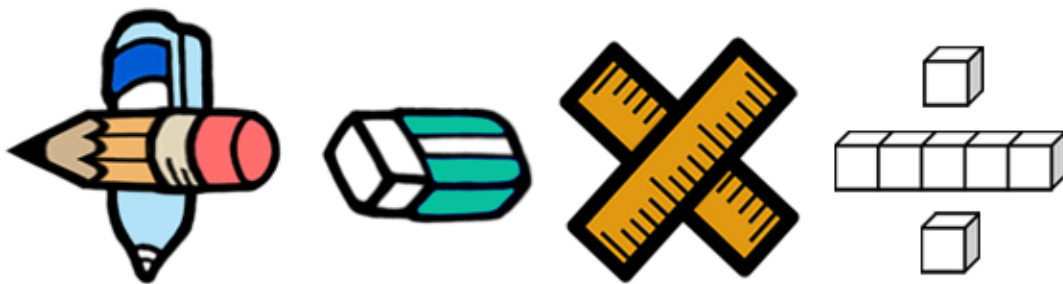


# 基本學習內容：AC-7-6-1

## 畫二元一次方程式的圖形

### 【教師版】





基本學習內容：AC-7-6-1

**學習內容：**

**A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義：**  $ax+by=c$  的圖形；  $y=c$  的圖形（水平線）；  
 $x=c$  的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解，  
 只處理相交且只有一個交點的情況。

**基本學習內容：**

AC-7-6-1 畫二元一次方程式的圖形。

**基本學習表現：**

- ACP-7-6-1-1 認識整係數二元一次方程式  $ax=c$  為  $ax+0y=c$  的簡記、 $by=c$  為  $0x+by=c$  的簡記。
- ACP-7-6-1-2 認識二元一次方程式的圖形為所有解所形成的圖形。
- ACP-7-6-1-3 認識二元一次方程式的圖形為直線。
- ACP-7-6-1-4 能以整係數二元一次方程式  $ax\pm by=c$  的二個解畫出其圖形。
- ACP-7-6-1-5 能畫出形如  $x=a$  及  $y=b$  的二元一次方程式之圖形。
- ACP-7-6-1-6 認識水平線的方程式形如  $y=b$ ，鉛垂線的方程式形如  $x=a$ 。
- ACP-7-6-1-7 認識縱軸為二元一次方程式  $x=0$  的圖形，橫軸為二元一次方程式  $y=0$  的圖形。



### 概要說明：

- 基本學習內容AC-7-6-1是GC-7-1-2和AC-7-4-2的後續學習概念，故學生應已理解平面直角坐標系；也已理解二元一次方程式的解。本基本學習內容幫助學生在直角坐標平面上畫出二元一次方程式的圖形。

- 學生雖然會畫出二元一次方程式的圖形，但對於「圖形上的點為方程式的解」或是「圖形上的任何一點代入方程式會使方程式成立」之觀念較為薄弱。可先請學生利用二元一次方程式的部份解，轉成如同點坐標的數對，再將這些數對點描繪到坐標平面上，讓學生發現：(1)這些點都會落在一條直線上；(2)這條直線上的其他點當轉換成 $x$ 與 $y$ 的數對時，也可以滿足給定的二元一次方程式。

#### 釋例：

請學生在坐標平面上畫出 $x + y = 5$ 的圖形時，先找到一些整數解，像是 $(0, 5)$ 、 $(1, 4)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(3, 2)$ 、 $(4, 1)$ 、 $(5, 0)$ 描繪在坐標平面上可落在一條直線上，再請同學觀察這條直線上的其他點，轉成 $x$ 與 $y$ 的數對時，代入方程式是否滿足 $x + y = 5$ 。其次，再找這條直線以外的某些點，驗證這些點所轉換的數對，代入方程式後無法使方程式成立。

- 在基本學習內容AC-7-4-2中學習列出二元一次方程式的時候，學生已學會將只有一個未知數的方程式像是 $x = 5$ 或 $y = 5$ 視為 $x + 0y = 5$ 或 $0x + y = 5$ 的簡記，若遇到化簡後，形如 $x = k$  (常數)或 $y = k$  (常數)的圖形問題，同學應可以與二元一次方程式的標準式 $ax + by = c$ 作連結，將 $x = k$ 改為 $x + 0y = k$ 或將 $y = k$ 改為 $0x + y = k$ ，如此便可得到 $x + 0y = k$ 的圖形為通過 $(k, 0)$ 、 $(k, 1)$ 、 $(k, 2)$ ...的鉛直線；同理也可得到 $0x + y = k$ 的圖形為通過 $(0, k)$ 、 $(1, k)$ 、 $(2, k)$ ...的水平線。最後讓同學發現 $x = 0$ 在表為 $x + 0y = 0$ 之後，可視為通過 $(0, 0)$ 的鉛直線(即 $y$ 軸)；而 $y = 0$ 在表為 $0x + y = 0$ 之後，可視為通過 $(0, 0)$ 的水平線(即 $x$ 軸)。

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

## 二元一次方程式的圖形

(1)①找找看  $x+y=4$  的解，並將解填入下列空格中。

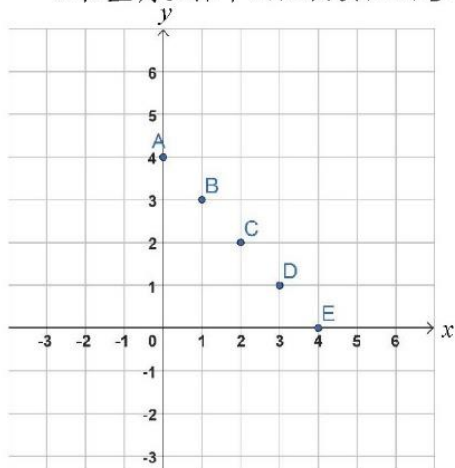
$x$	0	1	2	3	4
$y$					

②在直角坐標平面描出上面各組的點坐標。

③觀察直角座標平面上的各組點坐標，試著連連看。

①

$x$	0	1	2	3	4
$y$	4	3	2	1	0

將  $x=0$  代入  $x+y=4$ ，得到  $0+y=4 \Rightarrow y=4-0=4$ 將  $x=1$  代入  $x+y=4$ ，得到  $1+y=4 \Rightarrow y=4-1=3$ 將  $x=2$  代入  $x+y=4$ ，得到  $2+y=4 \Rightarrow y=4-2=2$ 將  $x=3$  代入  $x+y=4$ ，得到  $3+y=4 \Rightarrow y=4-3=1$ 將  $x=4$  代入  $x+y=4$ ，得到  $4+y=4 \Rightarrow y=4-4=0$ ②在直角坐標平面上描出上面各組的點坐標  $(0,4)$ 、 $(1,3)$ 、 $(2,2)$ 、 $(3,1)$ 、 $(4,0)$ 



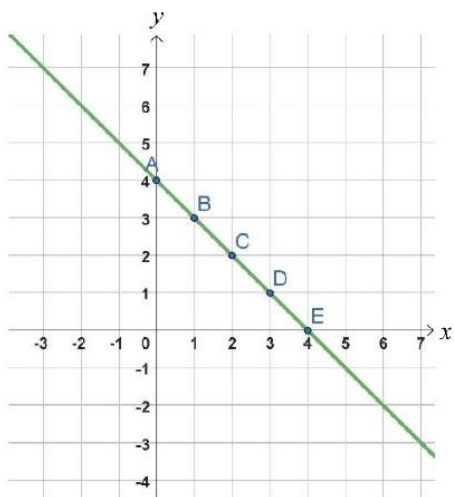
**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識二元一次方程式的圖形為一直線。
  - 第 1 頁給定二元一次方程式，要求學生找到五個解之後，將這五個解轉化成直角坐標平面的點，五個點在同一條直線上。
  - 第 2 頁給定二元一次方程式、其圖形及圖形上兩個點的坐標，要求學生判斷此兩個點坐標是否為二元一次方程式的解。
  - 第 3 頁給定二元一次方程式的兩組解及其圖形，要求學生判斷這兩組解是否在二元一次方程式的圖形上。
2. 第(1)題給定二元一次方程式  $x + y = 4$ ，子題①要求學生找到  $x + y = 4$  的五個解，子題②在直角坐標平面上描出各組點坐標，子題③觀察直角坐標平面上的點坐標之後，試著連連看。
  - 本題選擇五組解的點坐標來繪製，目的是幫助學生藉由較多組的解，觀察出二元一次方程式的解可能是一直線。

基本學習內容：AC-7-6-1

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

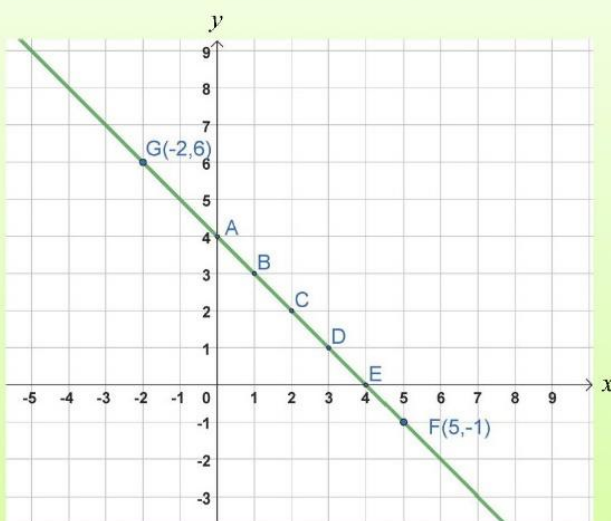
③直角座標平面上的各組點座標連起來後是一直線。



這條連線上面好像還有其他的點坐標？  
這些點坐標跟  $x+y=4$  有什麼關聯呢？



(2)檢驗看看直線上的兩個點  $F(5, -1)$  及  $G(-2, 6)$  是不是  $x+y=4$  的解。



將  $F(5, -1)$  代入  $x+y=4$ ，得到  $5+(-1)=4$  說明  $F(5, -1)$  是  $x+y=4$  的解。

將  $G(-2, 6)$  代入  $x+y=4$ ，得到  $-2+6=4$  說明  $G(-2, 6)$  是  $x+y=4$  的解。

我們可以發現，這個直線上的點是  $x+y=4$  的解。這條直線就是  $x+y=4$  的圖形。



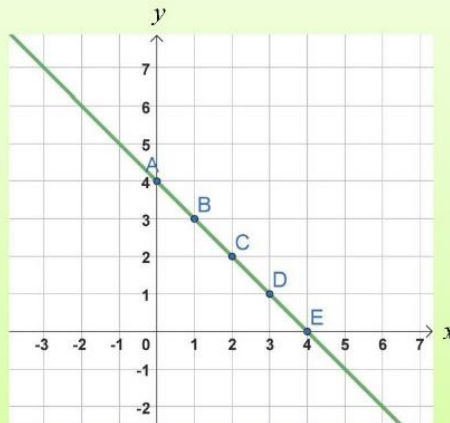
### 教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識二元一次方程式的圖形為一直線。
  - 第 1 頁給定二元一次方程式，要求學生找到五個解之後，將這五個解轉化成直角坐標平面的點，五個點在同一條直線上。
  - 第 2 頁給定二元一次方程式、其圖形及圖形上兩個點的坐標，要求學生判斷此兩個點坐標是否為二元一次方程式的解。
  - 第 3 頁給定二元一次方程式的兩組解及其圖形，要求學生判斷這兩組解是否在二元一次方程式的圖形上。
2. 第(1)題給定二元一次方程式  $x + y = 4$ ，子題①要求學生找到  $x + y = 4$  的五個解，子題②在直角坐標平面上描出各組點坐標，子題③觀察直角坐標平面上的點坐標之後，試著連連看。
  - 本題選擇五組解的點坐標來繪製，目的是幫助學生藉由較多組的解，觀察出二元一次方程式的解可能是一直線。
3. 第(2)題給定二元一次方程式  $x + y = 4$  的圖形及圖形上的兩組點坐標，要求學生判斷此兩組坐標是否為  $x + y = 4$  的解。
  - 第(1)題幫助學生理解二元一次方程式的部分解，可以連成一直線。第(2)題進一步幫助學生理解直線上的另外兩點也為二元一次方程式的解。

基本學習內容：AC-7-6-1

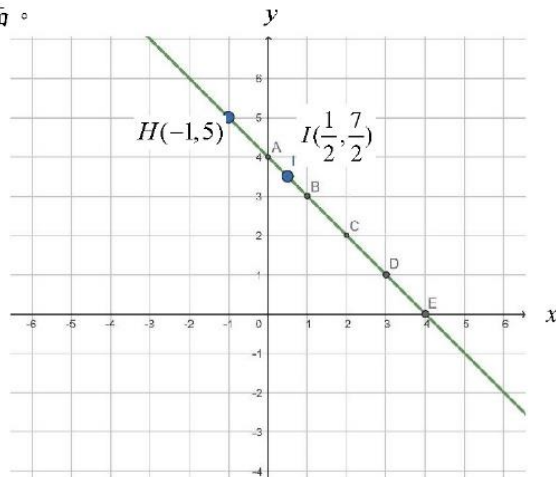
基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(3)  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$  及  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$  都是  $x + y = 4$  的解，此兩組解是否在此直線上？



在直角坐標平面上標出  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$  為點  $H(-1, 5)$  及  $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$  為點  $I(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ ，我們可以發現這兩

點也在這條直線上。



由上面的討論，我們可以知道二元一次方程式的解都在直線上，所以二元一次方程式的圖形就是一條直線。





**教材內容說明：**

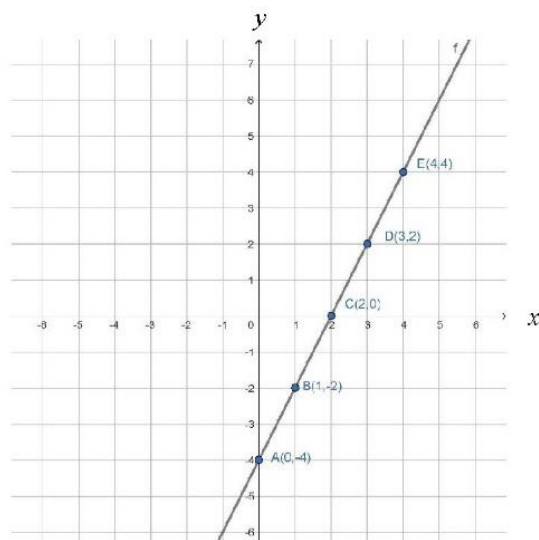
1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生認識二元一次方程式的圖形為一直線。
  - 第 1 頁給定二元一次方程式，要求學生找到五個解之後，將這五個解轉化成直角坐標平面的點，五個點在同一條直線上。
  - 第 2 頁給定二元一次方程式、其圖形及圖形上兩個點的坐標，要求學生判斷此兩個點坐標是否為二元一次方程式的解。
  - 第 3 頁給定二元一次方程式的兩組解及其圖形，要求學生判斷這兩組解是否在二元一次方程式的圖形上。
2. 第(3)題給定兩組  $x + y = 4$  的解及  $x + y = 4$  的圖形，判斷此兩組解是否在該圖形上。

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(4)在直角坐標平面上畫出  $2x - y = 4$  的圖形。要畫出  $2x - y = 4$  的圖形，我們要先找到滿足  $2x - y = 4$  的解將  $x=0$  代入  $2x - y = 4$ ，得到  $2 \times 0 - y = 4 \Rightarrow y = -4$ 將  $x=1$  代入  $2x - y = 4$ ，得到  $2 \times 1 - y = 4 \Rightarrow y = -2$ 將  $x=2$  代入  $2x - y = 4$ ，得到  $2 \times 2 - y = 4 \Rightarrow y = 0$ 將  $x=3$  代入  $2x - y = 4$ ，得到  $2 \times 3 - y = 4 \Rightarrow y = 2$ 將  $x=4$  代入  $2x - y = 4$ ，得到  $2 \times 4 - y = 4 \Rightarrow y = 4$ 

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	1	2	3	4
$y$	-4	-2	0	2	4





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形，
  - 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 9 頁為隨堂練習。
2. 本教材第 4 頁的教學重點是畫出二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形，幫助學生再次理解二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形為一斜直線。
3. 第(4)題給定  $2x+y=4$ ，要求學生畫出其圖形。
  - 本題利用  $x=0, 1, 2, 3, 4$  五組解畫出其圖形，教師也可以幫助學生代入其他  $x$  值，找到解後畫出圖形。

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(5)在直角坐標平面上畫出  $0x + y = 2$  的圖形。

要畫出  $0x + y = 2$  的圖形，我們要先找到滿足  $0x + y = 2$  的解

將  $x = 0$  代入  $0x + y = 2$ ，得到  $0 \times 0 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將  $x = 1$  代入  $0x + y = 2$ ，得到  $0 \times 1 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

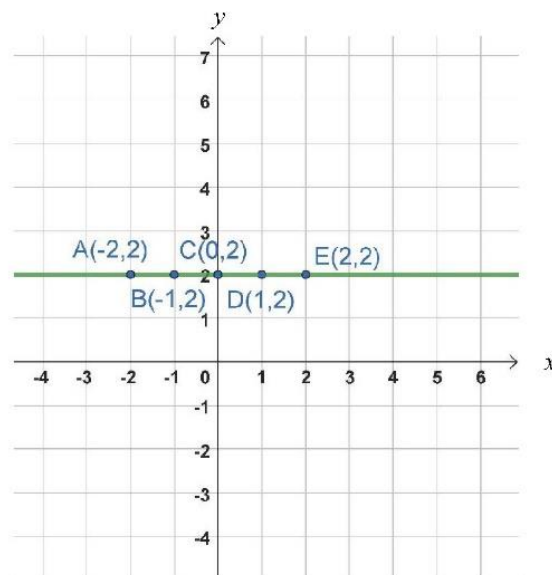
將  $x = 2$  代入  $0x + y = 2$ ，得到  $0 \times 2 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將  $x = 3$  代入  $0x + y = 2$ ，得到  $0 \times 3 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將  $x = 4$  代入  $0x + y = 2$ ，得到  $0 \times 4 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	1	2	3	4
$y$	2	2	2	2	2



每一次畫二元一次方程式的圖形，都需要找五個點嗎？

我們以前學過兩點可以連成一條線，我們已經知道二元一次方程式的圖形是一條線，可以找出方程式的兩個解，在直角座標平面上畫出那兩個點，來進行連線，就可以畫出二元一次方程式的圖形了！





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 9 頁為隨堂練習。

2. 本教材第 5 頁的教學重點是畫出二元一次方程式  $0x+by=c$  的圖形，幫助學生認識形如  $0x+by=c$  的圖形為一水平線。

3. 第(5)題給定  $0x+y=2$ ，要求學生畫出其圖形。

將  $x=0, 1, 2, 3, 4$  代入  $0x+y=2$ ，寫在表格上後，將點坐標繪製到坐標平面上。

- 本教材在此處就先要求學生畫出  $0x+y=2$  的圖形，目的是幫助學生認識二元一次方程式  $ax+by=c$ ， $a$  或  $b$  其中之一為零時，也可以透過找解的方式將答案求出，並描繪在直角坐標平面上。

- 本題不要求學生死記，當  $ax+by=c$ ， $a=0$  時，圖形為水平線。也不要求學生將  $0x+y=2$  看成  $y=2$ 。

- 本題利用  $x=0, 1, 2, 3, 4$  五組解畫出其圖形，教師也可以幫助學生代入其他  $x$  值，找到解後畫出圖形。

4. 此頁教師可以詢問學生，要繪製出圖形是否都要找到五個點？我們可以透過兩點可以連成一直線，幫助學生理解只要找到兩個解，就可以將圖形繪製完成。

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

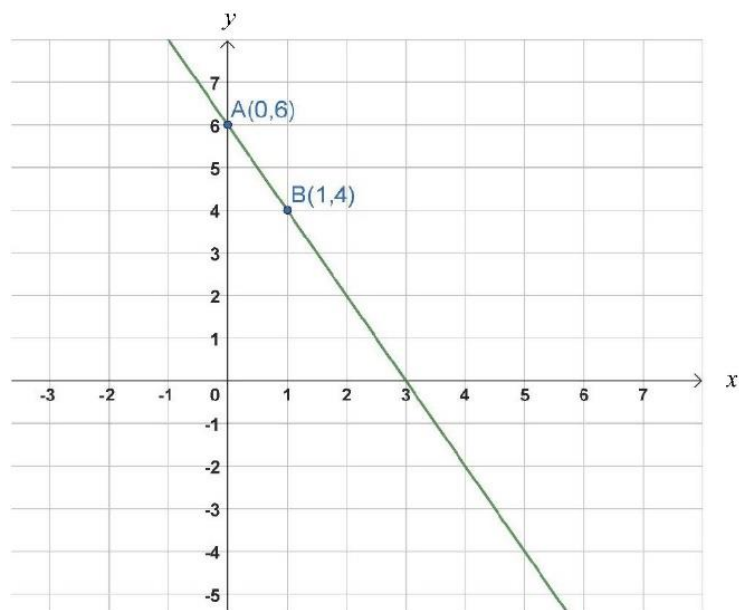
(6) 找出  $2x+y=6$  的兩個解，並在直角坐標平面上畫出  $2x+y=6$  的圖形。

方法一

要畫出  $2x+y=6$  的圖形，我們要先找到滿足  $2x+y=6$  的兩個解將  $x=0$  代入  $2x+y=6$ ，得到  $2 \times 0 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 0 = 6$ 將  $x=1$  代入  $2x+y=6$ ，得到  $2 \times 1 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 2 = 4$ 

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	1
$y$	6	4





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 9 頁為隨堂練習。
2. 本教材第 6~7 頁的教學重點是畫二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形，幫助學生理解只需要兩組解就能畫出二元一次方程式的圖形。
3. 第(6)題給定  $2x+y=6$ ，要求學生找到兩個解，並畫出其圖形。

本教材提供兩種解法，

解法一：將  $x=0, 1$  代入  $2x+y=6$ ，求出相對應的  $y$  值，進行繪圖。

解法二：將  $x=0$  及  $y=0$  代入  $2x+y=6$ ，求出相對應的  $y$  值及  $x$  值，進行繪圖。

## 基本學習內容：AC-7-6-1

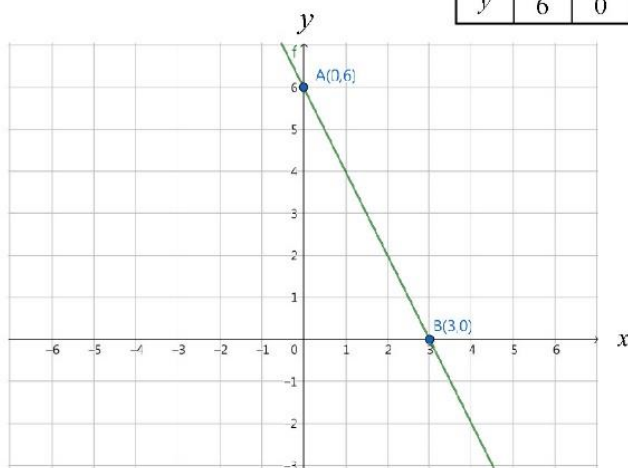
基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

## 方法二

將  $x=0$  代入  $2x+y=6$ ，得到  $2 \times 0 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 0 = 6$ 將  $y=0$  代入  $2x+y=6$ ，得到  $2 \times x + 0 = 6 \Rightarrow x = \frac{6-0}{2} = 3$ 

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	3
$y$	6	0



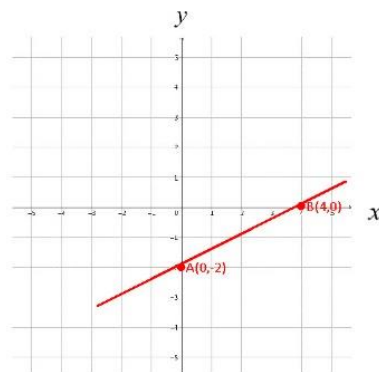
$x=0$  所對應的  $y$  值很容易計算出來，所以我們在找解也常常會去找  $y=0$  所對應的  $x$  值，這樣就會很容易找到兩個解來畫圖。



## 隨堂練習

在直角坐標平面上畫出  $x-2y=4$  的圖形。

$x$	0	4
$y$	-2	0







**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 9 頁為隨堂練習。

2. 本教材第 6~7 頁的教學重點是畫二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形，幫助學生理解只需要兩組解就能畫出二元一次方程式的圖形。

3. 第(6)題給定  $2x+y=6$ ，要求學生找到兩個解，並畫出其圖形。

本教材提供兩種解法，

解法一：將  $x=0, 1$  代入  $2x+y=6$ ，求出相對應的  $y$  值，進行繪圖。

解法二：將  $x=0$  及  $y=0$  代入  $2x+y=6$ ，求出相對應的  $y$  值及  $x$  值，進行繪圖。

- 教師可以多舉幾個例子，幫助學生感受  $x=0$  時，計算相對應的  $y$  值是很容易的，所以我們也可以選擇讓  $y=0$  計算相對應的  $x$  值，來找到兩組解。

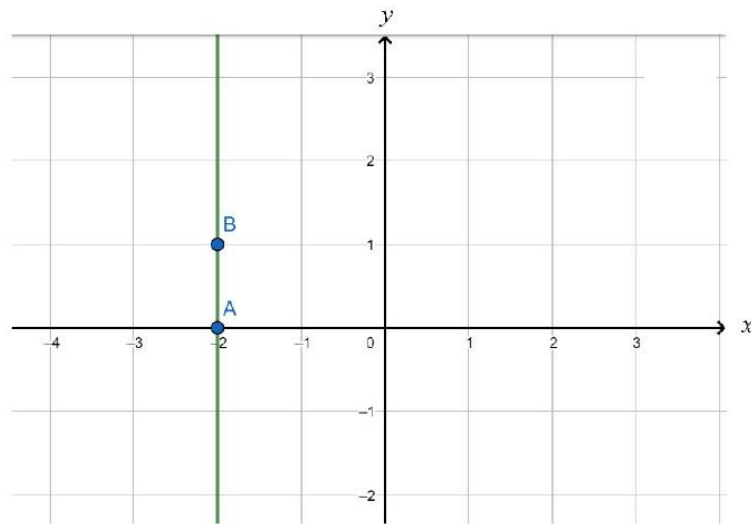
## 基本學習內容：AC-7-6-1

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(7)在直角坐標平面上畫出  $x+0y=-2$  的圖形要畫出  $x+0y=-2$  的圖形，我們要先找到滿足  $x+0y=-2$  的解將  $y=0$  代入  $x+0y=-2$ ，得到  $x+0\times 1=-2\Rightarrow x=-2$ 將  $y=1$  代入  $x+0y=-2$ ，得到  $x+0\times 1=-2\Rightarrow x=-2$ 

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	-2	-2
$y$	0	1



這題畫的  $x+0y=-2$  的圖形，其實就是  $x=-2$  的圖形。所以下次我們看到題目要畫  $y=-3$  的圖形，把他看成  $0x+y=-3$ ，比較容易找點來畫圖。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形。

- 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。
- 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。
- 第 9 頁為隨堂練習。

2. 本教材第 8 頁的教學重點是利用兩組解畫二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形，幫助學生認識形如  $ax+0y=c$  的圖形為一鉛直線。

3. 第(7)題給定  $x+0y=-2$ ，要求學生畫出其圖形。

將  $y=0$  及  $y=1$  代入  $x+0y=-2$ ，求出相對應的  $x$  值，繪製在直角坐標平面上，圖形為一鉛直線。

- 教師應提醒學生， $x+0y=-2$  其實就是  $x=-2$ ，所以之後若要畫出  $x=5$  的圖形，可將方程式看為  $x+0y=5$ ，同理，若要畫  $y=3$  的圖形，也可以看成  $0x+y=3$ ，來繪製出圖形。
- 若學生已經能夠理解  $ax+0y=c$  的圖形為一鉛直線  $0x+by=c$  的圖形為一水平線，我們也可以不要求學生代入  $x$  值或  $y$  值找到兩個解，直接將圖形繪製在直角坐標平面上即可。

基本學習內容：AC-7-6-1

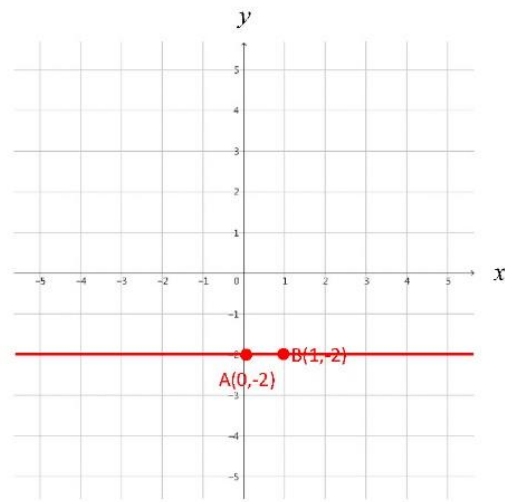
基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形



隨堂練習

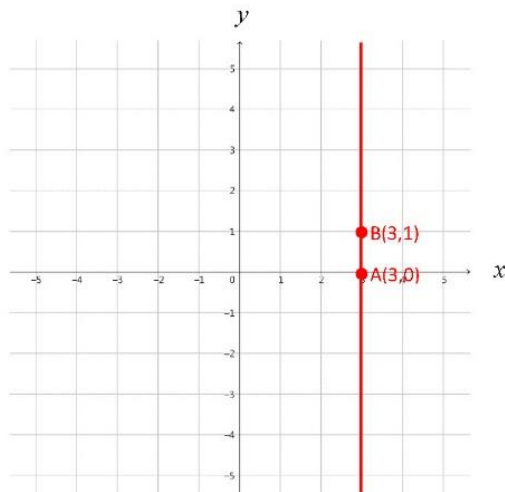
(1)在直角坐標平面上畫出 $y=-2$ 的圖形。

$x$	0	1
$y$	-2	-2



(2)在直角坐標平面上畫出 $x=3$ 的圖形。

$x$	3	3
$y$	0	1





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4~9 頁的教學重點是給定二元一次方程式  $ax+by=c$ ，要求學生畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 4~5 頁都標示出五點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 6~8 頁只標示出兩點，再畫出二元一次方程式的圖形。
  - 第 9 頁為隨堂練習。
2. 隨堂練習第(1)題給定  $y=-2$ ，請同學畫出圖形。
  - 若學生無法作答，可以幫助學生理解  $y=-2$  就是  $0x+y=-2$ ，透過找到兩組解之後，繪製出圖形。
3. 隨堂練習第(2)題給定  $x=3$ ，請同學畫出圖形。
  - 若學生無法作答，可以幫助學生理解  $x=3$  就是  $x+0y=3$ ，透過找到兩組解之後，繪製出圖形。



從上面的討論我們已經學會各種不同的  $ax+by=c$  二元一次方程式如何在直角座標平面上畫圖出圖形：

(1) 當  $a=0$  時， $0x+by=c$ ，化簡為  $y=\frac{c}{b}$

也就是  $y=k$  畫出來為水平線

(2) 當  $b=0$  時， $ax+0y=c$ ，化簡為  $x=\frac{c}{a}$

也就是  $x=k$  畫出來為鉛直線

(3) 當  $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$  時， $ax+by=c$ ，化簡得到  $y=-\frac{c}{a}x+\frac{c}{b}$

也就是  $y=mx+k$  畫出來為斜直線

以後如果遇到給定斜直線上的點要你找到滿足的直線方程式，我們可以透過假設此直線為  $y=mx+k$  來解題。

(8)在直角坐標平面上畫出  $y=-2x+1$  的圖形。

方法一

要畫出  $y=-2x+1$  的圖形，我們要先找到滿足  $y=-2x+1$  的解

將  $x=0$  代入  $y=-2x+1$ ，得到  $y=-2 \times 0+1 \Rightarrow y=1$

將  $y=0$  代入  $y=-2x+1$ ，得到  $0=-2x+1 \Rightarrow -2x=-1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	$\frac{1}{2}$
$y$	1	0



### 教材內容說明：

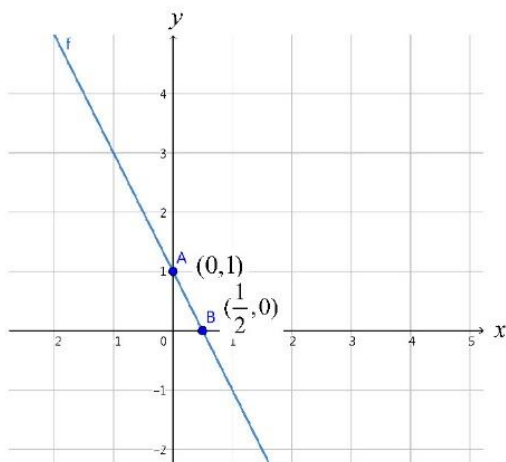
1. 本教材第 10~14 頁的上半頁教學重點是幫助學生將二元一次方程式的圖形分成三類:水平線、鉛直線及斜直線，並利用此三類圖形來進行解題。
  - 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類。
  - 本教材第 10 頁下半頁和 11 頁的教學重點是給定  $y=mx+k$ ，要求學生畫出其圖形，幫助學生認識形如  $y=mx+k$  的圖形為一直線。
  - 本教材第 12 頁上半部為隨堂練習;下半部的教學重點是給定斜直線及斜直線上的兩點坐標，求出二元一次方程式。
  - 本教材第 13 頁的教學重點是給定斜直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
  - 本教材第 14 頁的教學重點是給定水平線和鉛直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
2. 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類，
  - (1)  $0x+by=c$  的圖形為一水平線且  $0x+by=c$  可簡記成  $y=k$ ;
  - (2)  $ax+0y=c$  的圖形為一鉛直線且  $ax+0y=c$  可簡記成  $x=k$ ;
  - (3)  $ax+by=c$  的圖形為一斜直線，且  $ax+by=c$ ， $a \neq 0$ ， $b \neq 0$  可化簡整理成  $y=mx+k$ 。
3. 第(8)題給定  $y=-2x+1$ ，要求學生畫出其圖形，本教材提供兩種解法。
 

方法一:利用  $x=0$ ， $y=0$  畫出  $y=-2x+1$  的圖形。

方法二:利用  $x=0$ ， $x=1$  畫出  $y=-2x+1$  的圖形。

基本學習內容：AC-7-6-1

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形



方法二

形式如  $y = ax + b$  的方程式，找  $y = 0$  所對應的  $x$  值會產生比較複雜的計算，所以我們也可以改找  $x = 1$  所對應的  $y$  值來描點做圖即可。

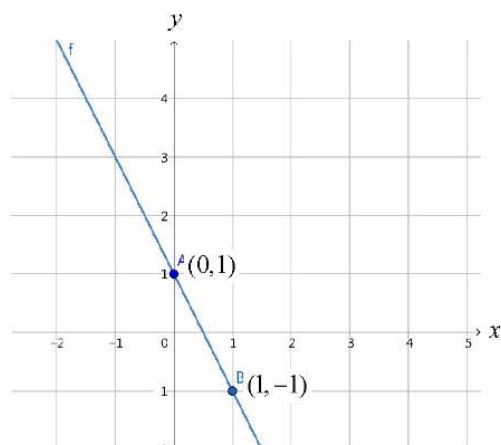


將  $x = 0$  代入  $y = -2x + 1$ ，得到  $y = -2 \times 0 + 1 \Rightarrow y = 1$

將  $x = 1$  代入  $y = -2x + 1$ ，得到  $y = -2 \times 1 + 1 \Rightarrow y = -2 + 1 \Rightarrow y = -1$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

$x$	0	1
$y$	1	-1







### 教材內容說明：

1. 本教材第 10~14 頁的上半頁教學重點是幫助學生將二元一次方程式的圖形分成三類:水平線、鉛直線及斜直線，並利用此三類圖形來進行解題。
  - 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類。
  - 本教材第 10 頁下半頁和 11 頁的教學重點是給定  $y=mx+k$ ，要求學生畫出其圖形，幫助學生認識形如  $y=mx+k$  的圖形為一直線。
  - 本教材第 12 頁上半部為隨堂練習;下半部的教學重點是給定斜直線及斜直線上的兩點坐標，求出二元一次方程式。
  - 本教材第 13 頁的教學重點是給定斜直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
  - 本教材第 14 頁的教學重點是給定水平線和鉛直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
2. 第(8)題給定  $y=-2x+1$ ，要求學生畫出其圖形，本教材提供兩種解法。
 

方法一利用  $x=0$ ， $y=0$  畫出  $y=-2x+1$  的圖形。

方法二利用  $x=0$ ， $x=1$  畫出  $y=-2x+1$  的圖形

  - 形如  $y=-2x+1$  的方程式，學生比較不好找到  $y=0$  的解，老師可以幫助學生理解，我們只需要找到兩組解就可以繪製出圖形，因此找  $x=0$ ， $x=1$  的解，能夠較簡單的找到兩個對應的點來繪製圖形。

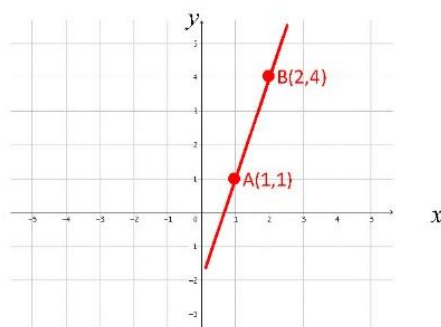
基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形



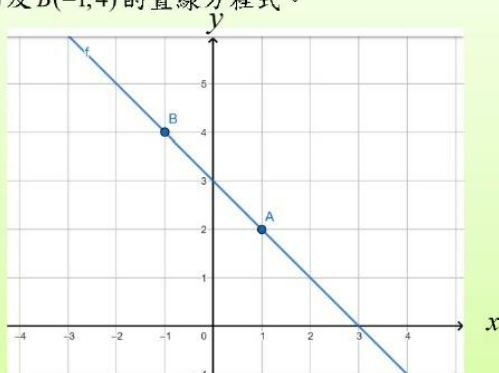
隨堂練習

請你在直角坐標平面上畫出  $y=3x-2$  的圖形

$x$	1	2
$y$	1	4



(9)請找出通過點  $A(1,2)$  及  $B(-1,4)$  的直線方程式。



我們發現二元一次方程式的圖形是斜直線，可以假設此直線方程式為

$$y = mx + k$$

將  $A(1,2)$  代入  $y = mx + n$ ，得到  $2 = m \times 1 + k$

將  $B(-1,4)$  代入  $y = mx + n$ ，得到  $4 = m \times (-1) + k$

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} m + k = 2 \dots\dots ① \\ -m + k = 4 \dots\dots ② \end{cases}$$

由①式加上②式，得到

$$(m+k) + (-m+k) = 2+4 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3$$

將  $k=3$  代回①式得到

$$m+k=2 \Rightarrow m+3=2 \Rightarrow m=2-3=-1$$

將  $m=-1$ 、 $k=3$  代回去  $y = mx + k$  得到此直線方程式  $y = -x + 3$



## 教材內容說明：

1. 本教材第 10~14 頁的上半頁教學重點是幫助學生將二元一次方程式的圖形分成三類：水平線、鉛直線及斜直線，並利用此三類圖形來進行解題。

- 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類。
- 本教材第 10 頁下半頁和 11 頁的教學重點是給定  $y=mx+k$ ，要求學生畫出其圖形，幫助學生認識形如  $y=mx+k$  的圖形為一直線。
- 本教材第 12 頁上半部為隨堂練習；下半部的教學重點是給定斜直線及斜直線上的兩點坐標，求出二元一次方程式。
- 本教材第 13 頁的教學重點是給定斜直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
- 本教材第 14 頁的教學重點是給定水平線和鉛直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。

2. 第(9)題給定兩點 A(1,2)、B(-1,4)及兩點所連成的直線圖形，要求學生求出直線方程式。

由第(8)題，我們知道  $y=mx+k$  的圖形為一斜直線。由圖形，我們假設方程式為  $y=mx+k$ ，將 A(1,2)、B(-1,4)代入後得到聯立方程式， $2=m+k$  與  $4=-m+k$ ，將聯立方程式解出後得到答案。

- 在處理給定兩點求出直線方程式的題目，本教材選擇幫助學生理解  $y=mx+k$  的圖形為一直線後，再將兩點代入求出直線方程式。但部分課本會使用將  $ax+by=c$ ， $c$  為某一值，給定兩點，要求學生求出方程式，

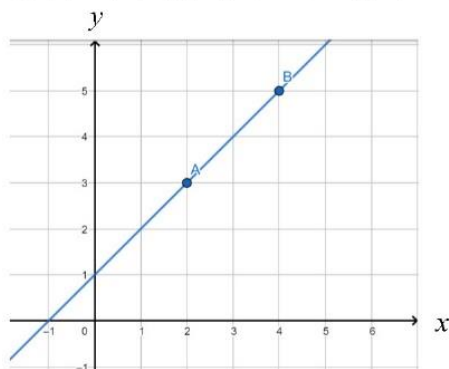
例如：

此二元一次方程式為  $ax+by=2$ ，通過 A(1,2)、B(0,3)，請問此二元一次方程式為何。

此方法學生較不易理解為什麼方程式可以假設為  $ax+by=c$ ， $c$  為某一值，建議老師不在學習扶助教材做使用。

## 基本學習內容：AC-7-6-1

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(10)請找出通過點  $A(2,3)$  及  $B(4,5)$  的直線方程式。將點  $A(2,3)$  與  $B(4,5)$  兩點的圖形化在直角座標平面上，發現他們是斜直線二元一次方程式的圖形是斜直線，可以假設此直線方程式為  $y = mx + k$ 將  $A(2,3)$  代入  $y = mx + k$ ，得到  $3 = m \times 2 + k$ 將  $B(4,5)$  代入  $y = mx + k$ ，得到  $5 = m \times 4 + k$ 

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} 2m + k = 3 \dots\dots ① \\ 4m + k = 5 \dots\dots ② \end{cases}$$

由②式減掉①式，得到

$$(4m + k) - (2m + k) = 5 - 3 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

將  $m = 1$  代回①式得到

$$2 \times 1 + k = 3 \Rightarrow 2 + k = 3 \Rightarrow k = 3 - 2 = 1$$

將  $m = 1$ 、 $k = 1$  代回去  $y = mx + k$  得到此直線方程式  $y = x + 1$ 

## 隨堂練習

找出通過點  $C(-1,4)$  及  $D(2,1)$  的直線方程式  $y = ax + b$ 將  $C(-1,4)$  代入  $y = ax + b$ ，得到  $4 = a \times (-1) + b$ 將  $D(2,1)$  代入  $y = ax + b$ ，得到  $1 = a \times 2 + b$ 

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} 4 = -a + b \dots\dots (1) \\ 1 = 2a + b \dots\dots (2) \end{cases}$$

由(1)式減掉(2)式得到  $(-a + b) - (2a + b) = 4 - 1 \Rightarrow -3a = 3 \Rightarrow a = -1$ 將  $a = -1$  代回(1)式得到  $4 = -(-1) + b \Rightarrow 4 = 1 + b \Rightarrow b = 3$ 將  $a = -1$ 、 $b = 3$  代回去  $y = ax + b$  得到此直線方程式  $y = -x + 3$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 10~14 頁的上半頁教學重點是幫助學生將二元一次方程式的圖形分成三類：水平線、鉛直線及斜直線，並利用此三類圖形來進行解題。
  - 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類。
  - 本教材第 10 頁下半頁和 11 頁的教學重點是給定  $y=mx+k$ ，要求學生畫出其圖形，幫助學生認識形如  $y=mx+k$  的圖形為一直線。
  - 本教材第 12 頁上半部為隨堂練習；下半部的教學重點是給定斜直線及斜直線上的兩點坐標，求出二元一次方程式。
  - 本教材第 13 頁的教學重點是給定斜直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
  - 本教材第 14 頁的教學重點是給定水平線和鉛直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
2. 第(10)題給定兩點 A(2,3)、B(4,5)，要求學生求出直線方程式。

將點坐標繪製在直角坐標平面後，發現為一斜直線，可以將方程式假設程  $y=mx+k$ ，並將兩點代入後，求出答案。

  - 教師應幫助學生先將兩點圖形繪製在直角坐標平面上，觀察圖形為水平線、鉛直線或者斜直線的哪一種，再假設對應的方程式後，將點代入求出答案。



## 基本學習內容：AC-7-6-1

基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形

(11)請找出通過點  $A(2,5)$  及  $B(4,5)$  的直線方程式。

觀察  $A(2,5)$  與  $B(4,5)$  兩點，發現此兩點的圖形為一水平線，  
 二元一次方程式的圖形是水平線，可以假設此直線方程式為  $y=k$   
 將  $A(2,5)$  代入  $y=k$ ，得到  $y=5$   
 將  $B(4,5)$  代入  $y=k$ ，得到  $y=5$   
 此直線方程式為  $y=5$

(12)請找出通過點  $A(2,7)$  及  $B(2,-5)$  的直線方程式。

觀察  $A(2,7)$  及  $B(2,-5)$  兩點，發現此兩點的圖形為一鉛直線，  
 二元一次方程式的圖形是鉛直線，可以假設此直線方程式為  $x=k$   
 將  $A(2,7)$  代入  $x=k$ ，得到  $x=2$   
 將  $B(2,-5)$  代入  $x=k$ ，得到  $x=2$   
 此直線方程式為  $x=2$



## 隨堂練習

(1)請找出通過點  $A(2,-5)$  及  $B(2,3)$  的直線方程式。

將  $A(2,-5)$  代入  $x=k$ ，得到  $x=2$   
 將  $B(2,3)$  代入  $x=k$ ，得到  $x=2$   
 此直線方程式為  $x=2$

(2)請找出通過點  $A(3,-5)$  及  $B(-2,-5)$  的直線方程式。

將  $A(3,-5)$  代入  $y=k$ ，得到  $y=-5$   
 將  $B(-2,-5)$  代入  $y=k$ ，得到  $y=-5$   
 此直線方程式為  $y=-5$



### 教材內容說明：

1. 本教材第 10~14 頁的上半頁教學重點是幫助學生將二元一次方程式的圖形分成三類：水平線、鉛直線及斜直線，並利用此三類圖形來進行解題。

- 第 10 頁上半部的教學重點是將二元一次方程式圖形  $ax+by=c$  分成三類。
- 本教材第 10 頁下半頁和 11 頁的教學重點是給定  $y=mx+k$ ，要求學生畫出其圖形，幫助學生認識形如  $y=mx+k$  的圖形為一直線。
- 本教材第 12 頁上半部為隨堂練習；下半部的教學重點是給定斜直線及斜直線上的兩點坐標，求出二元一次方程式。
- 本教材第 13 頁的教學重點是給定斜直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。
- 本教材第 14 頁的教學重點是給定水平線和鉛直線的兩點坐標，要求學生求出直線方程式。

2. 第(11)題給定兩點 A(2,5)、B(4,5)，要求學生求出直線方程式。

將點坐標繪製在直角坐標平面後，發現為一水平線，可以將方程式假設成  $y=k$ ，並將兩點代入後，求出答案。

- 教師應幫助學生先將兩點圖形繪製在直角坐標平面上，觀察圖形為水平線、鉛直線或者斜直線的哪一種，再假設對應的方程式後，將點代入求出答案。
- 若學生已經能夠理解  $y=k$  的圖形為一水平線，也能直接從題目兩點 A(2,5)、B(4,5)，直接得到  $y=5$ 。

3. 第(11)題給定兩點 A(2,7)、B(2,-5)，要求學生求出直線方程式。

將點坐標繪製在直角坐標平面後，發現為一鉛直線，可以將方程式假設成  $x=k$ ，並將兩點代入後，求出答案。

- 教師應幫助學生先將兩點圖形繪製在直角坐標平面上，觀察圖形為水平線、鉛直線或者斜直線的哪一種，再假設對應的方程式後，將點代入求出答案。
- 若學生已經能夠理解  $x=k$  的圖形為一鉛直線，也能直接從題目兩點 A(2,7)、B(2,-5)，直接得到  $x=2$ 。



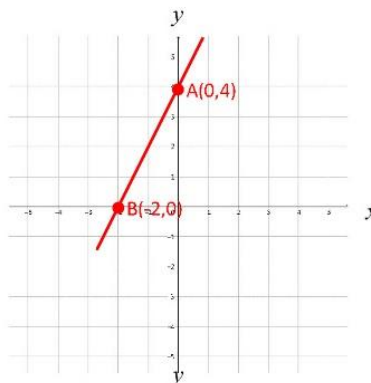
基本學習內容：AC-7-6-1 畫二元一次方程式圖形



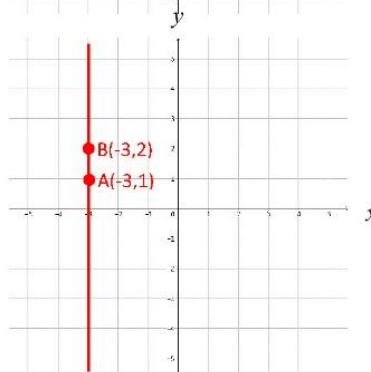
## 小試身手

(1) 在直角坐標平面上畫出  $-2x + y = 4$  的圖形

$x$	0	-2
$y$	4	0

(2) 在直角坐標平面上畫出  $x = -3$  的圖形

$x$	-3	-3
$y$	1	2

(3) 請找出通過點  $A(-3, 1)$  及  $B(2, 3)$  的直線方程式  $y = ax + b$ 將  $A(-3, 1)$  代入  $y = ax + b$ ，得到  $1 = a \times (-3) + b$ 將  $B(2, 3)$  代入  $y = ax + b$ ，得到  $3 = a \times 2 + b$ 

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} 1 = -3a + b \cdots (1) \\ 3 = 2a + b \cdots (2) \end{cases}$$

由(1)式減掉(2)式得到  $(-3a + b) - (2a + b) = 1 - 3 \Rightarrow -5a = -2 \Rightarrow a = \frac{2}{5}$ 將  $a = \frac{2}{5}$  代回(1)式得到  $1 = (-3) \times \frac{2}{5} + b \Rightarrow 1 = -\frac{6}{5} + b \Rightarrow b = \frac{11}{5}$ 將  $a = \frac{2}{5}$ 、 $b = \frac{11}{5}$  代回去  $y = ax + b$  得到此直線方程式  $y = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$ (4) 請找出通過點  $A(-4, 2)$  及  $B(-4, -1)$  的直線方程式將  $A(-4, 2)$  代入  $x = k$ ，得到  $x = -4$ 將  $B(-4, -1)$  代入  $x = k$ ，得到  $x = -4$ 此直線方程式為  $x = -4$





**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手針對本基本學習內容做綜合練習。
2. 第(1)題利用  $ax + by = c$  的圖形為斜直線作練習。
3. 第(2)題利用  $ax + 0y = c$  圖形為鉛直線線作練習。
4. 第(3)題利用過兩點的斜直線方程式為  $y = ax + b$  作練習。
5. 第(4)題利用兩點的鉛直線方程式為  $x = k$  作練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學  
學生學習扶助教材 **7** 年級數學

