面積公式，為後面引入體積公式做鋪路。

- 教師應同時檢查學生是否理解正方形的面積公式。
- 如果學生無法掌握面積公式解題的意義，教師可以參考「基本學習內容 4-nc-18-2 能理解長方形和正方形的面積公式」教材內容或提供教材讓學生練習。

3. 本教材提供兩種求長方形面積的解題策略：

第一種：拿出1平方公分的方格鋪滿長方形，再透過點數一列有5個1平方公分，有3列的方式，利用乘法算式 $5 \times 3 = 15$ ，算出長方形的面積和15個1平方公分一樣大，也就是15平方公分。

第二種：直接利用長方形面積公式「長方形面積 = 長 \times 寬」來解題。

- 學生常混淆長方形面積公式和周長公式解題的意義，教師應檢查學生是否掌握面積公式「長 \times 寬」中「長」和「長邊公分數」，以及「寬」和寬邊公分數間的關係。
- 教師應強調長方形周長指的是和幾個1公分線段接起來一樣長，長方形面積指的是和幾個1平方公分方格合起來一樣大。

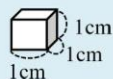
複習活動(二)


小朋友，面積是這樣計算的，那體積呢？

還記得1立方公分的白色積木嗎？

我們來練習看看：

邊長1公分的正方體白色積木，
它的體積是1立方公分，
也可以記成 1cm^3 。

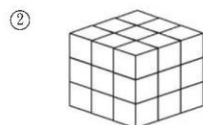


(1) 一個  是1立方公分，算算看，下面立體形體的體積各是多少立方公分？



(9)立方公分

這個立體形體一層有3個1立方公分的小積木，
 $3 \times 3 = 9$ ，3層有9個白色積木，立體形體的體積
是9立方公分。



(27)立方公分

這個立體形體有3層， $3 \times 3 = 9$ ，最上面一層有9
個 1cm^3 ， $9 \times 3 = 27$ ，3層有27個 1cm^3 ，立體形
體有 27cm^3 。



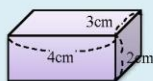
教材內容說明：

1. 本教材第1、2頁是複習活動。第1頁複習長方形面積公式，第2頁複習1立方公分為可以被計數的單位。
2. 本頁教材檢查學生是否認識1立方公分，以及掌握1立方公分為可以被計數的單位。
 - 學生在四年級已能認識體積及體積單位「立方公分」，知道邊長1公分正方體的體積是1立方公分。
 - 當學生理解「1立方公分」和「蘋果、花片等」相同，都是可以被計數的單位時，就能幫助學生進行立方公分體積單位的加、減和整數倍計算。
3. 本頁例題(1)要求學生算出給定的立體形體是由多少個1立方公分的積木堆疊成的，教師應要求學生用一排有幾個，有幾排的方式，利用乘法算式 $3 \times 3 = 9$ 算出有9個積木，得到體積是9立方公分的答案。
4. 本頁例題(2)要求學生算出給定的立體形體是由多少個1立方公分的積木堆疊成的，教師應要求學生用一排有幾個，有幾排，有幾層的方式，先利用乘法算式 $3 \times 3 = 9$ 算出一層有9個積木，再利用乘法算式 $9 \times 3 = 27$ 算出三層有27個積木，得到體積是27立方公分的答案。
 - 教師宜要求學生改用併式「 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 」記錄解題活動，並鼓勵學生直接利用乘法算式「 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 」算出答案。
 - 如果學生無法掌握例題(2)中視圖的意義，只算出能夠看到的積木個數，教師應主動提供1立方公分的白色積木，讓學生堆疊出題目所示的立體形體後再解題。

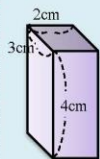
命名活動

我們要如何稱呼長方體的邊呢？

右圖是一個長方體，上面的面和下面的面都是長方形，我們稱該長方形的長邊(4cm)為長方體的「長」，稱該長方形的寬邊(3cm)為長方體的「寬」，長度是 2cm 的邊和高度有關，稱長 2cm 的邊為長方體的「高」。



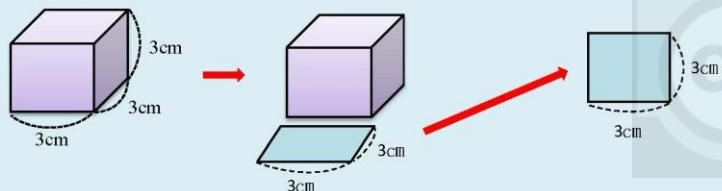
左圖是一個長方體，上面的面和下面的面都是長方形，我們稱該長方形的長邊(3cm)為長方體的「長」，稱該長方形的寬邊(2cm)為長方體的「寬」，長度是 4cm 的邊和高度有關，稱長 4cm 的邊為長方體的「高」。



我們要如何稱呼這些正方體的邊呢？

正方體有 6 個面，這 6 個面都是邊長 3 公分的正方形。

我們稱這些正方形的邊(3cm)為正方體的邊。正方體有 12 條邊，這 12 條邊的長度都是 3 公分。



教材內容說明：

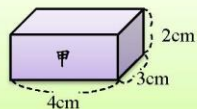
1. 本教材第 3 頁是命名活動，溝通長方體中「長、寬、高」，以及正方體中「邊」名詞的意義。
2. 長方體中「長、寬、高」名詞和擺放的位置有關，當長方體擺定後，上方和下方的面是全等的長方形，本教材稱長方形的長為長方體的長，稱長方形的寬為長方體的寬，長度 2 公分和高度有關，稱長 2 公分的邊為長方體的高。

- 本教材先給定一個長方體，命名該長方體的「長、寬、高」，再改變長方體擺放的位置，檢查學生是否掌握長方體「長、寬、高」名詞的意義。
- 長方體有 4 條長邊、4 條寬邊及 4 條高，教師宜要求學生分別指出 4 條長邊、4 條寬邊及 4 條高，並認識 4 條長邊一樣長、4 條寬邊一樣長，4 條高也一樣長。

3. 正方體有六個面，這六個面是全等的正方形，本教材稱正方形的邊為正方體的邊。

- 正方體有 12 條邊，教師宜要求學生指出這 12 條邊，並認識這 12 條邊一樣長。

(1) 右圖中的長方體甲的體積是多少立方公分？

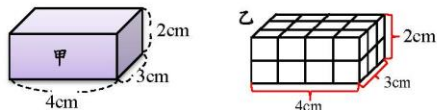


我們無法像面積一樣將1立方公分的白色積木排在長方體甲裡，所以我們用白色積木堆疊出和長方體甲大小相同的另一個長方體乙。



步驟一：

以「一列鋪排4個，排3列」的方式，一共鋪排2層。



檢查看看，排出的長方體乙和長方體甲是否一模一樣。

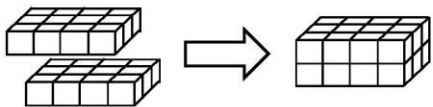
步驟二：

先算一層有幾個白色積木：

一列有4個白色積木，有3列， $4 \times 3 = 12$ ，一層有12個白色積木。

再算全部有幾個白色積木：

有2層， $12 \times 2 = 24$ ，全部有24個白色積木，體積是24立方公分。



也可以用一個算式 $(4 \times 3) \times 2 = 24$ 把作法記下來。

步驟三：

因為堆疊出的長方體乙和長方體甲一模一樣，所以長方體甲的體積和長方體乙的體積一樣，都是24立方公分。

答：長方體甲體積是24立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第4~6頁教學重點是引入長方體的體積公式，並利用長方體的體積公式計算長方體的體積。
2. 例題(1)給定已知長邊、寬邊和高長度的長方體甲，要求學生算出長方體甲的體積。

本教材透過下列三個步驟幫助學生解題：

步驟一：用白色積木堆疊出和長方體甲一模一樣的長方體乙

步驟二：用乘法算式算出長方體乙的體積

步驟三：長方體甲和長方體乙一模一樣，所以長方體乙的體積就是長方體甲的體積。

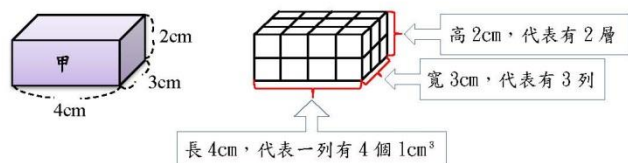
- 求長方形面積時，可以將方瓦拼排在長方形上，透過全等的關係，這些方瓦的面積和就是長方形的面積。但是求長方體的體積時，無法將白色積木塞入長方體內，因此改用白色積木堆疊出和長方體甲一模一樣的長方體乙。
- 堆疊出長方體乙很耗時間，為了節省教學時間，建議教師事先堆疊出長方體乙，課堂活動中只要檢查長方體甲和長方體乙一模一樣即可。
- 教師應要求學生用一個併式「 $(4 \times 3) \times 2 = 24$ 」把求長方體乙體積的做法記下來，為後面引入長方體體積公式鋪路。



如果只知道長方體甲長、寬、高的長度，可以馬上算出體積嗎？



步驟一：



步驟二：

計算長方體甲體積時，只要知道長方體甲的長邊、寬邊和高邊是幾公分數，就可以直接算出長方體甲的體積。

長邊是4公分，代表一列有4個白色積木；

寬邊是3公分，代表有3列白色積木；

高邊是2公分，代表有2層白色積木。

可以用乘法算式「 $4(\text{長邊的公分數}) \times 3(\text{寬邊的公分數}) \times 2(\text{高邊的公分數}) = 24$ 」，

計算出長方體甲體積是24立方公分。

步驟三：

也可以將上面的算式簡記成是「長 \times 寬 \times 高」。

長方體的體積＝長 \times 寬 \times 高

可以用「長 \times 寬 \times 高」算出長方體的體積。



教材內容說明：

1. 本教材第4～6頁教學重點是引入長方體的體積公式，並利用長方體的體積公式計算長方體的體積。
2. 本頁延伸上一頁解題的經驗，透過例題詢問學生，知道長方體甲長邊、寬邊和高的長度，不堆疊出長方體乙，能夠直接算出長方體的體積嗎？為引入長方體的體積公式鋪路。
3. 本教材透過下列三個步驟引入長方體的體積公式：

步驟一：透過上一頁解題的經驗，幫助學生發現長方體甲長4公分，代表一列可以排4個白色積木；寬3公分，代表可以排3排白色積木；高2公分，代表可以排2層。

步驟二：只要知道長方體甲長邊、寬邊和高的長度，就可以利用「 $4(\text{長邊的公分數}) \times 3(\text{寬邊的公分數}) \times 2(\text{高邊的公分數})$ 」，直接算出長方體甲的體積。

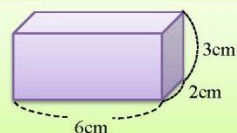
步驟三：可以將上面的算式簡記成「長 \times 寬 \times 高」，得到長方體的體積公式，長方體體積＝長 \times 寬 \times 高。

- 教師可以多舉一些例子，說明長方體體積公式的意義。
- 教師可以連絡長方形面積公式和長方體體積公式間的關係。

長方形面積＝長 \times 寬，是利用一排有幾個，有幾排的方式算出長方形面積和幾個1平方公分的正方形合起來一樣大，計算的對象是1平方公分的正方形面積。

長方體體積＝長 \times 寬 \times 高，是利用一排有幾個，有幾排，有幾層的方式算出長方體體積和幾個1立方公分的正方體合起來一樣大，計算的對象是1立方公分的正方體體積。

(2) 算算看，右圖中的長方體體積是多少立方公分？



方法一：

長方體的長邊 6 公分，表示一列有 6 個的白色積木；
寬邊 2 公分，表示一層有 2 列；高邊 3 公分，表示有 3 層。

$$(6 \times 2) \times 3 = 36 (\text{個})$$

長方體和 36 個 1 立方公分的白色積木合起來一樣大，
所以長方體的體積是 36 立方公分。

答：36 立方公分



方法二：

長方體的長 6 公分、寬 2 公分、高 3 公分，
長方體體積 = 長 \times 寬 \times 高 = $6 \times 2 \times 3 = 36$

答：36 立方公分



教材內容說明：

1. 本教材第 4~6 頁教學重點是引入長方體的體積公式，並利用長方體的體積公式計算長方體的體積。
2. 例題(2)給定已知長邊、寬邊和高長度的長方體，要求學生算出長方體的體積。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：長方體長 6 公分，代表一列可以排 6 個白色積木；寬 2 公分，代表可以排 2 排白色積木；高 3 公分，代表可以排 3 層。
透過 $(6 \times 2) \times 3 = 36$ ，得到長方體的體積和 36 個白色積木合起來一樣大，也就是 36 立方公分。

方法二：利用長方體的體積公式來解題

$$\text{長方體的體積} = \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} = 6 \times 2 \times 3 = 36。$$

得到長方體體積是 36 立方公分。

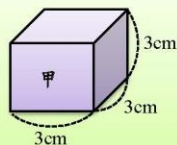
- 學生利用方法一解題時，教師應先接受，再鼓勵學生利用方法二來解題。

- 學生利用方法二解題時，教師應檢查學生是否掌握長方體體積公式

「長 \times 寬 \times 高」中「長」、「寬」和「高」，及「長 \times 寬 \times 高」乘積的意義。

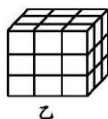


(1) 右圖中的正方體甲的體積是多少立方公分？



步驟一：老師用體積是 1 立方公分的白色積木疊出一個和正方體甲一模一樣的正方體乙。

它的底層可以排出一列有 3 個 1 立方公分的白色積木，一層有 3 列，總共有 3 層。



步驟二：我們可以利用長方體的計算方式來思考：

$$\begin{array}{c} \text{一層有 3 列} \\ \downarrow \\ \text{正方體乙體積} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \\ \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ \text{代表一列有 3 個 } 1\text{cm}^3 & \text{有 3 層} \end{array} \end{array}$$

也就是有 27 個 1 立方公分的白色積木，合起來的體積是 27 立方公分。

步驟三：堆疊出來的正方體乙和正方體甲一模一樣，所以他們的體積相同。

所以正方體甲的體積＝正方體乙的體積＝27 立方公分。

答：正方體甲的體積是 27 立方公分

如果只知道正方體甲的邊長的長度，可以馬上算出體積嗎？



步驟一：正方體甲的邊都是 3 公分，所以可以把它想成是由幾個 1 立方公分的白色積木堆疊而成。

步驟二：底邊的邊長公分數代表一列有幾個白色積木；

底邊另一邊的邊長公分數代表有幾列；

高邊的邊長公分數代表有幾層。

就可以用乘法算式「邊長×邊長×邊長」來計算正方體甲的體積。

步驟三：

我們可以記成：

正方體體積＝邊長×邊長×邊長



教材內容說明：

1. 本教材第 7、8 頁教學重點是引入正方體的體積公式，並利用正方體的體積公式計算正方體的體積。

2. 例題(1)給定已知邊長的正方體甲，要求學生算出正方體甲的體積。

本教材透過下列三個步驟幫助學生解題：

步驟一：用白色積木堆疊出和正方體甲一模一樣的正方體乙

步驟二：用乘法算式算出正方體乙的體積

步驟三：正方體甲和正方體乙一模一樣，所以正方體乙的體積就是正方體甲的體積。

3. 求出正方體甲的體積後，教師追問如果只知道正方體甲的邊長，就可以馬上算出體積嗎。本教材透過下列三個步驟引入正方體的體積公式。

步驟一：正方體甲邊長 3 公分，代表一列可以排 3 個白色積木，可以排 3 排，可以排 3 層。

步驟二：只要知道正方體甲邊長，就可以利用「3(邊的公分數)×3(邊的公分數)×3(邊的公分數)」，直接算出正方體甲的體積。

步驟三：可以將上面的算式簡記成「邊長×邊長×邊長」，得到正方體的體積公式，正方體體積＝邊長×邊長×邊長。

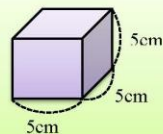
● 教師可以多舉一些例子，說明正立方體體積公式解題的意義。

● 教師可以連絡正方形面積公式和正立方體體積公式間的關係。

正方形面積＝邊長×邊長，是利用一排有幾個，有幾排的方式算出正方形面積和幾個 1 平方公分的正方形合起來一樣大，計算的對象是 1 平方公分的正方形面積。

正立方體體積＝邊長×邊長×邊長，是利用一排有幾個，有幾排，有幾層的方式算出正立方體體積和幾個 1 立方公分的正方體合起來一樣大，計算的對象是 1 立方公分的正方體體積。

(2) 一個邊長 5 公分的正方體體積是多少立方公分？



方法一：

正方體的邊長 5 公分，表示一列有 5 個白色積木、一層有 5 列、有 5 層。

$$5(\text{個}) \times 5(\text{列}) \times 5(\text{層}) = 125(\text{個})$$

有 125 個 1 立方公分，也就是 125 立方公分。

答：125 立方公分

方法二：

正方體的邊長 5 公分，所以，代入公式，

$$\text{正方體體積} = \text{邊長} \times \text{邊長} \times \text{邊長} = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

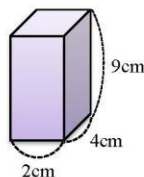
答：125 立方公分

兩種算法都可以算出正方體的體積。

小試身手

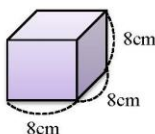
(1) 長為 8 公分、寬為 5 公分、高為 3 公分的長方體，體積是多少立方公分？

(2) 如圖之長方體體積是多少立方公分？



(3) 邊長為 6 公分的正方體，體積是多少立方公分？

(4) 如圖之正方體體積是多少立方公分？



教材內容說明：

1. 本教材第 7、8 頁教學重點是引入正方體的體積公式，並利用正方體的體積公式計算正方體的體積。

2. 例題(2)給定已知邊長的正方體，要求學生算出正方體的體積。

本教材提供兩種解題的方法：

方法一：正方體邊長 5 公分，代表一列可以排 5 個白色積木，可以排 5 排，可以排 5 層。

透過 $(5 \times 5) \times 5 = 125$ ，得到正方體的體積和 125 個白色積木合起來一樣大，也就是 125 立方公分。

方法二：利用正方體的體積公式來解題

$$\text{正方體的體積} = \text{邊長} \times \text{邊長} \times \text{邊長} = 5 \times 5 \times 5 = 125。$$

得到正方體體積是 125 立方公分。

● 學生利用方法一解題時，教師應先接受，再鼓勵學生利用方法二來解題。

● 學生利用方法二解題時，教師應檢查學生是否掌握正方體體積公式「邊長×邊長×邊長」中三個「邊長」，及「邊長×邊長×邊長乘積」的意義。

3. 本頁小試身手包含四個問題，幫助學生練習利用長方體及正方體的體積公式來解題。

● 第(1)、(2)題是求長方體體積的問題，第(1)題給定長邊、寬邊和高的長度，第(2)題給定標示長邊、寬邊和高長度的長方體。

● 第(3)、(4)題是求正方體體積的問題，第(1)題給定邊的長度，第(2)題給定標示邊長的正方體。