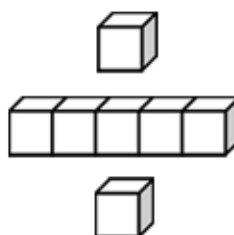


# 基本學習內容：NC-7-1-1

## 質數和合數

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_





## ◎質數與合數

國小的時候我們學過，一個整數如果恰有兩個因數，也就是 1 和自己本身兩個因數，稱為質數。一個整數如果有三個因數以上(包括三個)，也就是除了 1 和自己本身以外，就稱為合數。1 只有一個因數，所以 1 不是質數也不是合數。

(1) 在下面表格中，將 1 到 12 每個數的因數列表，找找看。

①哪些是質數？

②哪些是合數？

解：

數	乘積	因數	因數個數	判斷
1	$1 = 1 \times 1$	1	1	<input type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
2	$2 = 1 \times 2$	1, 2	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
3	$3 = 1 \times 3$	1, 3	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
4	$4 = 1 \times 4 = 2 \times 2$	1, 2, 4	3	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
5	$5 = 1 \times 5$	1, 5	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
6	$6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$	1, 2, 3, 6	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
7	$7 = 1 \times 7$	1, 7	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
8	$8 = 1 \times 8 = 2 \times 4$	1, 2, 4, 8	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
9	$9 = 1 \times 9 = 3 \times 3$	1, 3, 9	3	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
10	$10 = 1 \times 10 = 2 \times 5$	1, 2, 5, 10	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
11	$11 = 1 \times 11$	1, 11	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
12	$12 = 1 \times 12 = 2 \times 6 = 3 \times 4$	1, 2, 3, 4, 6, 12	6	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數

答：質數：2,3,5,7,11

合數：4,6,8,9,10,12



### 【質數】

如果一個大於 1 的整數只有 1 和本身兩個因數，稱此數為質數，例如：2、3、5、7、11 的因數只有 1 和本身，所以 2、3、5、7、11 都是質數。

### 【合數】

如果一個大於 1 的整數，除了 1 和本身之外，還有其他的因數，稱此數為合數。例如：4 的因數除了 1 和本身 4 以外，還有因數 2，所以 4 是合數。

### 【重要觀念】

- (1) 1 既不是質數，也不是合數。
- (2) 2 是最小的質數，也是質數中唯一的偶數  
(因為若有其他的偶數是質數，則它必被 2 整除)。



(2) 在下面表格中，將 13 到 25 每個數的因數列表，找找看。  
那些數是質數？有哪些是合數？找找看。

數	乘積	因數	因數個數	判斷
13	$13 = 1 \times 13$	1, 13	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
14	$14 = 1 \times 14 = 2 \times 7$	1, 2, 7, 14	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
15	$15 = 1 \times 15 = 3 \times 5$	1, 3, 5, 15	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
16	$16 = 1 \times 16 = 2 \times 8 = 4 \times 4$	1, 2, 4, 8, 16	5	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
17	$17 = 1 \times 17$	1, 17	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數



## 基本學習內容：NC-7-1-1

18	$18 = 1 \times 18 = 2 \times 9 = 3 \times 6$	1, 2, 3, 6, 9, 18	6	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
19	$19 = 1 \times 19$	1, 19	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
20	$20 = 1 \times 20 = 2 \times 10 = 4 \times 5$	1, 2, 4, 5, 10, 20	6	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
21	$21 = 1 \times 21 = 3 \times 7$	1, 3, 7, 21	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
22	$22 = 1 \times 22 = 2 \times 11$	1, 2, 11, 22	4	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
23	$23 = 1 \times 23$	1, 23	2	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數
24	$24 = 1 \times 24 = 2 \times 12$ $= 3 \times 8 = 4 \times 6$	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24	8	<input type="checkbox"/> 質數 <input checked="" type="checkbox"/> 合數
25	$25 = 1 \times 25 = 5 \times 5$	1, 5, 25	3	<input checked="" type="checkbox"/> 質數 <input type="checkbox"/> 合數

(3) 在下列表格中，

有哪些數是 2 的倍數？請將 2 的倍數劃掉。

剩下的數有哪些數是 3 的倍數，這些數都是合數嗎？也劃掉。

剩下的數有哪些是 5 的倍數，這些數都是合數嗎？也劃掉。

最後剩下的是不是都是質數？

答：

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

步驟一：將 2 的倍數劃掉。

13	<del>14</del>	15	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>	21	<del>22</del>	23	<del>24</del>	25
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------	----

步驟二：將 3 的倍數劃掉。

13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>	<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	25
----	---------------	---------------	---------------	----	---------------	----	---------------	---------------	---------------	----	---------------	----

步驟三：將 5 的倍數劃掉。

13	<del>14</del>	<del>15</del>	<del>16</del>	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>	<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	<del>25</del>
----	---------------	---------------	---------------	----	---------------	----	---------------	---------------	---------------	----	---------------	---------------

最後剩下的 11, 13, 17, 19 都是質數。



到目前為止沒有快速的方法可以產生由 2 開始的第幾個質數，接下來我們要用古希臘的數學家埃拉托賽尼(Eratosthenes, 西元前 276-西元前 194)所發現的方法，這個方法稱為「埃拉托賽尼篩法」，我們以篩選 1~100 的質數為例介紹他的想法：

步驟 1：因為 1 不是質數，也不是合數，所以刪去 1。

步驟 2：剩下的數最小是 2，圈出 2 並刪去其餘 2 的倍數，其中刪去的數最小是\_\_\_\_\_。

步驟 3：剩下的數最小是 3，圈出 3 並刪去其餘 3 的倍數，其中刪去的數最小是\_\_\_\_\_。

步驟 4：剩下的數最小是 5，圈出 5 並刪去其餘 5 的倍數，其中刪去的數最小是\_\_\_\_\_。

步驟 5：剩下的數最小是 7，圈出 7 並刪去其餘 7 的倍數，其中刪去的數最小是\_\_\_\_\_。

步驟 6：將剩下的數全部圈起來。

請問此時所有圈出來的數是否都是質數？☐是 ☐否

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

### 【深入討論】

- (1) 由步驟 2~步驟 5 中，每個步驟圈出的數與所刪去的最小數，有什麼關係呢？
- (2) 利用埃拉托賽尼篩法找出小於 100 的質數，為何只需使用質數 2、3、5、7 篩檢即可，而不需使用 11 或更大的質數篩檢？

(4) 請利用剛剛的百數表，列出 1~100 的質數，數數看有幾個？

答：

質數有 2、3、5、7、11、13、17、19、23、29、31、37、41、43、47、53、59、61、67、71、73、79、83、89、97，共 25 個。

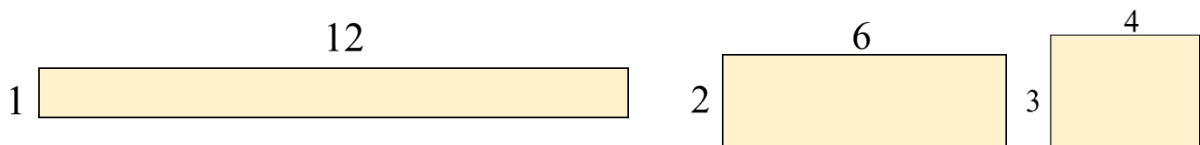
(5) 欲將  $n$  ( $n > 1$ ) 個邊長為 1 的小正方形緊密排列拼成長方形，且不會剩下任何小正方形，則：

- (1) 若  $n=11$ ，可以拼出幾種不同形狀的長方形？
- (2) 若  $n=12$ ，可以拼出幾種不同形狀的長方形？
- (3) 說說看，如果只能夠排出一種長方形， $n$  一定是質數嗎？

答：

(1)  $n=11=1 \times 11$ ，所以只能拼成長寬為 1 和 11 的長方形，1 種長方形。

(2)  $n=12=1 \times 12=2 \times 6=3 \times 4$ ，所以可以排成 3 種矩形。



(3) 若  $n$  為質數，則長方形只有一種拼法；

若  $n$  為合數，則長方形不只有一種拼法。



### 隨堂練習

- (1) 請將 20 以內的質數列出來。
- (2) 請將 24 用兩個質數相加來表示，並列出來。



### 小試身手

1. 回答下列問題：

- (1) 最小的質數是\_\_\_\_\_。
- (2) 最小的合數是\_\_\_\_\_。
- (3) 奇數中，最小的質數是\_\_\_\_\_。
- (4) 91 是質數還是合數？答：\_\_\_\_\_。

2. 20 的因數中，有哪些為質數？答：\_\_\_\_\_。

3. 欲使  $n$  個邊長為 1 的小正方形緊密排列拼成矩形，且不會剩下任何小正方形，則：

- (1) 若  $n=15$ ，可以拼出\_\_\_\_\_種不同形狀的矩形。
- (2) 若  $n=17$ ，可以拼出\_\_\_\_\_種不同形狀的矩形。
- (3) 若  $n=18$ ，可以拼出\_\_\_\_\_種不同形狀的矩形。
- (4) 若  $n=36$ ，可以拼出\_\_\_\_\_種不同形狀的矩形。



教育部國民及學前教育署 編

# 國民中學

# 7 年級數學

學生學習扶助教材

