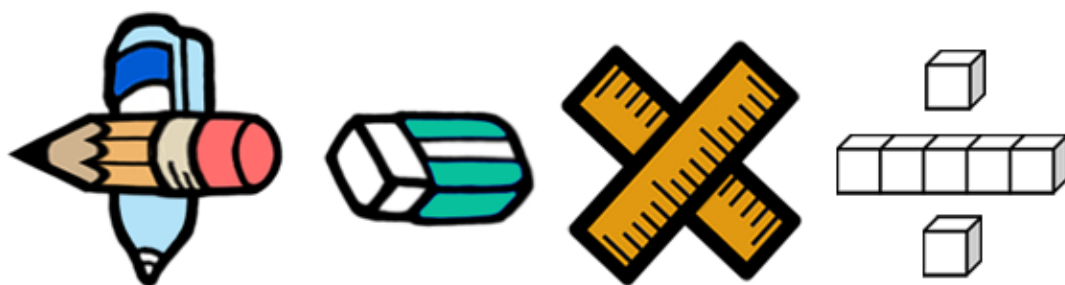




# 基本學習內容：NC-7-6-1

$a^n$ 的意義( $n$  為非負整數)

【教師版】





基本學習內容：NC-7-6-1

**學習內容：**

N-7-6 指數的意義：指數為非負整數的次方； $a \neq 0$  時  $a^0 = 1$ ；同底數的大小比較；  
指數的運算。

**基本學習內容：**

NC-7-6-1  $a^n$  的意義（ $n$  為非負整數）。

**基本學習表現：**

NCP-7-6-1-1 理解： $a^n = \overbrace{a \times a \times \dots \times a}^{n\text{個}} (n \text{ 為正整數})$ 。

NCP-7-6-1-2 理解若  $n$  為奇數，則  $(-a)^n = -a^n$ ；若  $n$  為偶數，則  $(-a)^n = a^n$ 。

NCP-7-6-1-3 理解當  $0 < a < 1$  時，若  $m > n$  則  $a^m < a^n$ ；

當  $a > 1$  時，若  $m > n$  則  $a^m > a^n$ 。

NCP-7-6-1-4 理解含指數的四則混合運算。

NCP-7-6-1-5 理解包含指數的計算式時，指數的運算順序優先於四則運算。



**概要說明：**

- 本基本學習內容為 NC-2-6-1 之後續學習概念，故學生應該已經能將連加的算式改記成乘法算式。本基本學習內容將某數的連乘積記為指數的形式。
- 本基本學習內容指數的底數限制在有理數的範圍中，次方僅限於非負整數。
- 教師可透過「某數連加可簡記為乘法」，來類比「某數連乘可簡記為指數」，讓學生知道指數是一種簡記的方法。
- 關於 $-3^2$ 這類指數前方出現負號的問題，學生常搞混運算的順序，教師宜跟學生說明，這裡其實是省略了一個括號，我們習慣將 $-(3^2)$ 的括號省略後記為 $-3^2$ ，因此在計算 $-3^2$ 時，次方的順序優先於負號。同樣地，因為次方的順序優先於負號，也應該跟學生說明 $(-3)^2$ 的括號不能省略。教師亦可在遇到相關問題時，都協助學生將括號補上，以避免學生搞混運算順序。
- 進行包含指數的式子運算時，若有括號則括號先算，沒有括號時，指數運算優先於四則運算。
- 本基本學習內容先不處理 $a^0=1$  ( $a \neq 0$ )，待後續談指數律時再引入較為合適。



基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)

### 指數的意義

- (1) 4 個 5 相加「 $5 + 5 + 5 + 5 = 20$ 」可以記成「 $5 \times 4 = 20$ 」  
 4 個 5 相乘「 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ 」可以怎麼記？

解：

「 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ 」可以記成「 $5^4 = 625$ 」

4 個 5 相加，將 4 記在 5 的右邊「 $5 \times 4 = 20$ 」

4 個 5 相乘，將 4 記在 5 的右上方「 $5^4 = 625$ 」

「 $5^4 = 625$ 」讀作 5 的 4 次方等於 625。

- (2) 「 $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ 」可以記成「 $5^4 = 625$ 」，讀做 5 的 4 次方等於 625。  
 ①  $(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$  可以怎麼記？怎麼讀？  
 ②  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$  可以怎麼記？怎麼讀？

解：

① 3 個  $(-2)$  相乘，將  $(-2)$  記在 3 的右上方「 $(-2)^3 = -8$ 」

$(-2) \times (-2) \times (-2) = -8$  可以記成「 $(-2)^3 = -8$ 」

「 $(-2)^3 = -8$ 」讀作負 2 的 3 次方等於負 8。

② 5 個  $\frac{1}{2}$  相乘，將  $\frac{1}{2}$  記在 5 的右上方「 $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$ 」

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$  可以記成「 $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$ 」

「 $(\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$ 」讀作  $\frac{1}{2}$  的 5 次方等於  $\frac{1}{32}$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是認識指數記法的意義，以及能算出指數的值。
2. 第(1)題先提示「 $5+5+5+5=20$ 」可以記成「 $5\times 4=20$ 」，再要求學生回答「 $5\times 5\times 5\times 5=625$ 」可以怎麼記。
  - 教師可以先比對「 $5\times 4=20$ 」和「 $5+5+5+5=20$ 」記法的異同，幫助學生認識「 $5\times 4=20$ 」中的「4」摘要的記了 5 加 4 次。
  - 如果學生無法回答，教師可以宣告「 $5\times 5\times 5\times 5=625$ 」可以記成「 $5^4=625$ 」，「 $5^4=625$ 」中的「4」摘要的記了 5 乘 4 次。
  - 學生的記法只要合理教師都應該先接受，再說明數學上將「 $5\times 5\times 5\times 5=625$ 」記成「 $5^4=625$ 」。
3. 第(2)題先說明「 $5\times 5\times 5\times 5=625$ 」可以記成「 $5^4=625$ 」，讀做「5 的四次方等於 625」，再要求學生回答 2 個子問題。
 

子問題①要求學生類比前面的提示，將 $(-2)\times (-2)\times (-2)=-8$ 改記後再讀出來。

子問題②要求學生類比前面的提示，將 $\frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}=\frac{1}{32}$ 改記後再讀出來。

  - 如果學生無法記錄，教師應先幫助學生複習問題 1 後，再要求學生改記。
  - 教師應說明 $(-2)^3$ 中的 $(-2)$ 必須加上括號，才容易溝通 $(-2)^3$ 是 $(-2)$ 乘了 3 次。
  - 如果學生將 $\frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times \frac{1}{2}=\frac{1}{32}$ 改記 $(\frac{1}{2})^5$ ，教師應說明 $\frac{1}{2}$ 不加上括號，也可以清楚的知道是 $\frac{1}{2}$ 乘了 5 次。
  - 教師也可以舉相同小數相乘或相同負分數相乘的例子，幫助學生認識相同的數相乘都可以改記成指數的記法。
  - 本頁教材尚未引入指數的名詞，下一頁教材才引入指數的名詞。

基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)

數學上稱「 $5^4$ 」、「 $(-2)^3$ 」、「 $(\frac{1}{2})^5$ 」為指數的記法

「 $5^4$ 」中的 5 為底數、4 為指數。「 $(-2)^3$ 」中的  $(-2)$  為底數、3 為指數。

「 $(\frac{1}{2})^5$ 」中的  $(\frac{1}{2})$  為底數、5 為指數。



(3) 請指出  $(-3)^5$ 、 $(\frac{2}{3})^4$  的指數和底數。

解：

$(-3)^5$  中的  $(-3)$  為底數、5 為指數。

$(\frac{2}{3})^4$  中的  $\frac{2}{3}$  為底數、4 為指數。

(4) 請你用指數的記法記記看

①  $7 \times 7 = 49$

②  $8 \times 8 \times 8 = 512$

③  $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

解：

①  $7 \times 7 = 49$  用指數記法記成  $7^2 = 49$

②  $8 \times 8 \times 8 = 512$  用指數記法記成  $8^3 = 512$

③  $(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$  用指數記法記成  $(-2)^5 = -32$

(5) 請你用指數的記法記記看

①  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

②  $(-2) \times (-2) \times (-2) \times 5 \times 5$

解：

①  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  用指數記法記成  $2^2 \times 3^4$

②  $(-2) \times (-2) \times (-2) \times 5 \times 5$  用指數記法記成  $(-2)^3 \times 5^2$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~5 頁的教學重點是認識指數記法的意義，以及能算出指數的值。
2. 本頁第 1 段透過列舉的方式，由教師宣告指數的定義。
  - 本補救教學教材宣告指數中底數可以是正整數、負整數、正分數及負分數，指數部分僅宣告可為正整數，不討論負整數、分數的情況。
3. 第(3)題給定算式  $(-3)^5$ 、 $(\frac{2}{3})^4$ ，要求學生指出指數及底數。
  - 教師應說明  $(-3)^5$ 、 $(\frac{2}{3})^4$  中的  $-3$  必須加上括號，才容易溝通  $(-3)^5$  是  $-3$  乘了 5 次、 $(\frac{2}{3})^4$  是  $\frac{2}{3}$  乘了 4 次，並且說明  $-3$ 、 $\frac{2}{3}$  為底數，5、4 為指數。
4. 第(4)題給定相同整數相乘的算式，要求學生改記成指數記法。
  - 如果學生無法記錄，教師應先幫助學生複習問題 2 後，再要求學生改記。
  - 教師佈題時，不宜要求學生改記  $7 \times 7$  為  $7^2$ ，而是將完整算式  $7 \times 7 = 49$  為  $7^2 = 49$ 。
  - 教師應說明  $(-2)^5$  中的  $(-2)$  必須加上括號，才容易溝通  $(-2)^5$  是  $(-2)$  乘了 5 次。
5. 第(5)題給定兩個不同整數相乘的算式，要求學生改記成指數記法。
  - 學生知道  $2 \times 2 = 2^2$  及  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ ，因此我們請學生改記  $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^4$ ，知道相同的數字相乘都能使用指數的記法改記。
  - 教師也可以舉部分相同分數相乘的例子，幫助學生認識相同的數相乘都可以改記成指數的記法。

## 基本學習內容：NC-7-6-1

基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)

(6) 試求下面各題目的值

①  $(-3)^5$

②  $(\frac{2}{3})^4$

解：

①  $(-3)^5 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = -243$

②  $(\frac{2}{3})^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

(7) 試求  $-2^4$  的值

解：

小明： $-2^4$  是 4 個  $(-2)$  相乘

$$-2^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$$

答： $-2^4 = 16$

小華： $-2^4$  是負的  $2^4$ 

$$-2^4 = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

答： $-2^4 = -16$

兩個同學算出來答案不一樣，誰是對的呢？

小華算的是對的

$$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \text{ 記成 } (-2)^4$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \text{ 記成 } 2^4$$

$$-(2 \times 2 \times 2 \times 2) \text{ 記成 } -(2^4)$$

可以透過指數部分先算的約定省略括號，將  $-(2^4) = -2^4$ 

$$-2^4 = -(2^4) = -(2 \times 2 \times 2 \times 2) = -16$$

答： $-2^4 = -16$







### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是認識指數記法的意義，以及能算出指數的值。

2. 第(6)題給定算式 $(-3)^5$ 、 $(\frac{2}{3})^4$ ，要求學生計算此指數的值。

- 如果學生無法計算，教師應先幫助學生複習問題(4)後，再進行計算。
- 教師應說明括號的部份要先算，所以 $(-3)^5=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$ 。
- 教師也可以舉底數是小數或分數的例子，幫助學生理解指數的意義。
- 教師不宜出計算複雜的題目請學生進行計算。

3. 第(7)題請學生計算 $-2^4$ 的值。

- 學生在國小已掌握計算時括號的部份要先算運算次序的約定， $(2^4)$ 與 $(-2)^4$ 有括號，因此學生計算 $(2^4)$ 與 $(-2)^4$ 時較沒有困難。

$-2^4$ 中沒有括號，學生無法掌握 $-2^4$ 指的是 $-(2^4)$ 或 $(-2)^4$ 。

教師應說明 $-2^4$ 指的是 $-(2^4)$ ，數學上習慣將 $-(2^4)$ 中的括號省略，或提示學生，當有一個數前面有負號，右上方有指數時，要先算指數的部份。

- 本題透過比對 $-(2^4)=-(2\times2\times2\times2)$ 與 $-2^4=-2\times2\times2\times2$ 答案一樣，幫助學生看到 $-2^4$ 指的是 $-(2^4)$ ，因此 $-2^4$ 透過指數的部分 $2^4$ 先運算再加上負號。並強調 $-2^4$ 為 $-(2^4)$ 省略括號後的結果。

本教材透過比對 $-(2^4)=-(2\times2\times2\times2)$ 與 $-2^4=-2\times2\times2\times2$ 的答案一樣，幫助學生看到 $-2^4$ 指的是 $-(2^4)$ 。

基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)

(8) 試求下面各題目的值

①  $(-3)^4$

②  $-(3^4)$

③  $-3^4$

解：

①  $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$

②  $-(3^4) = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81$

③  $-3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3) = -81$

(9) 請你在  $\square$  中填入  $>$ 、 $=$  或  $<$

①  $(-2)^4 \square 2^4$

②  $(-2)^3 \square -2^3$

①



方法一：

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

因此， $(-2)^4 = 2^4$

答： $(-2)^4 = 2^4$



方法二：

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

一共有 4 個  $(-2)$  去相乘，答案為正數，可以得到  $(-2)^4 = 2^4$

答： $(-2)^4 = 2^4$

②



方法一：

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$-2^3 = -(2 \times 2 \times 2) = -8$

因此， $(-2)^3 = -2^3$

答： $(-2)^3 = -2^3$



方法二：

$(-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2)$

一共有 3 個  $(-2)$  去相乘，答案為負數，可以得到  $(-2)^3 = -2^3$

答： $(-2)^3 = -2^3$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是認識指數記法的意義，以及能算出指數的值。
2. 第(8)題請學生計算  $(-3)^4$ 、 $-(3)^4$  及  $-3^4$ 。
  - 如果學生無法計算，教師應先幫助學生複習問題(7)後，再進行計算。
  - 教師應說明  $-3^4$  指的是  $-(3^4)$ ，數學上習慣將  $-(3^4)$  中的括號省略，或提示學生，當有一個數前面有負號，右上方有指數時，要先算指數的部份。
3. 第(9)題包含兩個子問題，
 

子題①要求學生比較  $(-2)^4$  與  $2^4$  的大小。

本教材提供兩種解題方法，

方法一：分別算出答案都是 16 後，得到  $(-2)^4 = 2^4$

方法二：負數的偶數次方的乘積一定是正數，所以  $(-2)^4 = 2^4$ 。

  - 教師可以幫助學生看到，底數為 2 與 -2 時，指數是偶數次方時，答案會相等。教師在教學中可以多舉幾個例子，幫助學生觀察出當底數為  $a$  和  $-a$ ，指數為偶數次方時，都會得到  $(-a)^n = a^n$ 。

子題②要求學生比較  $(-2)^3$  與  $2^3$  的大小。

本教材提供兩種解題方法，

方法一：分別算出答案都是 -8 後，得到  $(-2)^3 = -2^3$

方法二：負數的奇數次方的乘積一定是負數，所以  $(-2)^3 = -2^3$ 。

  - 教師可以幫助學生看到，底數為 2 與 -2 時，指數是奇數次方時，答案會差一個負號。教師在教學中可以多舉幾個例子，幫助學生觀察出當底數為  $a$  和  $-a$ ，指數為奇數次方時，都會得到  $(-a)^n = -a^n$ 。



基本學習內容：NC-7-6-1

基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)



由上面的這個例題，我們可以發現

(1) 當一個數的指數為偶數時，得到  $(-2)^4 = 2^4$ 、 $(-3)^6 = 3^6$ 。

(2) 當一個數的指數為奇數時，得到  $(-2)^3 = -2^3$ 、 $(-3)^5 = -3^5$ 。



隨堂練習

請你在  $\square$  中填入  $>$ 、 $<$  或  $=$

①  $(-4)^3 \square 4^3$       ②  $(-5)^4 \square 5^4$

答：①  $<$  ②  $=$

(10) 試求下面各題目的值

①  $4^3 + (-3^3) - 2^3$

②  $(-3)^2 - 2 \times (-2)^5$

解：

$$\begin{aligned} \text{① } & 4^3 + (-3^3) - 2^3 \\ &= 4 \times 4 \times 4 + [-(3 \times 3 \times 3)] - 2 \times 2 \times 2 \\ &= 64 + (-27) - 8 \\ &= 64 - 27 - 8 \\ &= 29 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } & (-3)^2 - 2 \times (-2)^5 \\ &= (-3) \times (-3) - 2 \times [(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)] \\ &= 9 - 2 \times (-32) \\ &= 9 + 64 = 73 \end{aligned}$$



隨堂練習

試求下面各題目的值

①  $(-2)^4 + 3^2 \times (-4)^3$       ②  $2 \times (-2)^3 - (-3)^2$

答：① 592 ② -25



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～5 頁的教學重點是認識指數記法的意義，以及能算出指數的值。

2. 第(10)題給定兩個子問題幫助學生熟練指數混合四則運算。

子問題①要求學生算出先加後減的兩步驟指數問題，

提醒學生由左往右計算。

子問題②要求學生計算先乘後減的兩步驟指數問題，

提醒學生先乘除後加減。

- 當一個四則混合指數問題時，幫助學生先進行指數運算，將原問題化為整數的四則運算問題，再利用運算規則進行運算。



基本學習內容：NC-7-6-1  $a^n$  的意義 ( $n$  為非負整數)



小試身手

(1) 試求下面各題目的值

①  $(-6)^2$

②  $-(6^2)$

③  $-6^2$

答：①36 ②-36 ③-36

(2) 請你在  $\square$  中填入  $>$ 、 $=$  或  $<$

①  $-5^3 \square (-5)^3$       ②  $(-2)^4 \square 2^4$

答：①= ②=

(3) 試求下面各題目的值

①  $(-4)^2 - 5^2 \times (-2)^3$       ②  $(-5) \times 3^2 - (-3)^2$

答：①216 ②-54



**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手針對指數的意義練習題(1)~(3)題。

第 1 題:利用指數的意義得到答案。

第 2 題:根據指數的意義，判斷兩指數的大小。

第 3 題:利用指數的意義與四則運算規則，計算出答案。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

