

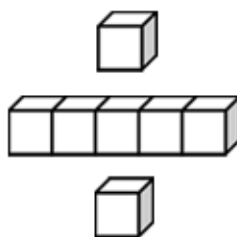
基本學習內容：NC-5-3-1、2

理解因數、公因數與最大公因數

理解倍數、公倍數與最小公倍數

班級：_____

姓名：_____



◎認識「因數」

(1) 老師有 12 顆糖果，要分裝成幾袋，每一袋分到的糖果一樣多，又剛好分完。想想看，每一袋可以分得多少顆糖果？

每袋分得 1 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 1 = 12 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 1 顆糖果，可以分給 12 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 2 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 2 = 6 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 2 顆糖果，可以分給 6 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 3 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 3 = 4 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 3 顆糖果，可以分給 4 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 4 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 4 = 3 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 4 顆糖果，可以分給 3 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 5 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 5 = 2 \dots 2$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 5 顆糖果，可以分給 2 袋，剩下 2 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 6 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 6 = 2 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 6 顆糖果，可以分給 2 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

每袋分得 7 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 7 = 1 \dots 5$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 7 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 5 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 8 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 8 = 1 \dots 4$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆



每袋分到 8 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 4 顆糖果，不能剛好分完。



每袋分得 9 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 9 = 1 \dots 3$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 9 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 3 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 10 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 10 = 1 \dots 2$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 10 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 2 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 11 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 11 = 1 \dots 1$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 11 顆糖果，可以分給 1 袋，剩下 1 顆糖果，不能剛好分完。

每袋分得 12 顆，可以剛好分完嗎？

$$12 \div 12 = 1 \dots 0$$

↓ ↓ ↓ ↓
顆 顆 袋 顆

每袋分到 12 顆糖果，可以分給 1 袋，沒有剩下糖果，剛好分完。

答：有 6 種分法可以把糖果剛好分完，
每袋分別可以分得 1、2、3、4、6、12 顆糖果

「 $12 \div 2 = 6 \dots 0$ 」，12、2、6 都是整數，餘數是 0，我們說「2 是 12 的因數」。

仔細觀察上面的算式，找出餘數是 0 的算式。

$$\begin{array}{l} 12 \div 1 = 12 \dots 0 \\ 12 \div 2 = 6 \dots 0 \\ 12 \div 3 = 4 \dots 0 \\ 12 \div 4 = 3 \dots 0 \\ 12 \div 6 = 2 \dots 0 \\ 12 \div 12 = 1 \dots 0 \end{array}$$

12 除以 1、2、3、4、6 和 12 的餘數都是 0，
且算式中的被除數、除數和商數都是整數，
1、2、3、4、6、12 都是 12 的因數。

(2) 算算看：10 的因數有哪些？

$$\begin{array}{l} 10 \div 1 = 10 \dots 0 \\ 10 \div 2 = 5 \dots 0 \\ 10 \div 5 = 2 \dots 0 \\ 10 \div 10 = 1 \dots 0 \end{array}$$

答：10 的因數有 1、2、5、10

◎找「因數」

(1) 算算看：18 的因數有哪些？

$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$

18 除以 1、2、3、6、9 和 18 的餘數都是 0，且算式中的被除數、除數和商數都是整數，算式中的除數 1、2、3、6、9 和 18 都是 18 的因數。



答：18 的因數有 1、2、3、6、9、18

要找出 18 所有的因數，需要列出所有的算式嗎？
仔細觀察上面這些算式，說說看你發現什麼？



$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \\ 18 \div 9 &= 2 \\ 18 \div 18 &= 1 \end{aligned}$$



我發現：這 6 個算式的除數，都是 18 的因數。

我發現：藍色框框 3 個算式中的除數和商數，剛好是 18 所有的因數。

$$\begin{aligned} 18 \div 1 &= 18 \\ 18 \div 2 &= 9 \\ 18 \div 3 &= 6 \\ 18 \div 6 &= 3 \end{aligned}$$

仔細看，我們可以：

從 $18 \div 1 = 18$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，1 和 18；

從 $18 \div 2 = 9$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，2 和 9；

從 $18 \div 3 = 6$ ，找出被除數 18 的 2 個因數，3 和 6。

當發現前面算式 $18 \div 3 = 6$ 的除數 3 是後面算式 $18 \div 3 = 6$ 的商數 3 時，就可以從前面這些算式的除數和商數，得到 18 所有的因數。



由除數是 1 開始依序用除法算式找因數時，發現前面算式的除數和後面算式的商數相同時，就可以從這些算式的除數和商數得到所有的因數。

(2) 算算看：28 的因數有哪些？

$$\begin{aligned} 28 \div 1 &= 28 \\ 28 \div 2 &= 14 \\ 28 \div 4 &= 7 \\ 28 \div 7 &= 4 \end{aligned}$$

我發現：虛線方框中的兩個算式，前面算式的除數是後面算式的商數。可以從前面 3 個算式，找到 28 的所有的因數。



答：28 的因數有 1、2、4、7、14 和 28

仔細看：當發現前面算式的除數是後面算式的商數時，就可以得到 28 所有的因數。





(3) 算算看：16 的因數有哪些？

$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$

答：16 的因數有 1、2、4、8、16



要找出 16 所有的因數，需要列出所有的算式嗎？
仔細觀察上面這些算式，說說看你發現什麼？

$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$



$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

$$16 \div 8 = 2$$

$$16 \div 16 = 1$$



我發現：這 5 個算式的除數，都是 16 的因數。

我發現：藍色框框中的 3 個算式中的除數和商數，剛好是 16 所有的因數。

$$16 \div 1 = 16$$

$$16 \div 2 = 8$$

$$16 \div 4 = 4$$

仔細看，我們可以：

從 $16 \div 1 = 16$ ，找出被除數 16 的 2 個因數，1 和 16；

從 $16 \div 2 = 8$ ，找出被除數 16 的 2 個因數，2 和 8；

從 $16 \div 4 = 4$ ，找出被除數 16 的 1 個因數，4；

當發現一個算式的除數和商數相同時，就可以從這些算式得到 16 所有的因數。



由除數是 1 開始依序用除法算式找因數時，
當一個算式的除數和商數相同時，
就可以從這些算式的除數和商數得到所有的因數。

(4) 算算看：36 的因數有哪些？

$$36 \div 1 = 36$$

$$36 \div 2 = 18$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$36 \div 4 = 9$$

$$36 \div 6 = 6$$

答：36 的因數有 1、2、3、4、6、9、12、18、36



小試身手

◎算算看：

<p>(1) 爸爸有 20 顆糖果，要分給小朋友，每個人分到的糖果一樣多，又剛好分完。想想看，每個小朋友可以分得多少顆？</p>	<p>(2) 14 的因數有哪些？</p>
<p>(3) 24 的因數有哪些？</p>	<p>(4) 64 的因數有哪些？</p>
<p>(5) 25 的因數有哪些？</p>	<p>(6) 32 的因數有哪些？</p>



◎認識「公因數」與「最大公因數」

(1) 12 和 18 共同的因數有哪些？

$$12 \div 1 = 12$$

$$12 \div 2 = 6$$

$$12 \div 3 = 4$$

$$12 \div 4 = 3$$



12 的因數：1、2、3、4、6、12

$$18 \div 1 = 18$$

$$18 \div 2 = 9$$

$$18 \div 3 = 6$$

$$18 \div 6 = 3$$



18 的因數：1、2、3、6、9、18

答：12 和 18 共同的因數有 1、2、3、6

◎12 和 18 共同的因數：1、2、3、6。

我們稱「1、2、3、6」為「12 和 18 的公因數」。

◎12 和 18 的公因數中最大的是 6。

我們稱「6」為「12 和 18 的最大公因數」。

(2) 12 和 18 公因數有 1、2、3、6，最大公因數是 6。

檢查看看 12 和 18 的「公因數」是不是「最大公因數」的因數？

12 和 18 的公因數：1、2、3、6

12 和 18 的最大公因數是 6

$$6 \div 1 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 \div 3 = 2$$

1、2、3、6 都是 6 的因數。

答：12 和 18 「公因數」都是「最大公因數」的因數

◎12 和 18 的公因數「1、2、3、6」是 12 和 18 的最大公因數「6」的因數。

我們發現：「12 和 18 的公因數」是「12 和 18 最大公因數」的因數。





(3) 算算看，24 和 36 的公因數有哪些？

方法一：

$$24 \div 1 = 24$$

$$24 \div 2 = 12$$

$$24 \div 3 = 8$$

$$24 \div 4 = 6$$

$$24 \div 6 = 4$$

➡ 24 的因數：1、2、3、4、6、8、12、24

$$36 \div 1 = 36$$

$$36 \div 2 = 18$$

$$36 \div 3 = 12$$

$$36 \div 4 = 9$$

$$36 \div 6 = 6$$

➡ 36 的因數：1、2、3、4、6、9、12、18、36

24 和 36 共同的因數：1、2、3、4、6、12

答：24 和 36 的公因數有 1、2、3、4、6、12

方法二：

公因數是二個數共同的因數，24 的因數有 1、2、3、4、6、8、12、24

檢驗看看 24 的因數中，有哪些也是 36 的因數呢？

1	(是)	不是) 36 的因數
2	(是)	不是) 36 的因數
3	(是)	不是) 36 的因數
4	(是)	不是) 36 的因數
6	(是)	不是) 36 的因數
8	(是)	不是) 36 的因數
12	(是)	不是) 36 的因數
24	(是)	不是) 36 的因數

檢驗後發現：

1、2、3、4、6、12 也是 36 的因數。

所以，1、2、3、4、6、12 是
24 和 36 的公因數。

答：24 和 36 的公因數有 1、2、3、4、6、12

(4) 30 的因數有 1、2、3、5、6、10、15、30。

算算看，24 和 30 的公因數有哪些？

1	(是)	不是) 24 的因數
2	(是)	不是) 24 的因數
3	(是)	不是) 24 的因數
5	(是)	不是) 24 的因數
6	(是)	不是) 24 的因數
10	(是)	不是) 24 的因數
15	(是)	不是) 24 的因數
30	(是)	不是) 24 的因數

檢驗後發現：

1、2、3、6 也是 24 的因數。

所以，1、2、3、6 是
24 和 30 的公因數。

答：24 和 30 的公因數有 1、2、3、6



小試身手

(一)算出 8 和 12 的最大公因數。

(1) 8 的因數有那些，請寫下來：

(2) 12 的因數有那些，請寫下來：

(3) 請寫出 8 和 12 的公因數：

(4) 請寫出 8 和 12 的最大公因數：

(5) 檢查 8 和 12 的「公因數」是不是「最大公因數」的因數？

(二)已知 32 的因數有 1、2、4、8、16、32。

40 的因數有 1、2、4、5、8、10、20、40。

找找看，32 和 40 的公因數有哪些？

(三)42 的因數有 1、2、3、6、7、14、21、42。

找找看，42 和 48 的公因數有哪些？



◎認識「倍數」

(1) $7 \times (\quad) = 14$ ，請問 (\quad) 裡應該填入哪個數字？

$$7 \times (2) = 14$$

答：應該填入 2

7 乘以 2 的積是 14，且 7、2、14 都是整數；
我們說「14 是 7 的倍數」。



(2) 請列出 1 到 50 之間所有 6 的倍數。

$$6 \times 1 = 6$$

$$6 \times 2 = 12$$

$$6 \times 3 = 18$$

$$6 \times 4 = 24$$

$$6 \times 5 = 30$$

$$6 \times 6 = 36$$

$$6 \times 7 = 42$$

$$6 \times 8 = 48$$

$$6 \times 9 = 54 (\text{超過 } 50)$$

答：50 以內 6 的倍數有 6、12、18、24、30、36、42、48

(3) 想想看：52 是不是 4 的倍數？

方法一：

4 的倍數有：4、8、12、16、20、
24、28、32、36、40、44、48、
52……

答：52 是 4 的倍數。

方法二：

$$4 \times \square = 52$$

$$52 \div 4 = 13$$

$$\square = 13$$

因為 4、13、52 都是整數，
所以 52 是 4 的倍數。

答：52 是 4 的倍數。

(4) 想想看：85 是不是 7 的倍數？

方法一：

7 的倍數有：
7、14、21、28、35、42、
49、56、63、70、77、
84、91……

答：85 不是 7 的倍數。

方法二：

$$7 \times \square = 85$$

$$85 \div 7 = \frac{85}{7}$$

$$\square = \frac{85}{7}$$

因為 $\frac{85}{7}$ 不是整數，所以 85 不是 7 的倍數。

答：85 不是 7 的倍數。



小試身手

(一)請列出 1~30 之間所有「4 的倍數」：

(二)請列出 1~50 之間所有「8 的倍數」：

(三)90 是不是 6 的倍數？請將理由寫出來：

(四)91 是不是 7 的倍數？請將理由寫出來：

◎認識「公倍數」與「最小公倍數」

(1) 1~50 的數字中，4 和 6 共同的倍數有哪些？

1~50 的數字中，

4 的倍數：4、8、**12**、16、20、**24**、28、32、**36**、40、44、**48**

6 的倍數：6、**12**、18、**24**、30、**36**、42、**48**

1~50 的數字中 4 和 6 共同的倍數：12、24、36、48

答：12、24、36、48

12、24、36、48... 是 4 和 6 共同的倍數。

我們稱「12、24、36、48...」為「4 和 6 的公倍數」。

4 和 6 的公倍數中最小的是 12。

我們稱「12」是「4 和 6 的最小公倍數」。



(2) 1~50 的數字中，4 和 6 的公倍數有 12、24、36、48，最小公倍數是 12。
檢查看看，4 和 6 的「公倍數」是不是「最小公倍數」的倍數？

1~50 的數字中 4 和 6 的公倍數：12、24、36、48

4 和 6 的最小公倍數是 12

$$12 \div 12 = 1$$

$$24 \div 12 = 2$$

$$36 \div 12 = 3$$

$$48 \div 12 = 4$$

12、24、36、48 都是 4 和 6 的最小公倍數 12 的倍數

答：4 和 6 的公倍數都是「4 和 6 最小公倍數」的倍數。

12、24、36、48... 是「4 和 6 的公倍數」，

「12」是「4 和 6 的最小公倍數」。

$$12 \div 12 = 1 \quad 24 \div 12 = 2 \quad 36 \div 12 = 3 \quad 48 \div 12 = 4 \quad \dots\dots$$

我們發現：

「4 和 6 的公倍數」都是「4 和 6 最小公倍數」的倍數。





(3) 算算看，1~100 的數字中，6 和 9 的公倍數有哪些？

方法一：

1~100 的數字中，

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

9 的倍數有：9、18、27、36、45、54、63、72、81、90、99

6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

答：6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

方法二：

公倍數是二個數共同的倍數。

6 的倍數有 6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

檢驗看看 6 的倍數中，有哪些也是 9 的倍數呢？

6 的倍數有：6、12、18、24、30、36、42、48、54、60、66、72、78、84、90、96

檢驗後發現：18、36、54、72、90 也是 9 的倍數。

所以，18、36、54、72、90 是 6 和 9 的公倍數。

答：6 和 9 的公倍數有：18、36、54、72、90

(4) 1~80 的數字中，8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80。
算算看，8 和 12 的公倍數有哪些？

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80

檢驗看看 8 的倍數中，有哪些也是 12 的倍數呢？

8 的倍數有：8、16、24、32、40、48、56、64、72、80

檢驗後發現：24、48、72 也是 12 的倍數

所以，24、48、72 是 8 和 12 的公倍數。

答：8 和 12 的公倍數有：24、48、72



小試身手

◎將下面各題答案記錄下來：

(一)列出 1~100 當中 6 和 8 的「公倍數」，並寫出 6 和 8 的「最小公倍數」。

(1)列出 100 以內 6 的倍數：

(2)列出 100 以內 8 的倍數：

(3)請寫出 1~100 當中 6 和 8 的「公倍數」：

(4)請寫出 6 和 8 的「最小公倍數」：

(5)檢查 6 和 8 的「公倍數」是不是「最小公倍數」的倍數？

(二)已知 100 以內 8 的倍數有 8、16、24、32、40、48、56、64、72、80、88、96。

20 的倍數有 20、40、60、80、100。

找找看，100 以內 8 和 20 的公倍數有哪些？

(三)已知 100 以內 18 的倍數有 18、36、54、72、90。

找找看，100 以內 4 和 18 的公倍數有哪些？



教育部國民及學前教育署 編

國民小學

學生學習扶助教材

5 年級數學

