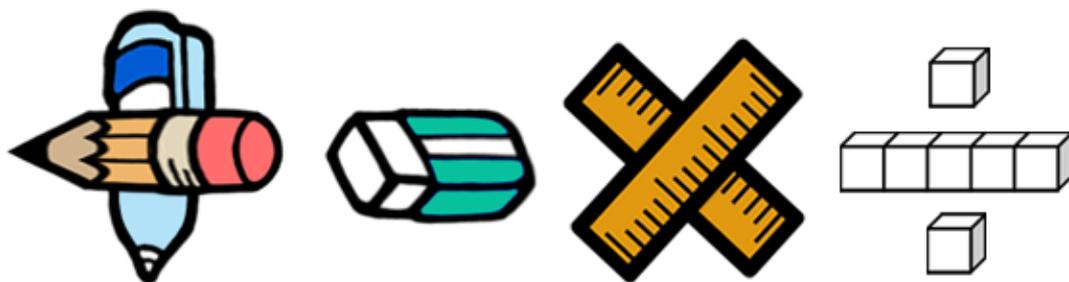




基本學習內容：AC-7-2-1、2

列一元一次方程式 一元一次方程式解的意義 【教師版】



**學習內容：**

A-7-2 一元一次方程式的意義：一元一次方程式及其解的意義；
具體情境中列出一元一次方程式。

基本學習內容：

AC-7-2-1 列一元一次方程式。

AC-7-2-2 一元一次方程式解的意義。

基本學習表現：

ACP-7-2-1-1 能認識係數為有理數之一元一次方程式。

ACP-7-2-1-2 能依據生活情境，列出一元一次方程式。

ACP-7-2-2-1 能理解一元一次方程式中解的意義。

概要說明：

- 本基本學習內容AC-7-2-1為RC-4-1-2及RC-5-1-2之後續學習概念，故學生應該已能用併式填充題記錄兩步驟及三步驟問題。本基本學習內容幫助學生在具體情境中列出一元一次方程式。
- 一元一次方程式的意義為：恰有一個未知數且其次方數皆為一的等式。換句話說，組成方程式的每一項皆為一個數或是一個數跟此未知數的乘積。
- 根據情境所列出的一元一次方程式時，宜以較為單純的情境，讓學生學習設未知數的技能。例如：「買了 3 個漢堡及 20 元的薯條，共花了 125 元，請問漢堡一個多少元？」依題意假設每個漢堡 x 元，可列出方程式為 $3x+20=125$
- 依題意列出一元一次方程式後，例如列出 $3x+5=x-6$ 、 $2x-11=0$ 、 $\frac{3x+5}{2}=\frac{x-2}{4}$ 等，必須將方程式化簡為 $ax+b=0$ 或 $ax=b$ 之基本型式(標準式)，才能求出方程式的解。其中 $ax+b=0$ 的解為 $x=\frac{-b}{a}$ ， $ax=b$ 的解為 $x=\frac{b}{a}(a\neq 0)$ 。



- 本基本學習內容限制在恰有一個未知數的情境中進行列式的活動，不引入有兩個未知數的情境。以問題「買一個漢堡及一包薯條共需 55 元，買了 3 個漢堡及 2 包薯條共花了 145 元，請問漢堡一個多少元？」為例，該題屬於含兩個未知數的情境，假設漢堡一個 x 元，薯條一包 y 元，可以列出二元一次聯立方程式，

$$\begin{cases} x + y = 55 \\ 3x + 2y = 145 \end{cases}$$
 雖然將 $y = 55 - x$ 代入 $3x + 2y = 145$ 後，可以依題意列出一元一次方程式 $x + 110 = 145$ ，但這類問題的列式對國中一年級學生而言相當困難，本基本學習內容不進行這類問題的教學。

- 在本學習內容的情境中，列式宜盡量簡單化，以不超過四步驟為原則，四步驟列式如 $3 \cdot x + 2(55 - x) = 145$ 。

- 本基本學習內容 AC722 為 AC721 之後續學習概念，故學生應該已能在具體情境中列出一元一次方程式。本基本學習內容幫助學生理解一元一次方程式解的意義。

- 一元一次方程式的解之意義為「使等號兩邊成立的未知數之數值」。如果將具體情境中相等的數量關係以一元一次方程式表示時，方程式的解就是使情境中相等關係成立的數值。

- 本基本學習內容只處理唯一解的情況，不討論無解或無窮多個解的情況。例如： $3x + 2 = 3x + 1$ 經化簡後形如 $0x = -1$ 的無解題型，或 $3x + 2 = 3x + 2$ 經化簡後形如 $0x = 0$ 的無窮多解題型。

- 面對 $6 = x + 5$ 或 $6 = y \times 5$ 這類問題時，不宜要求學生利用等量公理將 x 或 y 移至等號的左邊，應利用等號的對稱性將 $6 = x + 5$ 改記成 $x + 5 = 6$ ，將 $6 = y \times 5$ 改記成 $y \times 5 = 6$ 。



基本學習內容：AC-7-2-1、2 列一元一次方程式；一元一次方程式解的意義

◎單步驟列式

(1)「弟弟有 30 張神奇寶貝卡，哥哥也有一些神奇寶貝卡，兩人合起來有 50 張神奇寶貝卡。」請問哥哥有幾張神奇寶貝卡？

我先用算式 $30+(\quad)=50$ 把問題記下來。
 再用算式 $50-30=20$ ，算出 (\quad) 內可填入數字 20。
 得到「哥哥有 20 張神奇寶貝卡」的答案。
 答：哥哥有 20 張神奇寶貝卡



答：哥哥有 20 張神奇寶貝卡

- ◆ 假設 (\quad) 內要填入的數字是 x ，
 我們原來用算式 $30+(\quad)=50$ ，把問題記下來。
 現在可以改用算式 $30+x=50$ ，把問題記下來。
- ◆ 算式 $30+(\quad)=50$ ， (\quad) 內可以填入 20。
 現在算式 $30+x=50$ ，可以用 x 來代表填入的數字 20，
 也就是 $x=20$ 。
- ◆ 算式 $30+x=50$ 中，我們稱 x 為未知數， $30+x=50$ 稱為有未知數的算式。



(2)「妹妹有一些糖果，姐姐給她 12 顆糖果後，妹妹共有 30 顆糖果。請問妹妹原有幾顆糖果？」用 x 表示妹妹原有的糖果顆數，請用有未知數 x 的算式把問題記下來。

- ◆ 我先用 $(\quad)+12=30$ 把問題記下來。
 假設 (\quad) 內要填入的數字是 x ，可以將算式記成「 $x+12=30$ 」
 把問題記下來。
 答： $x+12=30$



答： $x+12=30$



教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是透過複習單步驟列式與雙步驟列式，幫助學生理解一元一次方程式的意義。
2. 第(1)題給定一生活情境，弟弟有 30 張神奇寶貝卡，哥哥與弟弟共有 50 張神奇寶貝卡，問哥哥有幾張神奇寶貝卡?要求學生列出算式並求出答案。
依題意，可列出 $30+(\quad)=50$ ，再計算出 (\quad) 答案為 20。
 - 教師應幫助學生列出 $30+(\quad)=50$ 的算式，再進一步求出答案。
3. 教師重點框說明算式 $30+(\quad)=50$ 中的 (\quad) 可以使用文字符號 x 來取代，本題可以知道此處的 $x=20$ 。在 $30+x=50$ 的列式中，我們稱 x 為未知數， $30+x=50$ 為有未知數的算式。
 - 此處尚未引入一元一次方程式的名詞，待介紹雙步驟列式後再引入一元一次方程式。
4. 第(2)題給定一生活情境，姐姐給妹妹 12 顆糖果之後，妹妹共有 30 顆糖果，請問妹妹有幾個糖果?本題要求學生使用未知數 x 來列出問題。
先使用 $(\quad)+12=30$ 將問題記錄下來， (\quad) 可以使用未知數 x 來取代，問題可以記錄成 $x+12=30$ 。
 - 此處不要求學生將答案求出，練習將問題紀錄 $x+12=30$ 即可。

基本學習內容：AC-7-2-1、2 列一元一次方程式；一元一次方程式解的意義

兩步驟列式

- (3) ①「鉛筆一支 15 元，彤彤買了 6 支，再買一個橡皮擦 10 元，共要付多少元？」請用 **1 個算式** 把做法記下來。
- ②「現在鉛筆漲價了，彤彤一樣買了 6 支鉛筆，再買一個橡皮擦 10 元，共要付 130 元，請問漲價後一支鉛筆多少元？」假設漲價後一支鉛筆 x 元，請用有未知數 x 的算式把問題記下來。

①

$$(15 \times 6) + 10 = 100$$

答：要付 100 元



②

現在漲價後一支鉛筆的價格不知道，可以假設一支鉛筆賣 x 元，用算式「 $x \times 6 + 10 = 130$ 」把問題記下來。

答：①要付 100 元 ② $x \times 6 + 10 = 130$

- (4)「牙膏工廠今日製造 3625 條牙膏，其中有 25 條是瑕疵品，其餘的每數個裝成一盒，共可裝成 300 盒。」假設每 y 個牙膏裝成一盒，請用有未知數 y 的算式把題目記下來。

我用算式 $(3625 - 25) \div y = 300$ 把問題記錄下來。

答：「 $(3625 - 25) \div y = 300$ 」



答：「 $(3625 - 25) \div y = 300$ 」

注意：題目假設未知數為 y ，我們答題就用 y 作答。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是透過複習單步驟列式與雙步驟列式，幫助學生理解一元一次方程式的意義。

2. 第(3)題包含兩個子題，

子題①給定一生活情境，鉛筆 15 元買了 6 支，再買一個橡皮擦 10 元，要求學生使用一個算式將題目記錄下來。子題②，一樣購買 6 支鉛筆以及一個 10 元的橡皮擦，但是共花了 130 元，假設鉛筆一隻為 x 元，要求學生使用有未知 x 的算式記錄問題。

子題①，將鉛筆花費的錢和橡皮擦花費的錢相加起來，得到 $15 \times 6 + 10 = 100$ 元。

子題②，鉛筆花費為 x 元和橡皮擦花費 10 元，共花 130 元，可列式為 $x \times 6 + 10 = 130$ 元。

3. 第(4)題給定一生活情境，牙膏工廠製作 3625 條牙膏，其中 25 條為瑕疵品，共可裝成 300 盒，假設每 y 個牙膏裝一盒，要求學生使用有未知數 y 的算式記錄問題。

將瑕疵牙膏扣除之後，每 y 個牙膏裝一盒，共可裝 300 盒，可以列式為 $(3625 - 25) \div y = 300$ 。

- 本題要求學生使用未知數 y 來列式，題目(3)與題目(4)皆指定未知數為 x 或 y ，教師應幫助學生使用題目指定的未知數來列式。



基本學習內容：AC-7-2-1、2 列一元一次方程式；一元一次方程式解的意義

- (5)「老師買了 10 包色紙，每包有不知道有多少張，平均分給 25 個小朋友，每個小朋友可以得到 8 張色紙，請問一包色紙有多少張？」請用有未知數的算式把題目記下來。

在題目中，沒有提到任何未知數，並沒有說未知數是什麼，我們可以用 x 、 y 或 a 等符號來列式。



◆ 題目問一包色紙有多少張？

如果假設「一包色紙有 y 張」，可以用 $(10 \times y) \div 25 = 8$ 將題目記下來。

如果假設「一包色紙有 a 張」，可以用 $(10 \times a) \div 25 = 8$ 將題目記下來。



- (6)「豆干一包不知道多少元，小明有 500 元，買了 12 包，還剩下 20 元。請問一包豆干賣多少元？」請用有未知數的算式把題目記下來。

假設豆干一包賣 x 元，可以用 $500 - (12 \times x) = 20$ 把題目記下來。



像 $500 - (12 \times x) = 20$ 的這種算式可以簡記成 $500 - 12x = 20$



像 $6x + 10 = 130$ 、 $(3625 - 25) \div y = 300$ 、 $500 - 12x = 20$ 這種含有未知數的等式，稱為方程式。



隨堂練習

- (1)「美美到郵局買 5 元和 7 元的郵票，5 元郵票買 10 張，7 元郵票不知道幾張，總共 155 元。請問 7 元郵票多少張？」用 x 表示 7 元郵票的張數，再把題目記下來。 $7x + 50 = 155$
- (2)「小華到麥當當買 3 份套餐，再加買 45 元的薯條，總共 402 元。請問一套餐的價格為多少元？」用 y 表示一份套餐的價格，再把題目記下來。 $3x + 45 = 402$



教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是透過複習單步驟列式與雙步驟列式，幫助學生理解一元一次方程式的意義。
2. 第(5)題給定一生活情境，10 包色紙分給 25 個小朋友，每個小朋友可以得到 8 張色紙，要求學生使用有未知數的算式記錄問題。
本題沒有指定代表未知數的文字符號，學生可以使用任何文字符號來記錄問題。本教材提供兩種紀錄方式：
假設一包色紙有 y 張，可以用 $(10 \times y) \div 25 = 8$ 來記錄問題；
假設一包色紙只有 a 張，可以用 $(10 \times a) \div 25 = 8$ 來記錄問題。
3. 第(6)題給定一生活情境，小明用 500 元買了 12 包豆干，剩下 20 元，要求學生使用有未知數的算式記錄問題。
假設豆干一包 y 元，可以用 $500 - (12 \times x) = 20$ 來記錄問題。
之前學生已經學過簡記，本題可簡記成 $500 - 12x = 20$ 。
4. 定義框說明像 $(10 \times y) \div 25 = 8$ 、 $500 - 12x = 20$ 含有未知數的等式稱為方程式。
 - 本教材不刻意說明一元一次方程式，教師可透過前面單元學過的一元一次式，與此處的方程式結合，進一步說明像 $(10 \times y) \div 25 = 8$ 、 $500 - 12x = 20$ 的方程式為一元一次方程式。



基本學習內容：AC-7-2-1、2 列一元一次方程式；一元一次方程式解的意義

◎方程式的解的意義

(1) 爸爸買了 5 瓶可樂，付了 200 元，找回 50 元，假設一瓶可樂賣 a 元

- ① 請依題意列出方程式。
 ② 請問一瓶可樂多少元？
 (A) 20 元 (B) 25 元 (C) 30 元

解：

① 由題目「爸爸買了 5 瓶可樂，付 200 元，找回 50 元，假設一瓶可樂賣 a 元」

可以記成 $200 - 5 \times a = 50$ 。

②

a	20	25	30
$200 - 5 \times a$	100	75	50

從上方，我們可以發現

$a = 20$ 代入 $200 - 5 \times a$ 為 $100 \neq 50$ ，因此 $a = 20$ 不為 $200 - 5 \times a = 50$ 的解。

$a = 25$ 代入 $200 - 5 \times a$ 為 $75 \neq 50$ ，因此 $a = 25$ 不為 $200 - 5 \times a = 50$ 的解。

$a = 30$ 滿足 $200 - 5 \times a = 50$ ，因此 $a = 30$ 為 $200 - 5 \times a = 50$ 的解。

此一元一次方程式 $200 - 5 \times a$ 的解為 50。

答：① $200 - 5 \times a = 50$ ② (C)



隨堂練習

「美美到郵局買 5 元和 7 元的郵票，5 元郵票買 10 張，7 元郵票不知道幾張，總共 155 元。請問 7 元郵票多少張？」假設 7 元郵票有 x 張，

- ① 請依題意列出一元一次方程式。 $7x + 50 = 155$
 ② 請問 7 元郵票有幾張？ (B)
 (A) 14 元 (B) 15 元 (C) 16 元



教材內容說明：

1. 本教材第 4 頁的教學重點是透過生活情境，幫助學生理解方程式解的意義。
2. 第(1)題給定一生活情境，假設可樂每瓶 a 元，購買 5 瓶可樂，付了 200 元，找回 50 元。本題包含兩個子題，子題①，要求學生依題意列出方程式；子題②，提供三個選項，要求學生判斷可樂每瓶多少錢。

子題①可列式為 $200 - 5 \times a = 50$ 。

子題②，將題目提供的 $a = 20$ 、 $a = 25$ 、 $a = 30$ 代入 $200 - 5 \times a = 50$ 中，發現 $a = 30$ 代入時，等式會成立，因此 $a = 30$ 為 $200 - 5 \times a = 50$ 的解。



基本學習內容：AC-7-2-1、2 列一元一次方程式；一元一次方程式解的意義

(2) 判斷何者是方程式 $3x - 7 = -1$ 的解？

(A) $x = 1$ (B) $x = -3$ (C) $x = 2$ 。

解：

(A) 將 $x = -3$ 代入 $3x - 7 = -1$

得到 $3 \times (-3) - 7 = -16 \neq -1$

因此 $x = -3$ 不為 $3x - 7 = -1$ 的解

(B) 將 $x = -1$ 代入 $3x - 7 = -1$

得到 $3 \times (-1) - 7 = -10 \neq -1$

因此 $x = -1$ 不為 $3x - 7 = -1$ 的解

(C) 將 $x = 2$ 代入 $3x - 7 = -1$

得到 $3 \times 2 - 7 = -1$

因此 $x = 2$ 為 $3x - 7 = -1$ 的解

答：(C)



隨堂練習

判斷何者是一元一次方程式 $11 - 3x = -4$ 的解？ (C)

(A) $x = -2$ (B) $x = 3$ (C) $x = 5$ 。



小試身手

- 「有一群人參加夏令營活動，平均分成 10 小隊，每隊要平分成 4 組，每組 64 人，請問有多少人參加活動？」假設有 x 人參加活動，依題意列出一元一次方程式。 $x \div 10 \div 4 = 64$
- 「艾咪今天幫同學們買早餐，買了 4 瓶牛奶和 58 元的麵包組合，付了 158 元，請問一瓶牛奶多少元？」假設 x 表示牛奶的瓶數，依題意列出一元一次方程式。 $4x + 58 = 158$
- 判斷何者是一元一次方程式 $-2x + 5 = 11$ 的解？ (C)
(A) $x = -1$ (B) $x = -2$ (C) $x = -3$ 。



教材內容說明：

1. 本教材第 5 頁的教學重點是透過方程式，幫助學生熟練方程式解的意義。

2. 第(2)題給定一個一元一次方程式 $3x-7=-1$ 及選項 $x=1$ 、 $x=-3$ 、 $x=2$ ，

判斷何者為 $3x-7=-1$ 的解。

將 $x=1$ 代入後，發現 $3 \times 1 - 7 = -4 \neq -1$ ，因此 $x=1$ 不是 $3x-7=-1$ 的解；

將 $x=-3$ 代入後，發現 $3 \times (-3) - 7 = -16 \neq -1$ ，因此 $x=-3$ 不是 $3x-7=-1$ 的解；

將 $x=2$ 代入後，發現 $3 \times 2 - 7 = -1 = -1$ ，因此 $x=2$ 是 $3x-7=-1$ 的解；

3. 本頁小試身手針對本基本學習內容做綜合練習。

4. 第(1)題利用生活情境作一元一次方程式列式的練習。

5. 第(2)題利用生活情境作一元一次方程式列式的練習。

6. 第(3)題利用給定一元一次方程式及解作方程式解的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

