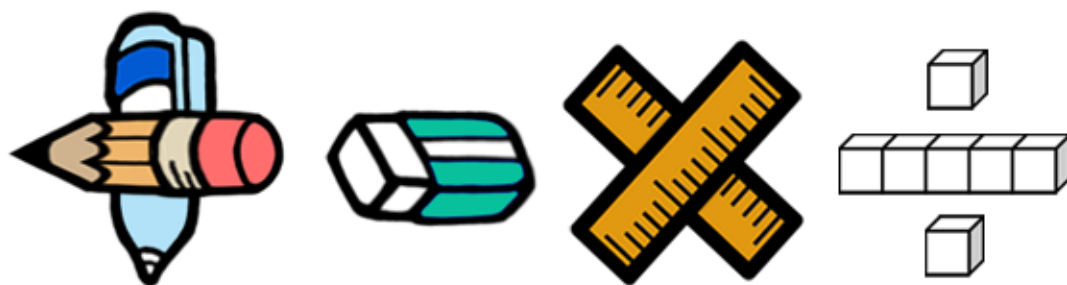


基本學習內容：AC-7-6-2

畫二元一次聯立方程式的圖形

【教師版】





基本學習內容：AC-7-6-2

學習內容：

A-7-6 二元一次聯立方程式的幾何意義： $ax+by=c$ 的圖形； $y=c$ 的圖形（水平線）；

$x=c$ 的圖形（鉛垂線）；二元一次聯立方程式的解，只處理相交且只有一個交點的情況。

基本學習內容：

AC-7-6-2 畫二元一次聯立方程式的圖形。

基本學習表現：

ACP-7-6-2-1 能在一直角坐標平面上畫出二元一次聯立方程式的圖形，並認識解的位置。

ACP-7-6-2-2 認識兩個二元一次方程式圖形的交點為其聯立方程式的解。

概要說明：

- 基本學習內容AC-7-6-2為AC-7-6-1之後續學習概念，故學生已學會在直角坐標平面上畫出二元一次方程式的圖形。

本基本學習內容幫助學生畫二元一次聯立方程式的圖形。

- 本基本學習內容只處理二元一次聯立方程式只有一個解的情形，不引入無解或無限多解的聯立方程式，

例如

$$(1) \text{ 無解：} \begin{cases} 2x+3y=1 \\ 2x+6y=3 \end{cases}$$

$$(2) \text{ 無限多解：} \begin{cases} x+3y=1 \\ 2x+6y=2 \end{cases}$$

- 本基本學習內容不要求學生畫圖求二元一次聯立方程式的解，理由如下：以畫圖求二元一次聯立方程式的解時，學生會在精準度不足下，無法找出正確解。建議只需讓學生觀察解的坐標的大略位置以及落在 x 軸、 y 軸或哪一個象限。



基本學習內容：AC-7-6-2 畫二元一次聯立方程式的圖形

二元一次聯立方程式的圖形

(1) 在直角坐標平面上畫出 $x-y=-1$ 及 $2x+y=4$ 的圖形

① 要畫出 $x-y=-1$ 的圖形，我們要先找到滿足 $x-y=-1$ 的解

將 $x=0$ 代入 $x-y=-1$ ，得到 $0-y=-1 \Rightarrow y=1$

將 $y=0$ 代入 $x-y=-1$ ，得到 $x-0=-1 \Rightarrow x=-1$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	-1
y	1	0

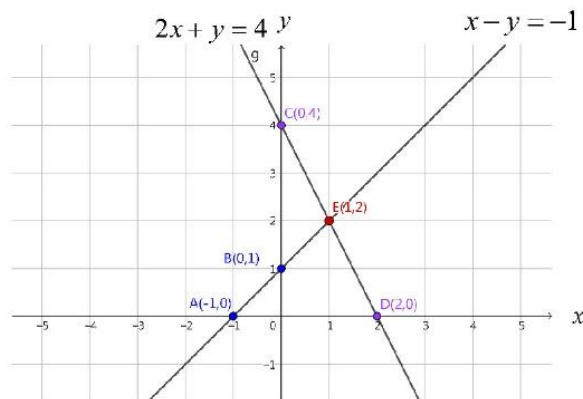
② 要畫出 $2x+y=4$ 的圖形，我們要先找到滿足 $2x+y=4$ 的解

將 $x=0$ 代入 $2x+y=4$ ，得到 $2 \times 0 + y = 4 \Rightarrow y=4$

將 $y=0$ 代入 $2x+y=4$ ，得到 $2x+0=4 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	2
y	4	0



我們發現 $x-y=-1$ 及 $2x+y=4$ 的圖形在直角坐標平面上產生一個交點 $E(1,2)$ ， $E(1,2)$ 為 $x-y=-1$ 的一個解，同時也是 $2x+y=4$ 的一個解。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是幫助學生認識「二元一次聯立方程式中，其兩方程式所代表的兩條直線會交於一點，該點為二元一次聯立方程式的解」。
2. 第(1)題給定二元一次方程式 $x - y = -1$ 和 $2x + y = 4$ ，要求學生畫出圖形。本教材提供解法如下，分別求出 $x = 0$ 和 $y = 0$ 在 $x - y = -1$ 和 $2x + y = 4$ 所對應的值，並將解畫在直角坐標平面上。
3. 學生完成本題後，教師應幫助學生發現二元一次方程式的圖形為一直線，以及直線上的任何一點都是二元一次方程式的解。

交點都屬於這兩條直線，所以交點都是這兩個二元一次方程式的解，也就是這個交點是聯立方程式的解。

本教材建議以下列步驟進行：

步驟一：在直角坐標平面上畫出 $x - y = -1$ 及 $2x + y = 4$ 的圖形，並發現其交點坐標為 $(1, 2)$ 。

步驟二：因為 $(1, 2)$ 在 $x - y = -1$ 所代表的直線上，所以 $(1, 2)$ 應該為 $x - y = -1$ 的解；

同樣的，因為 $(1, 2)$ 也在 $2x + y = 4$ 所代表的直線上，所以 $(1, 2)$ 也是 $2x + y = 4$ 的解。

因此， $(1, 2)$ 為 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ 的解。

步驟三：利用代數解出聯立方程式 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ ，得到 $(1, 2)$ 。

- 利用二元一次方程式的圖形為一直線，及其交點 $(1, 2)$ ，得到 $(1, 2)$ 為該聯立方程式的解，此為幾何做法。

利用加減消去法或者代入消去法解出聯立方程式的解為 $(1, 2)$ ，此為代數做法。

本教學目標希望學生連結聯立方程式的代數概念及幾何概念。



基本學習內容：AC-7-6-2 畫二元一次聯立方程式的圖形

那 $E(1,2)$ 為 $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 的聯立解嗎？試著求出 $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 的聯立解來驗證看看：

$$\begin{cases} x-y=-1 \dots\dots ① \\ 2x+y=4 \dots\dots ② \end{cases}$$

由①式加上②式，得到

$$(x-y)+(2x+y)=-1+4 \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow x=1$$

將 $x=1$ 代回①式得到

$$1-y=-1 \Rightarrow -y=-1-1=-2 \Rightarrow y=2$$

我們可以得到 $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 的聯立解為 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

我們發現 $x-y=-1$ 及 $2x+y=4$ 的圖形在直角坐標平面上產生一個交點 $E(1,2)$ ， $E(1,2)$ 為 $x-y=-1$ 的一個解，同時也是 $2x+y=4$ 的一個解，所以 $E(1,2)$ 為 $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 的聯立解。



隨堂練習

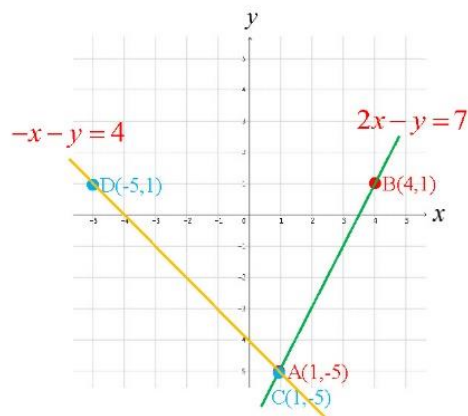
在直角坐標平面上畫出 $2x-y=7$ 及 $-x-y=4$ 的圖形

$$2x-y=7$$

x	1	4
y	-5	1

$$-x-y=4$$

x	1	-5
y	-5	1



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是幫助學生認識「二元一次聯立方程式中，其兩方程式所代表的兩條直線會交於一點，該點為二元一次聯立方程式的解」。
2. 學生完成本題後，教師應幫助學生發現二元一次方程式的圖形為一直線，以及直線上的任何一點都是二元一次方程式的解。

交點都屬於這兩條直線，所以交點都是這兩個二元一次方程式的解，也就是這個交點是聯立方程式的解。

本教材建議以下列步驟進行：

步驟一：在直角坐標平面上畫出 $x - y = -1$ 及 $2x + y = 4$ 的圖形，並發現其交點坐標為 $(1, 2)$ 。

步驟二：因為 $(1, 2)$ 在 $x - y = -1$ 所代表的直線上，所以 $(1, 2)$ 應該為 $x - y = -1$ 的解；

同樣的，因為 $(1, 2)$ 也在 $2x + y = 4$ 所代表的直線上，所以 $(1, 2)$ 也是 $2x + y = 4$ 的解。

因此， $(1, 2)$ 為 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ 的解。

步驟三：利用代數解出聯立方程式 $\begin{cases} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ ，得到 $(1, 2)$ 。

- 利用二元一次方程式的圖形為一直線，及其交點 $(1, 2)$ ，得到 $(1, 2)$ 為該聯立方程式的解，此為幾何做法。

利用加減消去法或者代入消去法解出聯立方程式的解為 $(1, 2)$ ，此為代數做法。

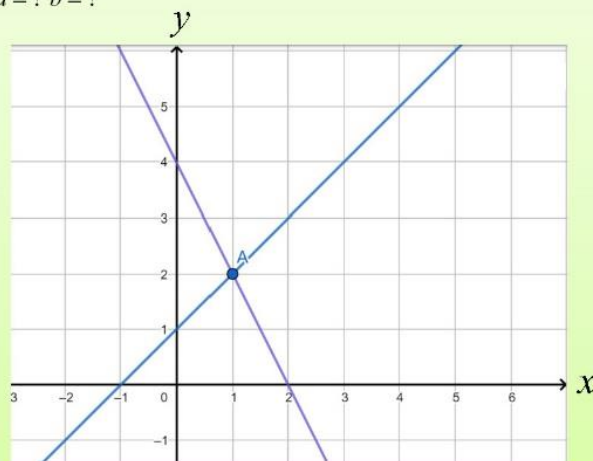
本教學目標希望學生連結聯立方程式的代數概念及幾何概念。

3. 隨堂練習給定兩個二元一次方程式，要求學生畫出其圖形。



基本學習內容：AC-7-6-2 畫二元一次聯立方程式的圖形

(2)在直角坐標平面上， $-x+y=a$ 及 $2x+y=b$ 的圖形如下，兩圖形交點座標為 $A(1,2)$ ，試問 $a=?$ $b=?$



由上圖，兩二元一次方程式 $-x+y=a$ 及 $2x+y=b$ 的圖形交點為 $A(1,2)$

圖上的點為二元一次方程式的解

$A(1,2)$ 為 $-x+y=a$ 的解，將 $x=1, y=2$ 代入 $-x+y=a$ ，得到 $-1+2=1=a$

$A(1,2)$ 為 $2x+y=b$ 的解，將 $x=1, y=2$ 代入 $2x+y=b$ ，得到 $2 \times 1 + 2 = 4 = b$

答： $a=1$ ， $b=4$



小試身手

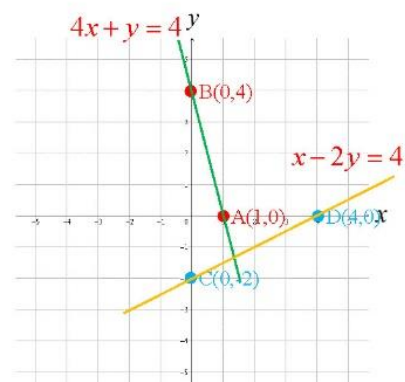
(1) 在直角坐標平面上畫出 $4x+y=4$ 及 $x-2y=4$ 的圖形

$$4x+y=4$$

x	1	0
y	0	4

$$x-2y=4$$

x	0	4
y	-2	0



**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是幫助學生利用交點坐標反求含有未定數的聯立方程式。
2. 本題給定 $-x + y = a$ 和 $2x + y = b$ 及其兩圖形交點坐標為 $(1, 2)$ ，要求學生求出 a 和 b 的值。

將 $(1, 2)$ 代入 $-x + y = a$ ，得到 $a = 1$

將 $(1, 2)$ 代入 $2x + y = b$ ，得到 $b = 4$

● 本例題幫助學生鞏固聯立方程式的解所對應到的點即為兩直線的交點。

3. 小試身手給定兩個二元一次方程式，要求學生畫出其圖形。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

7

年級數學

