

基本學習內容：5-nc-20-3



能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積

【教師用】



學校：_____

姓名：_____



分年細目：

5-n-20 能理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。(同 5-s-07)

基本學習內容：

5-nc-20-1 能理解長方體及正方體體積的計算公式。

5-nc-20-2 能理解長方體及正方體表面積的計算方法。

5-nc-20-3 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。

5-nc-20-4 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

基本學習表現：

5-ncp-20-1 能理解長方體體積的計算公式。

5-ncp-20-2 能理解正方體體積的計算公式。

5-ncp-20-3 能理解長方體表面積的計算方法。

5-ncp-20-4 能理解正方體表面積的計算方法。

5-ncp-20-5 能計算簡單長方體和正方體複合形體的體積。

5-ncp-20-6 能計算簡單長方體和正方體複合形體的表面積。

概要說明：

- 本基本學習內容為 5-n-19 及 4-n-18 之後續學習概念，故學生應該已經認識體積單位「立方公分」及「立方公尺」間的關係，並作相關計算；也應該已經理解長方形和正方形的面積公式與周長公式。
- 本基本學習內容幫助學生理解長方體和正方體體積的計算公式，並能求出長方體和正方體的表面積。
- 本基本學習內容引入正方體和長方體的體積公式，並沒有引入正方體和長方體的表面積公式，只要求學生能算出表面積即可。
- 不宜透過在長方體盒子內堆疊白色積木的方式引入長方體體積公式，因為長方體盒子內能裝滿 60 個白色積木，指的是長方體盒子的容積是 60 毫公升，而不是長方體的體積是 60 立方公分。
- 不宜透過堆疊白紙引入長方體體積公式，例如拿出一張已知長邊和寬邊的長方形白紙，告訴學生可以利用「長×寬」算出這張白紙的面積，再說明當很多張相同的白紙堆疊在一起時，就會疊成一個長方體，這個長方體體積的大小和高有關，可以得到長方體的體積公式是「長×寬×高」。國小階段體積教學的重點是點數立體形體是由多少個單位體積合起來的，上面這種教學方式是本末倒置的教學，其目的只是幫助學生記憶長方體的體積公式。

平面是沒有厚度的，如果很多張白紙堆疊在一起會變成一個長方體，已經預告一張白紙也是有厚度的，也就是說，每一張白紙都是長方體。
- 本基本學習內容只處理簡單的複合形體。

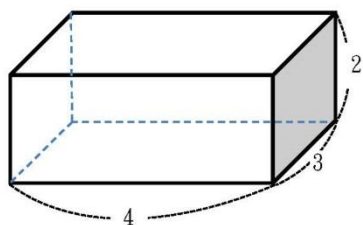
簡單的複合形體：由正方體及長方體組成，相接而且不相內嵌的形體。

◎長方體和正方體體積複合形體的體積

畫畫看：

下圖是長4公分、寬3公分、高2公分的長方體。

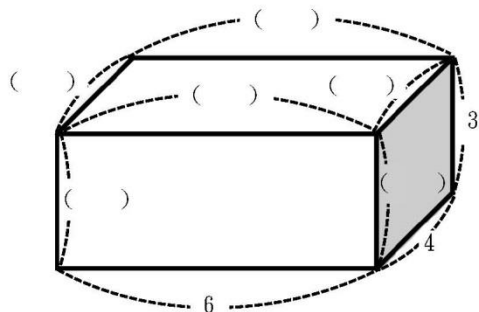
- (1) 長邊一共有4條，請將長邊都塗上藍色。
- (2) 寬邊一共有4條，請將寬邊都塗上紅色。
- (3) 高一共有4條，請將高都塗上黃色。



(單位：公分)

填填看：

下圖是長6公分、寬4公分、高3公分的長方體，請將數字填入每個()中。

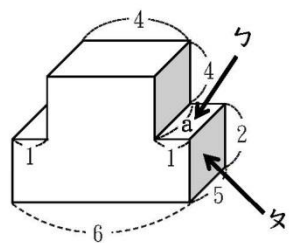
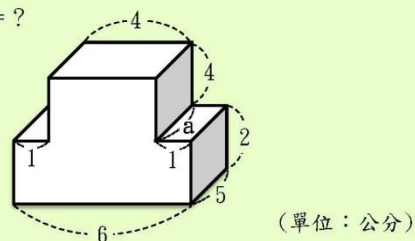


(單位：公分)

教材內容說明：

1. 本教材第1頁教學重點是幫助學生認識長方體有4條等長的長邊、4條等長的寬邊及4條等長的高。
 - 教師應同時檢查學生是否認識正方體有12條等長的邊。
2. 本頁畫畫看活動給定標示長方體一組長邊、寬邊和高長度的透視圖，要求學生將4條長邊都畫上藍色、4條寬邊都畫上紅色、4條高都畫上紅色。
 - 教師應先檢查學生是否掌握長方體長、寬和高名詞的意義，長方體上面的面和下面的面都是長方形，我們稱該長方形的長邊(6 cm)為長方體的「長」，稱該長方形的寬邊(4 cm)為長方體的「寬」，長度是3 cm的邊和高度有關，稱長度3 cm的邊為長方體的「高」。
 - 畫畫看給定的是透視圖，學生較容易看長方體有4條一樣長的長邊，4條一樣長的寬邊及4條一樣長的高。
 - 教師應同時檢查學生是否掌握長方形有2條一樣長的長邊、2條一樣長的寬邊。
3. 本頁填填看給定標示長方體一組長邊、寬邊和高長度的視圖，要求學生寫出其它視圖中能看到的邊的長度。
 - 填填看給定的是視圖，如果學生無法解題，教師可以先用鉛筆畫虛線，將視圖改記成透視圖，學生解題成功後，再擦掉虛線讓學生自行解題。
 - 教師也可以說明長方體的六個面都是長方形，再幫助學生利用長方形有2條一樣長的長邊、2條一樣長的寬邊的性質來解題。
4. 本頁活動是為求複合形體體積及表面積問題鋪路。

(1) 右圖是一個立體形體，請問 $a = ?$

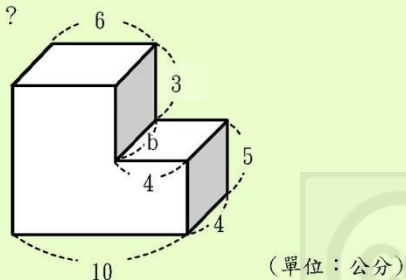


ㄅ是寬1公分、長 a 公分的長方形，
兩條長邊的長都是 a 公分。
ㄣ是寬2公分、長5公分的長方形，
兩條長邊的長都是5公分。
所以 $a = 5$



小試身手

(1) 右圖是一個立體形體，請問 $b = ?$



教材內容說明：

1. 本教材第2頁教學重點是幫助學生利用長方體有4條等長的長邊、4條等長的寬邊及4條等長的高來解複合圖形邊長的問題。
2. 本頁例題(1)給定由兩個長方體組成複合形體的視圖，要求學生寫出指定邊的長度。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先找出有哪些平面的邊長與給定的長度 a 相同，例如 a 是長方形(平面ㄅ)的一條長邊的長度。

步驟二：透過長方形對邊等長的特性，知道該長方形另一個長邊的長度也是 a 。

步驟三：先找出有哪些平面的邊長與給定的長度 a 相同，例如 a 也是長方形(平面ㄣ)的一條長邊的長度。

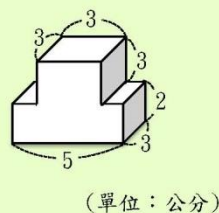
步驟四：透過長方形對邊等長的特性，從第二個平面ㄣ上，可以知道另外一個長邊的長度是5，得到 $a = 5$ 的答案。

- 學生不易透過關鍵的平面找出對應邊的長度，教師可以建議學生利用上一頁的解題經驗，先將複合形體中所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

3. 本頁小試身手給定由兩個長方體組成複合形體的視圖，要求學生寫出指定邊 b 的長度。

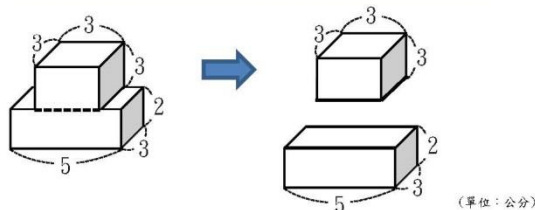
- 如果學生無法解題，教師可以建議學生利用上一頁的解題經驗，先將所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

(1) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公分？

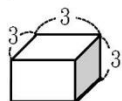


步驟一：

這是一個正方體和一個長方體合成的立體形體。



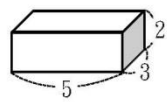
步驟二：



先算出上面邊長為 3 公分的正方體體積。

$$\begin{aligned}\text{正方體體積} &= \text{邊長} \times \text{邊長} \times \text{邊長} \\ &= 3 \times 3 \times 3 = 27 (\text{立方公分})\end{aligned}$$

步驟三：



再算出下面長 5 公分、寬 3 公分、高 2 公分的長方體體積。

$$\begin{aligned}\text{長方體體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ &= 5 \times 3 \times 2 = 30 (\text{立方公分})\end{aligned}$$

步驟四：

最後算出立體形體的體積 = 正方體體積 + 長方體體積

$$= 27 + 30 = 57 (\text{立方公分})$$

答：立體形體的體積是 57 立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第 3~8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(1)給定由正方體和長方體組成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先將立體形體橫向切割成一個正方體和一個長方體。

步驟二：視圖中給定長方體邊的長度是 3 公分，也給定長方體一組長邊、寬邊和高的長度分別是 5 公分、3 公分和 2 公分。

步驟三：算出正方體體積： $3 \times 3 \times 3 = 27$ (立方公分)，

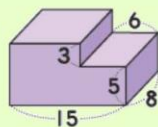
算出長方體體積： $5 \times 3 \times 2 = 30$ (立方公分)。

步驟四： $27 + 30 = 57$ ，得到複合形體體積是 57 立方公分。

- 如果學生無法掌握複合形體和切割後正方體與長方體間的關係，建議教師拿出一個正方體和一個長方體，透過將正方體和長方體疊合和分開的活動，幫助學生解題。



(2) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公分？

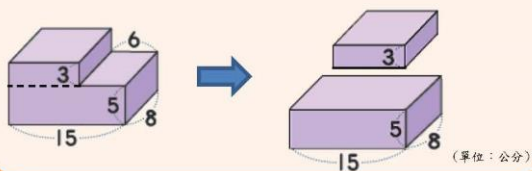


(單位：公分)

《方法一》

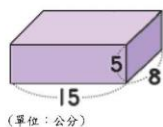
步驟一：

我把圖中的立體形體橫切，分成上、下兩個長方體。



要先找出長方體的長、寬和高，如果找不到，請先列出所有的邊長。

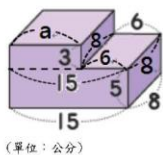
步驟二：



下方長方體的長是 15 公分、寬是 8 公分、高是 5 公分。

$$\begin{aligned} \text{下方長方體體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ &= 15 \times 8 \times 5 = 600 (\text{立方公分}) \end{aligned}$$

步驟三：



只知道上方長方體的高是 3 公分，

我畫出所有長方形的長邊，知道寬邊長 8 公分，

$15 - 6 = 9$ ，得到長邊 a 是 9 公分。

$$\begin{aligned} \text{上方長方體體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ &= 9 \times 8 \times 3 = 216 (\text{立方公分}) \end{aligned}$$

步驟四：立體形體的體積 = 上方長方體體積 + 下方長方體體積

$$= 216 + 600 = 816 (\text{立方公分})$$

答：立體形體的體積是 816 立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第 3~8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(2)給定由兩個長方體組成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材提供兩種解題的方法幫助學生解題。

第一種方法：將複合形體橫切成上、下兩個長方體來計算。

第二種方法：將複合形體直切成左、右兩個長方體來計算。

本頁教材提供第一種解題的方法。

3. 第一種方法：將複合形體橫切成上、下兩個長方體來計算。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先將複合形體橫切成上、下兩個長方體。

步驟二：先計算下方長方體的體積：

視圖中可以看到長方體一組長邊、寬邊和高的長度，分別是 15 公分、8 公分和 5 公分。

$$\text{下方長方體體積} : 15 \times 8 \times 5 = 600 (\text{立方公分})。$$

步驟三：再計算上方長方體的體積：

視圖中只能看到長方體一組寬邊和高的長度，看不到長邊的長度，必須先求出長邊的長度才能算出長方體的體積。

$$15 - 6 = 9, \text{長邊的長度是 9 公分。}$$

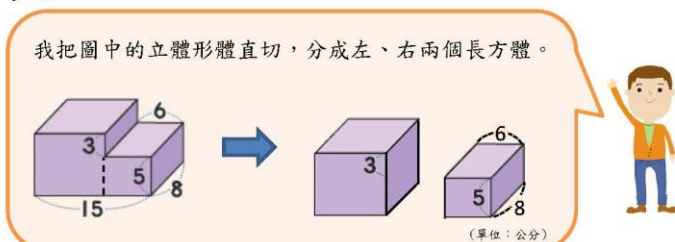
$$\text{上方長方體體積} : 9 \times 8 \times 3 = 216 (\text{立方公分})。$$

步驟四： $600 + 216 = 816$ ，得到複合形體體積是 816 立方公分。

- 如果學生無法算出長邊的長度，教師可以建議學生利用第 1 頁的解題經驗，先將所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

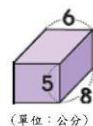
《方法二》

步驟一：



要先找出長方體的長、寬和高，如果找不到，請先列出所有的邊長。

步驟二：

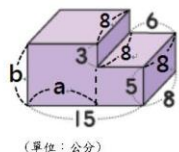


右方長方體的長是 6 公分、寬是 8 公分、高是 5 公分。

右方長方體體積＝長×寬×高

$$= 6 \times 8 \times 5 = 240 \text{ (立方公分)}$$

步驟三：



不知道左邊長方體的長、寬和高，

我畫出所有長方形的長邊和寬邊，知道寬邊長 8 公分，

$5 + 3 = 8$ ，得到高 b 是 8 公分，

$15 - 6 = 9$ ，得到長邊 a 是 9 公分。

左邊長方體體積＝長×寬×高

$$= 9 \times 8 \times 8 = 576 \text{ (立方公分)}$$

步驟四：立體形體的體積＝左邊長方體體積＋右邊長方體體積

$$= 576 + 240 = 816 \text{ (立方公分)}$$

答：立體形體的體積是 816 立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第 3～8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(2)給定由兩個長方體組成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材提供兩種解題的方法幫助學生解題。

第一種方法：將複合形體橫切成上、下兩個長方體來計算。

第二種方法：將複合形體直切成左、右兩個長方體來計算。

本頁教材提供第二種解題的方法。

3. 第二種方法：將複合形體直切成左、右兩個長方體來計算。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先將複合形體直切成左、右兩個長方體。

步驟二：先計算右方長方體的體積：

視圖中可以看到長方體一組長邊、寬邊和高的長度，分別是 6 公分、8 公分和 5 公分。

右方長方體體積： $6 \times 8 \times 5 = 240 \text{ (立方公分)}$ 。

步驟三：再計算左方長方體的體積：

視圖中只看到長方體寬邊的長度，看不到長邊和高的長度，必須先求出長邊和高的長度才能算出長方體的體積。

$5 + 3 = 8$ ，高的長度是 8 公分，

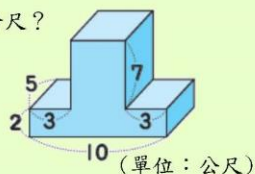
$15 - 6 = 9$ ，長邊的長度是 9 公分。

左方長方體體積： $9 \times 8 \times 8 = 576 \text{ (立方公分)}$ 。

步驟四： $240 + 576 = 816$ ，得到複合形體體積是 816 立方公分。

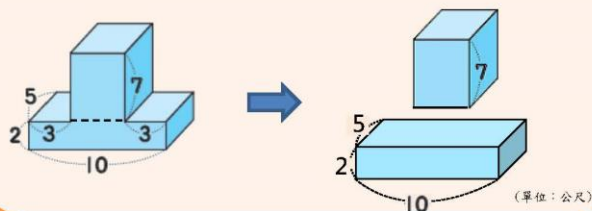
- 如果學生無法算出長邊和高的長度，教師可以建議學生利用第 1 頁的解題經驗，先將所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

(3) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公尺？

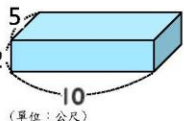


步驟一：

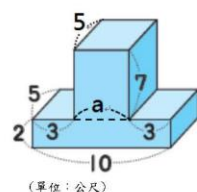
我把圖中的立體形體從中間切開，分成上、下兩個長方體，先找出這兩個長方體的長、寬和高；再計算這兩個長方體的體積，最後合併起來就是立體形體的體積。



步驟二：下方長方體的長是 10 公尺、寬是 5 公尺、高是 2 公尺。
下方長方體體積 = $10 \times 5 \times 2 = 100$ (立方公尺)



步驟三：



只知道上方長方體的高是 7 公尺，
我畫出所有長方形的邊，知道寬邊長 5 公尺，
從左圖中可以發現 $3 + a + 3 = 10$ ，
所以， $a = 10 - 3 - 3 = 4$ ，得到長邊 a 是 4 公尺。
上方長方體體積 = $4 \times 5 \times 7 = 140$ (立方公尺)

步驟四：立體形體的體積 = $100 + 140 = 240$ (立方公尺)

答：240 立方公尺

教材內容說明：

1. 本教材第 3~8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(3)給定由兩個長方體組成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先將複合形體橫切成上、下兩個長方體。

步驟二：先計算下方長方體的體積：

視圖中可以看到長方體一組長邊、寬邊和高的長度，分別是 10 公分、5 公分和 2 公分。

右方長方體體積： $10 \times 5 \times 2 = 100$ (立方公分)。

步驟三：再計算上方長方體的體積：

視圖中只看到長方體高的長度，看不到長邊和寬邊的長度，必須先求出長邊和寬邊的長度才能算出長方體的體積。

寬邊的長度是 5 公分，

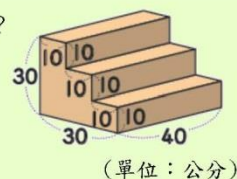
$10 - 3 - 3 = 4$ ，長邊的長度是 4 公分。

上方長方體體積： $4 \times 5 \times 7 = 140$ (立方公分)。

步驟四： $100 + 140 = 240$ ，得到複合形體體積是 240 立方公分。

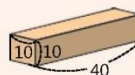
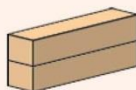
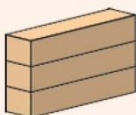
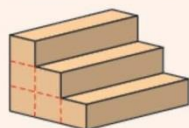
- 如果學生無法算出長邊和寬邊的長度，教師可以建議學生利用第 1 頁的解題經驗，先將所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

(4) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公分？



步驟一：

我把圖中的立體形體切成六個一樣的長方體。



(單位：公分)



步驟二：每個長方體都是長 40 公分、寬 10 公分、高 10 公分。

步驟三：一個長方體體積＝長×寬×高＝ $40 \times 10 \times 10 = 4000$ (立方公分)

步驟四：六個長方體體積＝ $4000 \times 6 = 24000$ (立方公分)

答：24000 立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第 3～8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(4)給定由六個相同長方體組成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先將複合形體切割成六個相同的長方體。

步驟二：視圖中可以看到切割後得到長方體一組長邊、寬邊和高的長度，分別是 40 公分、10 公分和 10 公分。

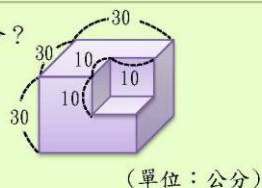
步驟三： $40 \times 10 \times 10 = 4000$ ，一個長方體得體積是 4000 立方公分。

步驟四： $4000 \times 6 = 24000$ ，得到複合形體體積是 24000 立方公分。

- 如果學生無法掌握複合形體和切割後六個長方體間的關係，建議教師拿出六個相同的長方體，透過將這六個長方體疊合和分開的活動，幫助學生解題。
- 如果學生無法算出切割後六個長方體長邊寬邊和高的長度，教師可以建議學生利用第 1 頁的解題經驗，先將所有看的到的邊長都寫出來，較多邊長的資訊能幫助學生成功的解題。

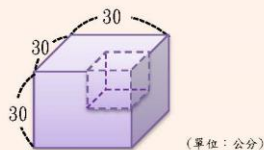


(5) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公分？

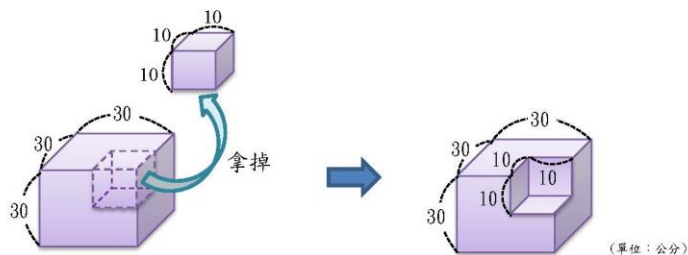


步驟一：

圖中的立體形體是一個大正方體挖掉一個小正方體，我先補一塊小正方體，讓它變成一個大正方體。



大正方體挖掉小正方體就是立體形體的體積。



步驟二：可以看到大正方體的邊長是 30 公分，小正方體的邊長是 10 公分。

步驟三：大正方體體積 = 邊長 × 邊長 × 邊長
 $= 30 \times 30 \times 30 = 27000$ (立方公分)

小正方體體積 = 邊長 × 邊長 × 邊長
 $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ (立方公分)

步驟四：原來的立體圖形 = 大正方體體積 - 小正方體體積
 $= 27000 - 1000 = 26000$ (立方公分)

答：26000 立方公分

教材內容說明：

1. 本教材第 3~8 頁教學重點是計算不同複合形體的體積。
2. 例題(5)給定由一個大正方體中切割掉一個小正方體所形成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。

本教材透過下列四個步驟幫助學生解題：

步驟一：先說明給定的複合形體是由一個大正方體中切割掉一個小正方體後所形成的立體形體，將切割掉的小正方體填補到複合形體，就會形成一個大正方體。

大正方體的體積減小正方體的體積就是複合形體的體積。

步驟二：視圖中可以看到大正方體的邊長是 30 公分，小正方體的邊長是 10 公分。

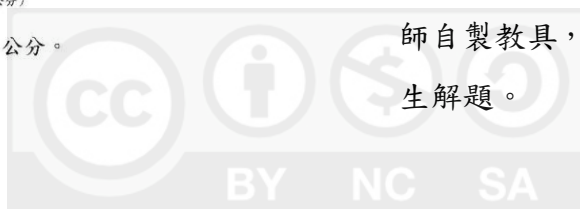
步驟三：計算大、小兩個正方體的體積：

大正方體體積： $30 \times 30 \times 30 = 27000$ (立方公分)

小正方體體積： $10 \times 10 \times 10 = 1000$ (立方公分)

步驟四： $27000 - 1000 = 26000$ ，得到複合形體的體積是 26000 立方公分。

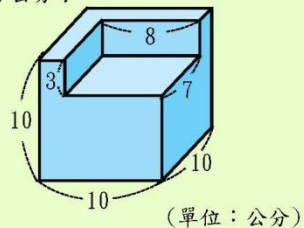
- 如果學生無法掌握複合形體和大正方體及小正方體間的關係，建議教師自製教具，透過將小正方體和大正方體疊合和分開的活動，幫助學生解題。





小試身手

(1) 算算看，右圖中立體形體的體積是多少立方公分？



教材內容說明：

1. 本頁小試身手給定由一個大正方體中切割掉一個小長方體所形成複合形體的視圖，要求學生算出複合形體的體積。
 - 如果學生無法掌握複合形體和大正方體及小長方體間的關係，建議教師自製教具，透過將小正方體和大正方體疊合和分開的活動，幫助學生解題。
 - 視圖中可以看到大正方體的邊長是 10 公分，小長方體的長邊、寬邊及高的長度分別是 8 公分、7 公分和 3 公分。

