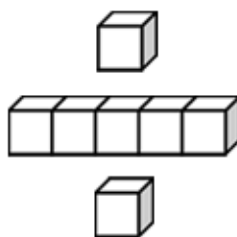


基本學習內容：NC-5-3-1、2

理解因數、公因數與最大公因數

理解倍數、公倍數與最小公倍數

【教師用】





學習內容：

N-5-3 公因數和公倍數：因數、倍數、公因數、公倍數、最大公因數、最小公倍數的意義。

備註：以概念認識為主，不用短除法（N-6-1、N-6-2）

基本學習內容：

NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數。

NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數。

基本學習表現：

NC-5-3-1-1 能理解因數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數的所有因數。

NC-5-3-1-2 能判斷甲數是否為乙數的因數。

NC-5-3-1-3 能認識兩數的公因數及最大公因數。

NC-5-3-1-4 能判斷某數是否為給定兩數的公因數或最大公因數。

NC-5-3-1-5 能知道公因數是最大公因數的因數。

NC-5-3-3-6 能解決簡單求公因數或最大公因數的情境問題。

NC-5-3-2-1 能理解倍數，並利用嘗試錯誤的方式找出給定數在某範圍內所有的倍數。

NC-5-3-2-2 能判斷丙數是否為丁數的倍數。

NC-5-3-2-3 能認識兩數的公倍數及最小公倍數。

NC-5-3-2-4 能判斷某數是否為給定兩數的公倍數或最小公倍數。

NC-5-3-2-5 能知道公倍數是最小公倍數的倍數。

NC-5-3-2-6 能知道兩數的乘積一定是此兩數的公倍數。

NC-5-3-2-7 能解決簡單求公倍數或最小公倍數的情境問題。



概要說明：

- 本基本學習內容為 2-n-08、3-n-05 之後續學習概念，故學生應該已經熟記九九乘法，並理解除法的意義。
- 本基本學習內容首次引入因數與倍數的意義。
- 本基本學習內容限制五年級學生透過嘗試錯誤的方式，利用除法算式或乘法算式引入因數及倍數的意義。
- 五年級引入因數與倍數的目標之一是幫助學童做分數約分、擴分及通分的計算，數字的大小應配合分數之教學，通分時，兩分數的分母必須滿足下列其中一個條件：
 - (1)分母都是一位數字。
 - (2)一分母為另一分母的倍數，且兩數都小於 100。
 - (3)乘以 2、3、4、5 就能找到兩分母之公倍數(例如兩分母是 12 及 18)。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

◎認識「因數」

(1) 老師有 12 顆糖果，要分裝成幾袋，每一袋分到的糖果一樣多，又剛好分完。想想看，每一袋可以分得多少顆糖果？

每袋分得 1 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 1 = 12 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 1 顆糖果，可以分給 12 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 2 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 2 = 6 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 2 顆糖果，可以分給 6 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 3 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 3 = 4 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 3 顆糖果，可以分給 4 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 4 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 4 = 3 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 4 顆糖果，可以分給 3 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 5 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 5 = 2 \dots 2$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 5 顆糖果，可以分給 2 袋，剩下 2 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 6 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 6 = 2 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 6 顆糖果，可以分給 2 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 7 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 7 = 1 \dots 5$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 7 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 5 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 8 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 8 = 1 \dots 4$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 8 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 4 顆糖果，不能剛好分完。







教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁引入因數的定義。
2. 第(1)題透過平分 12 顆糖果的情境，幫助學生認識因數。

本教材透過除法算式，說明 1 顆、2 顆、3 顆、4 顆、6 顆、12 顆都可以整數倍的組成 12 顆，為第 2 頁引入因數的定義鋪路。

- 教師不宜問「有幾種分法？」，這種問法是排列組合的問法。
- 教師不宜問「可以分成幾袋？」，可以分成 1 袋、2 袋、3 袋、4 袋、6 袋、12 袋的答案都不可以整數倍組成 12 顆，與引入 12 的因數無關。
- 多數五年級的學生已掌握整數情境的乘除互逆，且五年級教材給定的因數都在九九乘法的範圍，因此學生可能出現「一袋分 2 顆，6 袋可以把 12 顆分完，記成 $2 \times 6 = 12$ 」的解題方法，教師應先接受這種方法，再要求學生改用除法算式來記錄，為第 2 頁引入因數的定義鋪路。
- 面對較大數字問題情境「37 是否為 24571 的因數」時，無法利用乘法算式「 $37 \times () = 24571$ 」，必須利用除法算式「 $24571 \div 37$ 」來判斷 37 是否為 24571 的因數。


基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

<p>每袋分得 9 顆，可以剛好分完嗎？</p> $12 \div 9 = 1 \dots 3$ <p style="text-align: center;">↓ ↓ ↓ ↓</p> <p style="text-align: center;">顆 顆 袋 顆</p>		<p>每袋分到 9 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 3 顆糖果，不能剛好分完。</p>
<p>每袋分得 10 顆，可以剛好分完嗎？</p> $12 \div 10 = 1 \dots 2$ <p style="text-align: center;">↓ ↓ ↓ ↓</p> <p style="text-align: center;">顆 顆 袋 顆</p>		<p>每袋分到 10 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 2 顆糖果，不能剛好分完。</p>
<p>每袋分得 11 顆，可以剛好分完嗎？</p> $12 \div 11 = 1 \dots 1$ <p style="text-align: center;">↓ ↓ ↓ ↓</p> <p style="text-align: center;">顆 顆 袋 顆</p>		<p>每袋分到 11 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 1 顆糖果，不能剛好分完。</p>
<p>每袋分得 12 顆，可以剛好分完嗎？</p> <div style="border: 1px solid red; padding: 2px;"> $12 \div 12 = 1 \dots 0$ </div> <p style="text-align: center;">↓ ↓ ↓ ↓</p> <p style="text-align: center;">顆 顆 袋 顆</p>		<p>每袋分到 12 顆糖果，可以分給 1 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。</p>

答：有 6 種分法可以把糖果剛好分完，
每袋分別可以分得 1、2、3、4、6、12 顆糖果

「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ 」，12、2、6 都是整數，餘數是 0，我們說「2 是 12 的因數」。

仔細觀察上面的算式，找出餘數是 0 的算式。

$12 \div 1 = 12 \dots 0$ $12 \div 2 = 6 \dots 0$ $12 \div 3 = 4 \dots 0$ $12 \div 4 = 3 \dots 0$ $12 \div 6 = 2 \dots 0$ $12 \div 12 = 1 \dots 0$		<p>12 除以 1、2、3、4、6 和 12 的餘數都是 0，且算式中的被除數、除數和商數都是整數，1、2、3、4、6、12 都是 12 的因數。</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------

(2) 算算看：10 的因數有哪些？

$$10 \div 1 = 10 \dots 0$$

$$10 \div 2 = 5 \dots 0$$

$$10 \div 5 = 2 \dots 0$$

$$10 \div 10 = 1 \dots 0$$

答：10 的因數有 1、2、5、10



教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁引入因數的定義。

2. 本教材第 1 頁後段透過除法給「因數」下定義。

a 、 b 都是整數，如果 $a \div b = q \dots 0$ ， q 也是整數，數學上稱 a 能整除 b 或 b 能被 a 整除。

● 五年級學生無法理解「整除」的意義，也經常混淆

「 a 能整除 b 」或「 b 能被 a 整除」文字的意義。

所以本教材不引入「整除」的名詞。

● 部分教師或學生常混淆「幾倍」和「倍數」的意義。

幾倍： 10 是 0.1 的 100 倍，指的是把 0.1 當作基準量 1 時，比較量 10 是 100 。

倍數： 10 不是 0.1 的倍數。因為 0.1 不是整數。

本教材透過除法算式「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ 」定義 2 是 12 的因數時，強調 12 、 2 、 6 都必須都是整數。

3. 多數五年級學生已掌握整數情境的乘除互逆，「 $12 \div 2 = 6$ 」、「 $2 \times 6 = 12$ 」的意義相同，教師可以先接受「 $2 \times 6 = 12$ ， 2 、 6 、 12 都是整數，所以 2 是 12 的因數」的說法，再要求學生利用除法算式「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ ， 2 、 6 、 12 都是整數，所以 2 是 12 的因數」引入因數的定義。

4. 第(2)題，幫助學生透過因數的定義，利用除法算式找出 10 的因數。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

◎找「因數」

(1) 算算看：18 的因數有哪些？

$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$

18 除以 1、2、3、6、9 和 18 的餘數都是 0，且算式中的被除數、除數和商數都是整數，算式中的除數 1、2、3、6、9 和 18 都是 18 的因數。



答：18 的因數有 1、2、3、6、9、18

要找出 18 所有的因數，需要列出所有的算式嗎？
仔細觀察上面這些算式，說說看你發現什麼？



$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$

我發現：這 6 個算式的除數，都是 18 的因數。

我發現：藍色框框 3 個算式中的除數和商數，剛好是 18 所有的因數。



$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \end{aligned}$$

仔細看，我們可以：

從 $18 \div 1 = 18$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，1 和 18；

從 $18 \div 2 = 9$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，2 和 9；

從 $18 \div 3 = 6$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，3 和 6。

當發現前面算式 $18 \div 3 = 6$ 的除數 3 是後面算式 $18 \div 6 = 3$ 的商數 3 時，就可以從前面這些算式的除數和商數，得到 18 所有的因數。



由除數是 1 開始依序用除法算式找因數時，發現前面算式的除數和後面算式的商數相同時，就可以從這些算式的除數和商數得到所有的因數。

(2) 算算看：28 的因數有哪些？

$$\begin{aligned} 28 \div 1 &= 28 \\ 28 \div 2 &= 14 \\ 28 \div 4 &= 7 \\ 28 \div 7 &= 4 \end{aligned}$$

我發現：虛線方框中的兩個算式，前面算式的除數是後面算式的商數。可以從前面 3 個算式，找到 28 的所有的因數。



答：28 的因數有 1、2、4、7、14 和 28

仔細看：當發現前面算式的除數是後面算式的商數時，就可以得到 28 所有的因數。





教材內容說明：

1. 本教材第 3~4 頁提供一種能較快速找出給定整數所有因數的方法。
2. 第(1)題要求學生寫出 18(非完全平方數)所有的因數，教師宜先利用除法算式找出 18 所有的因數，再依照教材呈現的四個步驟，幫助學生理解這種能較快速找出給定整數所有因數的方法。

步驟一：觀察左上方的算式，幫助學生發現後面三個算式中的除數，

就是前面三個算式的商。

步驟二：觀察右上方的算式，幫助學生發現前面三個算式中的除數和商，

合起來就是 18 所有的因數。也就是說，只要列出前面三個算式，

就能找到 18 所有的因數。

步驟三：觀察左下方的算式，幫助學生發現第三個算式「 $18 \div 3 = 6$ 」的除數是第四個算式

「 $18 \div 6 = 3$ 」的商；第三個算式「 $18 \div 3 = 6$ 」的商是第四個算式「 $18 \div 6 = 3$ 」的除數。

步驟四：觀察右下方的算式，幫助學生發現只要出現步驟三的現象，就可以停止計算，

前面三個算式中的除數 1、2、3 和商 18、9、6，就是 18 所有因數。

- 多數五年級學生已掌握整數情境的乘除互逆，教師也可以仿上面的四個步驟，幫助學生利用乘法算式「 $18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = \underline{3 \times 6} = \underline{6 \times 3}$ 」找到 18 所有的因數。

3. 第(2)題要求學生寫出 28(非完全平方數)所有的因數，並利用第(1)題所學只列出必要的算式，就找出 28 全部的因數。

- 解第(2)題時，發現第三個算式「 $28 \div 4 = 7$ 」中的除數和第四個算式「 $28 \div 7 = 4$ 」中的商相同，或第三個算式「 $28 \div 4 = 7$ 」中的商和第三個算式「 $28 \div 7 = 4$ 」中的除數相同，就可以停止計算，前三個算式中的除數 1、2、4 和商 28、14、7，就是 28 所有因數。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

(3) 算算看：16 的因數有哪些？

$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$

答：16 的因數有 1、2、4、8、16

要找出 16 所有的因數，需要列出所有的算式嗎？
仔細觀察上面這些算式，說說看你發現什麼？



$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$



$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$



我發現：這 5 個算式的除數，都是 16 的因數。

我發現：藍色框框中的 3 個算式中的除數和商數，剛好是 16 所有的因數。

$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

仔細看，我們可以：

從 $16 \div 1 = 16$ ，找出被除數 16 的 2 個因數，1 和 16；

從 $16 \div 2 = 8$ ，找出被除數 16 的 2 個因數，2 和 8；

從 $16 \div 4 = 4$ ，找出被除數 16 的 1 個因數，4；

當發現一個算式的除數和商數相同時，就可以從這些算式得到 16 所有的因數。



由除數是 1 開始依序用除法算式找因數時，
當一個算式的除數和商數相同時，
就可以從這些算式的除數和商數得到所有的因數。

(4) 算算看：36 的因數有哪些？

$$36 \div 1 = 36$$

$$36 \div 2 = 18$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$36 \div 4 = 9$$

$$36 \div 6 = 6$$

答：36 的因數有 1、2、3、4、6、9、12、18、36



教材內容說明：

1. 本教材第 3~4 頁提供一種能較快速找出給定整數所有因數的方法。
2. 第(3)題要求學生寫出 16(完全平方數)所有的因數，教師宜先利用除法算式找出 16 所有的因數，再依照教材呈現的四個步驟，幫助學生理解這種能較快速找出給定整數所有因數的方法。

步驟一：觀察左上方的算式，幫助學生發現後面三個算式中的除數，

就是前面三個算式的商。

步驟二：觀察右上方的算式，幫助學生發現前面三個算式中的除數和商，

合起來就是 16 所有的因數。也就是說，只要列出前面三個算式，

就能找到 16 所有的因數。

步驟三：觀察左下方的算式，幫助學生發現第三個算式「 $16 \div 4 = 4$ 」的除數和商數一樣大，都是 4。

步驟四：觀察右下方的算式，幫助學生發現只要出現步驟三的現象，

也就是除數和商數一樣大，就可以停止計算，前面兩個算式中的除數 1、2

和商 16、8，以及第三個算式中的除數或商 4，就是 16 所有因數。

- 教師應提醒學生，第三個算式中除數和商都是 4，寫出 16 所有的因數時，4 只要寫一次。
- 多數五年級學生已掌握整數情境的乘除互逆，教師也可以仿上面的四個步驟，幫助學生利用乘法算式「 $16 = 1 \times 16 = 2 \times 8 = 4 \times 4$ 」找到 16 所有的因數。
- 教師不宜引入「完全平方數」的名詞。

3. 第(4)題要求學生寫出 36(完全平方數)所有的因數。

- 解第(4)題時，發現第四個算式「 $36 \div 6 = 6$ 」中的除數和商一樣大，就可以停止計算，前三個除式的除數 1、2、3 和商 36、18、9，以及第四個算式中的除數或商 6，就是 36 所有因數。



基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數



小試身手

◎算算看：

<p>(1) 爸爸有 20 顆糖果，要分給小朋友，每個人分到的糖果一樣多，又剛好分完。想想看，每個小朋友可以分得多少顆？</p> $20 \div 1 = 20$ $20 \div 2 = 10$ $20 \div 4 = 5$ $20 \div 5 = 4$ <p>答：可以分到 1、2、4、5、10、20</p>	<p>(2) 14 的因數有哪些？</p> $14 \div 1 = 14$ $14 \div 2 = 7$ $14 \div 7 = 2$ <p>答：14 的因數有 1、2、7、14</p>
<p>(3) 24 的因數有哪些？</p> $24 \div 1 = 24$ $24 \div 2 = 12$ $24 \div 3 = 8$ $24 \div 4 = 6$ $24 \div 6 = 4$ <p>答：24 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、24</p>	<p>(4) 64 的因數有哪些？</p> $64 \div 1 = 64$ $64 \div 2 = 32$ $64 \div 4 = 16$ $64 \div 8 = 8$ <p>答：64 的因數有 1、2、4、8、16、32、64</p>
<p>(5) 25 的因數有哪些？</p> $25 \div 1 = 25$ $25 \div 5 = 5$ <p>答：25 的因數有 1、5、25</p>	<p>(6) 32 的因數有哪些？</p> $32 \div 1 = 32$ $32 \div 2 = 16$ $32 \div 4 = 8$ $32 \div 8 = 4$ <p>答：32 的因數有 1、2、4、8、16、32</p>



教材內容說明：

1. 本頁小試身手共有 6 題，限制學生使用第 3 及第 4 頁提供的方法來解題。

第(1)題是文字題，要求學生算出那些顆數可以整數倍的組成 20 顆；

第(2)～(6)題是計算題，要求學生算出給定數字的因數，學生使用乘法或是除法解題，教師都應該接受。

- 如果學生採用列出所有除法算式的方法來解題，教師應該先接受，再限制學生改用第 3 及第 4 頁引入的方法來解題。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

◎認識「公因數」與「最大公因數」

(1) 12 和 18 共同的因數有哪些？

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 4 = 3$$



12 的因數：1、2、3、4、6、12

$$18 \div 1 = 18$$

$$18 \div 2 = 9$$

$$18 \div 3 = 6$$

$$18 \div 6 = 3$$



18 的因數：1、2、3、6、9、18

答：12 和 18 共同的因數有 1、2、3、6

◎12 和 18 共同的因數：1、2、3、6。

我們稱「1、2、3、6」為「12 和 18 的公因數」。

◎12 和 18 的公因數中最大的是 6。

我們稱「6」為「12 和 18 的最大公因數」。

(2) 12 和 18 公因數有 1、2、3、6，最大公因數是 6。

檢查看看 12 和 18 的「公因數」是不是「最大公因數」的因數？

12 和 18 的公因數：1、2、3、6

12 和 18 的最大公因數是 6

$$6 \div 1 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 \div 3 = 2$$

1、2、3、6 都是 6 的因數。

答：12 和 18「公因數」都是「最大公因數」的因數

◎12 和 18 的公因數「1、2、3、6」是 12 和 18 的最大公因數「6」的因數。

我們發現：「12 和 18 的公因數」是「12 和 18 最大公因數」的因數。





教材內容說明：

1. 本教材第 6~7 頁引入公因數與最大公因數的定義。
2. 第(1)題要求學生找出 12 和 18 共同的因數，為引入公因數及最大公因數的定義鋪路。本教材只提供快速找出給定數所有因數的方法，如果學生無法掌握解題的意義，教師宜複習第 3~4 頁的教材。
 - 12 所有的因數是：1、2、3、4、6、12。
 - 18 所有的因數是：1、2、3、6、9、18。
 - 12 和 18 共同的因數是：1、2、3、6
3. 本頁對「公因數」和「最大公因數」下定義。
 - 本教材先定義公因數，再定義最大公因數。
 - 12 和 18 共同的因數是：1、2、3、6。
 - 我們稱這些共同的因數為 12 和 18 的公因數。
 - 12 和 18 的公因數是：1、2、3、6。
 - 公因數中最大的數是 6。
 - 我們稱最大的數 6 為 12 和 18 的最大公因數。
 - 12 和 18 的最大公因數是 6，12 和 18 的公因數是：1、2、3、6。
 - 我們發現 6 的因數是：1、2、3、6。
 - 所以兩數的「公因數」都是兩數「最大公因數」的因數。
4. 第(2)題要求學生檢查 12 和 18 的「公因數」是不是「最大公因數」的因數，幫助學生理解兩數的公因數是兩數最大公因數的因數。



基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

(3) 算算看，24 和 36 的公因數有哪些？

方法一：

$$24 \div 1 = 24$$

$$24 \div 2 = 12$$

$$24 \div 3 = 8$$

$$24 \div 4 = 6$$

$$24 \div 6 = 4$$

➡ 24 的因數：1、2、3、4、6、8、12、24

$$36 \div 1 = 36$$

$$36 \div 2 = 18$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$36 \div 4 = 9$$

$$36 \div 6 = 6$$

➡ 36 的因數：1、2、3、4、6、9、12、18、36

24 和 36 共同的因數：1、2、3、4、6、12

答：24 和 36 的公因數有 1、2、3、4、6、12

方法二：

公因數是二個數共同的因數，24 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、24

檢驗看看 24 的因數中，有哪些也是 36 的因數呢？

1	(是)	不是) 36 的因數
2	(是)	不是) 36 的因數
3	(是)	不是) 36 的因數
4	(是)	不是) 36 的因數
6	(是)	不是) 36 的因數
8	(是)	不是) 36 的因數
12	(是)	不是) 36 的因數
24	(是)	不是) 36 的因數



檢驗後發現：

1、2、3、4、6、12 也是 36 的因數。

所以，1、2、3、4、6、12 是
24 和 36 的公因數。

答：24 和 36 的公因數有 1、2、3、4、6、12

(4) 30 的因數有 1、2、3、5、6、10、15、30。

算算看，24 和 30 的公因數有哪些？

1	(是)	不是) 24 的因數
2	(是)	不是) 24 的因數
3	(是)	不是) 24 的因數
5	(是)	不是) 24 的因數
6	(是)	不是) 24 的因數
10	(是)	不是) 24 的因數
15	(是)	不是) 24 的因數
30	(是)	不是) 24 的因數



檢驗後發現：

1、2、3、6 也是 24 的因數。

所以，1、2、3、6 是
24 和 30 的公因數。

答：24 和 30 的公因數有 1、2、3、6



教材內容說明：

1. 本教材第 6~7 頁引入公因數與最大公因數的定義。
2. 第(3)題要求學生找出 24 和 36 的公因數，本教材提供兩種找出兩數公因數的方法。

解法一：先分別找出 24 和 36 所有的因數，再找出 24 和 36 共同的因數，

共同的因數就是 24 和 36 的公因數。

解法二：先找出其中一數 24 的所有因數，再判斷這些因數是否為另一數 36 的因數，

同時也是 36 因數的數就是 24 和 36 的公因數。

- 本教材只提供快速找出給定數所有因數的方法，如果學生無法掌握解題的意義，教師宜複習第 3~4 頁的教材。

- 24 所有的因數是：1、2、3、4、6、8、12、24。

這些因數中「1、2、3、4、6、12」也是 36 的因數，可以得到 24 和 36 的公因數是 1、2、3、4、6、12。

3. 第(4)題提供學生 30 的所有因數，要求學生找出 24 和 30 的公因數。提供學生練習快速找出給定數的公因數的方法。



基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數



小試身手

(一)算出 8 和 12 的最大公因數。

(1) 8 的因數有那些，請寫下來：

8 的因數有：1、2、4、8

(2) 12 的因數有那些，請寫下來：

12 的因數有：1、2、3、4、6、12

(3) 請寫出 8 和 12 的公因數：

8 和 12 的公因數：1、2、4

(4) 請寫出 8 和 12 的最大公因數：

8 和 12 的最大公因數：4

(5) 檢查 8 和 12 的「公因數」是不是「最大公因數」的因數？

8 和 12 的公因數：1、2、4

8 和 12 的最大公因數：4

1、2、4 都是 4 的因數

(二)已知 32 的因數有 1、2、4、8、16、32。

40 的因數有 1、2、4、5、8、10、20、40。

找找看，32 和 40 的公因數有哪些？

32 的因數有：1、2、4、8、16、32

40 的因數有：1、2、4、5、8、10、20、40

答：32 和 40 的公因數：1、2、4、8

(三)42 的因數有 1、2、3、6、7、14、21、42。

找找看，42 和 48 的公因數有哪些？

$$48 \div 1 = 48$$

$$48 \div 7 = 6 \dots 6$$

$$48 \div 2 = 24$$

$$48 \div 14 = 3 \dots 6$$

$$48 \div 3 = 16$$

$$48 \div 21 = 2 \dots 6$$

$$48 \div 6 = 8$$

$$48 \div 42 = 1 \dots 6$$

42 的因數，也是 48 的因數有 1、2、3、6、~~7~~、~~14~~、~~21~~、~~42~~

答：42 和 48 的公因數：1、2、3、6



教材內容說明：

1. 本教材第 8 頁是小試身手，共有三個問題。
2. 第(一)題，透過分段布題，要求學生算出 8 和 12 的最大公因數，幫助學生熟練求兩數公因數及最大公因數的方法。
問題(1)：要求學生寫出 8 所有的因數。
問題(2)：要求學生寫出 12 所有的因數。
問題(3)：要求學生寫出 8 和 12 的公因數。
問題(4)：要求學生寫出 8 和 12 的最大公因數。
問題(5)：要求學生檢查 8 和 12 的公因數是否為最大公因數的因數。
3. 第(二)題給定 32 的因數和 40 的因數，要求學生找出 32 和 44 的公因數。
4. 第(三)題給定 42 的因數，要求學生找出 42 和 48 的公因數。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

◎認識「倍數」

(1) $7 \times (\quad) = 14$ ，請問 (\quad) 裡應該填入哪個數字？

$$7 \times (2) = 14$$

答：應該填入 2

7 乘以 2 的積是 14，且 7、2、14 都是整數；
我們說「14 是 7 的倍數」。



(2) 請列出 1 到 50 之間所有 6 的倍數。

$$\begin{array}{ll} 6 \times 1 = 6 & 6 \times 2 = 12 \\ 6 \times 3 = 18 & 6 \times 4 = 24 \\ 6 \times 5 = 30 & 6 \times 6 = 36 \\ 6 \times 7 = 42 & 6 \times 8 = 48 \\ 6 \times 9 = 54 (\text{超過 } 50) \end{array}$$

答：50 以內 6 的倍數有 6、12、18、24、30、36、42、48

(3) 想想看：52 是不是 4 的倍數？

方法一：

4 的倍數有：4、8、12、16、20、
24、28、32、36、40、44、48、52……

答：52 是 4 的倍數。

方法二：

$$4 \times \square = 52$$

$$52 \div 4 = 13$$

$$\square = 13$$

因為 4、13、52 都是整數，
所以 52 是 4 的倍數。

答：52 是 4 的倍數。

(4) 想想看：85 是不是 7 的倍數？

方法一：

7 的倍數有：
7、14、21、28、35、42、
49、56、63、70、77、84、
91……

方法二：

$$7 \times \square = 85$$

$$85 \div 7 = \frac{85}{7}$$

$$\square = \frac{85}{7}$$

因為 $\frac{85}{7}$ 不是整數，所以 85 不是 7 的倍數。

答：85 不是 7 的倍數。

答：85 不是 7 的倍數。



教材內容說明：

1. 本教材第 9 頁的教學重點是認識倍數。

2. 第(1)題透過乘數未知的算式填充題，引入倍數的意義。

- 7 的 2 倍是 14，7、2、14 都是整數，稱「14 是 7 的倍數」。

3. 第(2)題要求學生列出 1 到 50 之間所有 6 的倍數。

- 先要求學生利用乘法算式 $6 \times 1 = 6$ ， $6 \times 2 = 12$ ， $6 \times 3 = 18$ ， $6 \times 4 = 24$ ， $6 \times 5 = 30$ ，

$6 \times 6 = 36$ ， $6 \times 7 = 42$ ， $6 \times 8 = 48$ ， $6 \times 9 = 54$ (超過 50)，

得到 50 以內 6 的倍數為：12、18、24、30、36、42、48。

- 如果學生已熟記九九乘法，沒有寫出乘法算式，直接列出 50 以內 6 的倍數，教師也應該接受。

4. 第(3)題要求學生判斷 52 是否為 4 的倍數。

第(4)題要求學生判斷 85 是否為 7 的倍數。

本教材都提供兩種解題的方法、

- 部分教師或學生常混淆「幾倍」和「倍數」的意義。

幾倍：10 是 0.1 的 100 倍，指的是把 0.1 當作基準量 1 時，比較量 10 是 100。

倍數：10 不是 0.1 的倍數。因為 0.1 不是整數。

本教材透過除法算式「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ 」定義 2 是 12 的因數時，透過乘法算式「 $2 \times 6 = 12$ 」

定義 12 是 2 的倍數時，都強調 12、2、6 都必須都是整數。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數



小試身手

(一)請列出 1~30 之間所有「4 的倍數」：

$$4 \times 1 = 4 \quad 4 \times 2 = 8 \quad 4 \times 3 = 12 \quad 4 \times 4 = 16 \quad 4 \times 5 = 20$$

$$4 \times 6 = 24 \quad 4 \times 7 = 28 \quad 4 \times 8 = 32 (\text{超過 } 30)$$

答：1~30 之間 4 的倍數有：4、8、12、16、20、24、28

(二)請列出 1~50 之間所有「8 的倍數」：

$$8 \times 1 = 8 \quad 8 \times 2 = 16 \quad 8 \times 3 = 24 \quad 8 \times 4 = 32 \quad 8 \times 5 = 40$$

$$8 \times 6 = 48 \quad 8 \times 7 = 56 (\text{超過 } 50)$$

答：1~50 之間 8 的倍數有：8、16、24、32、40、48

(三)90 是不是 6 的倍數？請將理由寫出來：

方法一：

6 的倍數有：6、12、18、24、30、

36、42、48、54、60、66、72、78、

84、90.....

答：90 是 6 的倍數

方法二：

$$6 \times \square = 90$$

$$90 \div 6 = 15$$

$$\square = 15$$

因為 6、15、90 都是整數，
所以 90 是 6 的倍數。

答：90 是 6 的倍數

(四)91 是不是 7 的倍數？請將理由寫出來：

方法一：

7 的倍數有：7、14、21、28、35、

42、49、56、63、70、77、84、

91.....

答：91 是 7 的倍數

方法二：

$$7 \times \square = 91$$

$$91 \div 7 = 13$$

$$\square = 13$$

因為 7、13、91 都是整數，
所以 91 是 7 的倍數。

答：91 是 7 的倍數



教材內容說明：

1. 本教材第 10 頁是小試身手，共有四題。

2. 第(一)題和第(二)題要求學生列出給定數在給定範圍內的倍數。

- 學生用乘法逐一算出，或不寫乘法算式，直接列出答案，教師都應該接受。

3. 第(三)題和第(四)題要求學生判斷甲數是否為乙數的倍數。

- 部分教師或學生常混淆「幾倍」和「倍數」的意義。

幾倍：10 是 0.1 的 100 倍，指的是把 0.1 當作基準量 1 時，比較量 10 是 100。

倍數：10 不是 0.1 的倍數。因為 0.1 不是整數。

本教材透過除法算式「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ 」定義 2 是 12 的因數時，透過乘法算式「 $2 \times 6 = 12$ 」

定義 12 是 2 的倍數時，都強調 12、2、6 都必須都是整數。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

◎認識「公倍數」與「最小公倍數」

(1) 1~50 的數字中，4 和 6 共同的倍數有哪些？

1~50 的數字中，

4 的倍數：4、8、**12**、16、20、**24**、28、32、**36**、40、44、**48**

6 的倍數：6、**12**、18、**24**、30、**36**、42、**48**

1~50 的數字中 4 和 6 共同的倍數：12、24、36、48

答：12、24、36、48

12、24、36、48...是 4 和 6 共同的倍數。

我們稱「12、24、36、48...」為「4 和 6 的公倍數」。

4 和 6 的公倍數中最小的是 12。

我們稱「12」是「4 和 6 的最小公倍數」。



(2) 1~50 的數字中，4 和 6 的公倍數有 12、24、36、48，最小公倍數是 12。
檢查看看，4 和 6 的「公倍數」是不是「最小公倍數」的倍數？

1~50 的數字中 4 和 6 的公倍數：12、24、36、48

4 和 6 的最小公倍數是 12

$$12 \div 12 = 1$$

$$24 \div 12 = 2$$

$$36 \div 12 = 3$$

$$48 \div 12 = 4$$

12、24、36、48 都是 4 和 6 的最小公倍數 12 的倍數

答：4 和 6 的公倍數都是「4 和 6 最小公倍數」的倍數。

12、24、36、48...是「4 和 6 的公倍數」，

「12」是「4 和 6 的最小公倍數」。

$$12 \div 12 = 1 \quad 24 \div 12 = 2 \quad 36 \div 12 = 3 \quad 48 \div 12 = 4 \quad \dots\dots$$

我們發現：

「4 和 6 的公倍數」都是「4 和 6 最小公倍數」的倍數。





教材內容說明：

1. 本教材第 11~12 頁的教學重點是認識「公倍數」與「最小公倍數」。
2. 第(1)題討論 1~50 中，那些數字是 4 和 6 的共同倍數？
 - 指導學生在 1~50 的數字中找出 4 的倍數，有：4、8、12、16、20、24、28、32、36、40、44、48。
 - 指導學生在 1~50 的數字中 6 的倍數，有：6、12、18、24、30、36、42、48。
 - 指導學生在 1~50 的數字中發現 4 和 6 的共同倍數有：12、24、36、48。也就是 4 和 6 的公倍數是：12、24、36、48。
 - 4 和 6 的公倍數中最小數字是：12，也就是 4 和 6 的最小公倍數：12。
 - $12 \div 12 = 1$ 、 $24 \div 12 = 2$ 、 $36 \div 12 = 3$ 、 $48 \div 12 = 4$ ，「4 和 6 的公倍數」是「4 和 6 最小公倍數」的倍數。
3. 第(2)題給定 1~50 的數字中，4 和 6 的公倍數，要求學生檢查看看，4 和 6 的公倍數是不是最小公倍數的倍數。
 - 若沒有數字範圍限制，兩個數的公倍數有無限多個，而兩數的「公倍數」都是兩數「最小公倍數」的倍數。



基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數

(3) 算算看，1~100 的數字中，6 和 9 的公倍數有哪些？

方法一：

1~100 的數字中，

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

9 的倍數有：9、18、27、36、45、54、63、72、81、90、99

6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

答：6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

方法二：

公倍數是二個數共同的倍數。

6 的倍數有 6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

檢驗看看 6 的倍數中，有哪些也是 9 的倍數呢？

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

檢驗後發現：18、36、54、72、90 也是 9 的倍數。

所以，18、36、54、72、90 是 6 和 9 的公倍數。

答：6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

(4) 1~80 的數字中，8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80。
算算看，8 和 12 的公倍數有哪些？

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80

檢驗看看 8 的倍數中，有哪些也是 12 的倍數呢？

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80

檢驗後發現：24、48、72 也是 12 的倍數

所以，24、48、72 是 8 和 12 的公倍數。

答：8 和 12 的公倍數有：24、48、72



教材內容說明：

1. 本教材第 11~12 頁的教學重點是認識「公倍數」與「最小公倍數」。
2. 第(3)題討論 1~100 中，那些數字是 6 和 9 的共同倍數？

本教材提供兩種找出兩數公倍數的方法。

解法一：先分別找出給定範圍內 6 和 9 所有的倍數，再找出 6 和 9 共同的倍數，

共同的倍數就是 6 和 9 的公倍數。

解法二：先找出給定範圍內其中一數 6 的所有倍數，再判斷這些倍數是否為另一數 9 的倍數，同時也是 9 倍數的數就是 6 和 9 的公倍數。

- 本教材只提供快速找出給定數所有倍數的方法，如果學生無法掌握解題的意義，教師宜複習第 11~12 頁的教材。
- 100 以內 6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96。
這些倍數中「18、36、54、72、90」也是 9 的倍數，可以得到 6 和 9 的公倍數有 18、36、54、72、90。

3. 第(4)題給定 1~80 中 8 的倍數，討論那些數字是 8 和 12 的公倍數？

- 80 以內 8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80。
這些倍數中「24、48、72」也是 12 的倍數，可以得到 8 和 12 的公倍數有 24、48、72。

基本學習內容：NC-5-3-1 理解因數、公因數與最大公因數 NC-5-3-2 理解倍數、公倍數與最小公倍數



小試身手

◎將下面各題答案記錄下來：

(一)列出 1~100 當中 6 和 8 的「公倍數」，並寫出 6 和 8 的「最小公倍數」。

(1)列出 100 以內 6 的倍數：

1~100 之間 6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

(2)列出 100 以內 8 的倍數：

1~100 之間 8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96

(3)請寫出 1~100 當中 6 和 8 的「公倍數」：

1~100 之間

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96

6 和 8 的「公倍數」有：24、48、72、96

(4)請寫出 6 和 8 的「最小公倍數」：

6 和 8 的「公倍數」有：24、48、72、96，其中最小的是 24

6 和 8 的「最小公倍數」是 24

(5)檢查 6 和 8 的「公倍數」是不是「最小公倍數」的倍數？

6 和 8 的「公倍數」有：24、48、72、96……

6 和 8 的「最小公倍數」是 24

$24 \div 24 = 1$ $48 \div 24 = 2$ $72 \div 24 = 3$ $96 \div 24 = 4$

24、48、72、96 都是 6 和 8 的「最小公倍數」24 的「公倍數」

(二)已知 100 以內 8 的倍數有 8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96。

20 的倍數有 20、40、60、80、100。

找找看，100 以內 8 和 20 的公倍數有哪些？

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96

20 的倍數有：20、40、60、80、100

答：100 以內 8 和 20 的公倍數有 40 和 80

(三)已知 100 以內 18 的倍數有 18、36、54、72、90。

找找看，100 以內 4 和 18 的公倍數有哪些？

100 以內 18 的倍數有：18、36、54、72、90，

檢查看看，發現 36、72 也是 4 的倍數。

答：100 以內 4 和 18 的公倍數有 36 和 72



教材內容說明：

1. 本頁小試身手有三題，主要練習：列出兩數的公倍數，列出兩數的最小公倍數，以及判斷兩數的公倍數是兩數最小公倍數的倍數。
2. 例題(一)透過分段布題，討論 1~100 中，那些數字是 6 和 8 的公倍數？，幫助學生熟練求兩數公倍數及最小公倍數的方法。
問題(1)：要求學生寫出 100 以內 6 的倍數。
問題(2)：要求學生寫出 100 以內 8 的倍數。
問題(3)：要求學生寫出 100 以內 6 和 8 的公倍數。
問題(4)：要求學生寫出 6 和 8 的最小公倍數。
問題(5)：要求學生檢查 8 和 12 的公倍數是否為最小公倍數的倍數。
● 若沒有數字範圍限制，兩個數的公倍數有無限多個，而兩數的「公倍數」都是兩數「最小公倍數」的倍數。
3. 第(二)題給定 100 以內 8 的倍數和 20 的倍數，要求學生找出 8 和 20 的公倍數。
4. 第(三)題給定 100 以內 18 的倍數，要求學生找出 100 以內 4 和 18 的公倍數。



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

5 年級數學

