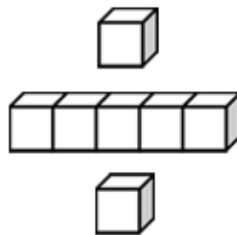


# 基本學習內容：NC-7-9-1

## 比與比值

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_





## 相等的比

- (1) 奶奶的酸梅湯是遠近馳名的名產，奶奶以酸梅原汁 30 c.c.，純水 150c.c.示範調配出一杯酸梅湯。奶奶給孫子阿叡 60 c.c.的酸梅原汁，請問阿叡要加入多少的純水才能調配出與奶奶一樣味道的酸梅湯？

解：

奶奶		阿叡	
酸梅原汁	純水	酸梅原汁	純水
30 c.c.	150c.c.	60 c.c.	$x$

方法一：

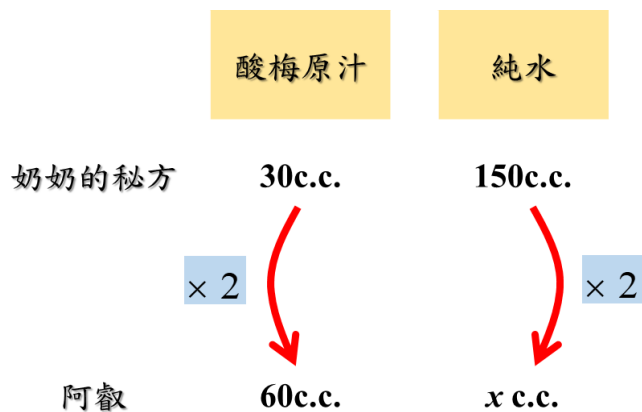
$$60 \div 30 = 2$$

$$150 \times 2 = 300$$

我們也可以記為

$$150 \times (60 \div 30) = 300$$

所以  $x = 300$ 。



方法二：

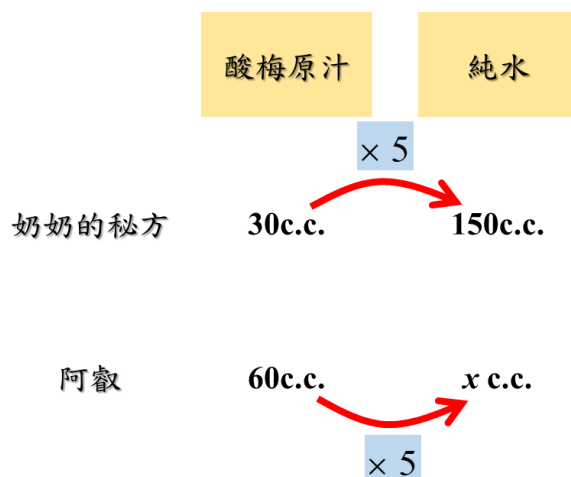
$$150 \div 30 = 5$$

$$60 \times 5 = 300$$

我們也可以記為

$$60 \times (150 \div 30) = 300$$

所以  $x = 300$ 。





第(1)題的奶奶和阿叡調出味道相同的酸梅湯，

可以記成  $30 : 150 = 60 : 300$ 。

從右圖我們發現，比的前項和後項

同乘以一個數後比會相同，我們稱

$30 : 150 = 60 : 300$  是相等的比。

如右圖，

如果將一個比的前項、後項同除以一個數，

所得的比也會和原來的比相等。

$$30 : 150 = 60 : 300$$

Diagram showing the transformation from  $30 : 150$  to  $60 : 300$  by multiplying both terms by 2. A red arrow points from 30 to 60 with a yellow box containing  $\times 2$ . Another red arrow points from 150 to 300 with a yellow box containing  $\times 2$ .

$$72 : 40 = 9 : 5$$

Diagram showing the transformation from  $72 : 40$  to  $9 : 5$  by dividing both terms by 8. A red arrow points from 72 to 9 with a blue box containing  $\div 8$ . Another red arrow points from 40 to 5 with a blue box containing  $\div 8$ .



(2) 算算看，「 $30 : 40$ 」和哪些比會相等？

(A)  $210 : 280$  (B)  $15 : 20$  (C)  $63 : 80$  (D)  $0.12 : 0.16$  (E)  $\frac{21}{10} : 3$  (F)  $\frac{3}{5} : \frac{4}{5}$

解：

(A) 因為  $210 \div 30 = 7$ ，我算出  $40 \times 7 = 280$ ，

所以  $30 : 40 = 210 : 280$ 。

$$30 : 40 = 210 : 280$$

Diagram showing the transformation from  $30 : 40$  to  $210 : 280$  by multiplying both terms by 7. A red arrow points from 30 to 210 with a blue box containing  $\times 7$ . Another red arrow points from 40 to 280 with a blue box containing  $\times 7$ .

(B) 因為  $30 \div 2 = 15$ ，我算出  $40 \div 2 = 20$ ，

所以  $30 : 40 = 15 : 20$ 。

$$30 : 40 = 15 : 20$$

Diagram showing the transformation from  $30 : 40$  to  $15 : 20$  by dividing both terms by 2. A red arrow points from 30 to 15 with a blue box containing  $\div 2$ . Another red arrow points from 40 to 20 with a blue box containing  $\div 2$ .

(C) 我先計算後項，發現  $40 \times 2 = 80$ ，

再求出  $30 \times 2 = 60$ ，

發現得到的值和原來比的前項不同，

所以  $30 : 40 \neq 63 : 80$ 。

$$30 : 40 \neq 63 : 80$$

Diagram showing the transformation from  $30 : 40$  to  $60 : 80$  by multiplying both terms by 2. A red arrow points from 30 to 60 with a blue box containing  $\times 2$ . Another red arrow points from 40 to 80 with a blue box containing  $\times 2$ . The result is shown as  $60 : 80$  with a yellow box around 60.



(D)

$$\text{我把比寫成 } 30 : 40 = 3 : 4 = 0.03 : 0.04 = 0.12 : 0.16$$

前後項  $\div 10$       前後項  $\times 4$

前後項  $\div 100$

所以  $30 : 40 = 0.12 : 0.16$

(E)

$$\text{我把比寫成 } 30 : 40 = 3 : 4 = 21 : 28 = \frac{21}{10} : \frac{28}{10}$$

前後項  $\div 10$       前後項  $\div 10$

前後項  $\times 7$

發現比的後項  $\frac{28}{10} \neq 3$ ，所以  $30 : 40 \neq \frac{21}{10} : 3$

(F)

$$\text{我把比寫成 } 30 : 40 = 3 : 4 = \frac{3}{5} : \frac{4}{5}$$

前後項  $\div 10$

前後項  $\div 5$

所以  $30 : 40 = \frac{3}{5} : \frac{4}{5}$



(3)老闆用 500 毫升的紅茶和 300 毫升的牛奶調成奶茶。

①1800 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？

②120 毫升的紅茶要加入多少毫升的牛奶，才能調成相同口味的奶茶？

③3 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

④ $\frac{1}{4}$  公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

⑤0.3 公升的牛奶要加入多少公升的紅茶，才能調成相同口味的奶茶？

解：

①假設加入牛奶  $x$  毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 1800 : x$$

$$\text{所以 } x = 300 \times \frac{18}{5} = 1080$$

$$500 : 300 = 1800 : x$$

Diagram showing the simplification of the ratio  $500 : 300$  to  $10 : 6$  by dividing both terms by 50. The simplified ratio is then used to find  $x$  by multiplying the second term of the second ratio (6) by 18, resulting in  $x = 108$ .



②假設加入牛奶  $y$  毫升，

先將題目記下來

$$500 : 300 = 120 : y$$

$$\text{所以 } y = 300 \div 50 \times 12 = 72$$

$$500 : 300 = 10 : 6 = 120 : y$$

Diagram showing the simplification of the ratio  $500 : 300$  to  $10 : 6$  by dividing both terms by 50. The simplified ratio is then used to find  $y$  by multiplying the second term of the second ratio (6) by 12, resulting in  $y = 72$ .

③假設加入紅茶  $a$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = a : 3$$

$$\text{所以 } a = 500 \div 100 = 5$$

$$500 : 300 = a : 3$$

Diagram showing the simplification of the ratio  $500 : 300$  to  $5 : 3$  by dividing both terms by 100. The simplified ratio is then used to find  $a$  by multiplying the second term of the second ratio (3) by 5, resulting in  $a = 15$ .

④假設加入紅茶  $b$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = b : \frac{1}{4}$$

$$\text{所以 } b = 500 \div 300 \div 4 = \frac{5}{12}$$

$$500 : 300 = \frac{5}{3} : 1 = b : \frac{1}{4}$$

Diagram showing the simplification of the ratio  $500 : 300$  to  $\frac{5}{3} : 1$  by dividing both terms by 300. The simplified ratio is then used to find  $b$  by multiplying the second term of the second ratio (1) by  $\frac{5}{3}$ , resulting in  $b = \frac{5}{3}$ .





⑤ 假設加入紅茶  $c$  公升，

先將題目記下來，

$$500 : 300 = c : 0.3$$

$$\text{所以 } c = 500 \div 100 \div 10 = 0.5$$

$$500 : 300 = 5 : 3 = c : 0.3$$

前後項  $\div 100$

前後項  $\div 10$

- ① 「1800 毫升的紅茶和 1080 毫升的牛奶」、  
 「120 毫升的紅茶和 72 毫升的牛奶」、  
 「5 公升的紅茶和 3 公升的牛奶」、  
 「 $\frac{5}{12}$  公升的紅茶和  $\frac{1}{4}$  公升的牛奶」、  
 「0.5 公升的紅茶和 0.3 公升的牛奶」  
 這樣所調製出的奶茶口味都一樣。

紅茶	牛奶
1800 毫升	1080 毫升
120 毫升	72 毫升
5 公升	3 公升
$\frac{5}{12}$ 公升	$\frac{1}{4}$ 公升
0.5 公升	0.3 公升

- ② 如果比的前項、後項都是整數，我們說他們是整數比。

例如：「1800 : 1080」、「120 : 72」、「5 : 3」都是整數比。

而「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4}$ 」、「0.5 : 0.3」不是整數比。

這 3 個相等的整數比「1800 : 1080」、「120 : 72」和「5 : 3」中，  
 「5 : 3」的前項與後項互質，不能再寫成更簡單的整數比，  
 我們稱「5 : 3」為這些比中的「**最簡整數比**」。

- ③ 上表中口味相同的奶茶，都可以看成 5 份紅茶和 3 份牛奶調製而成的，  
 可以用最簡整數比「紅茶 : 牛奶 = 5 : 3」表示調製奶茶的方法。

例如：

「1800 : 1080 = 5 : 3」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 360 毫升。

「 $\frac{5}{12} : \frac{1}{4} = 5 : 3$ 」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 24 毫升。

「0.5 : 0.3 = 5 : 3」，表示紅茶 5 份，牛奶 3 份，每 1 份是 0.1 公升。

如果 1 份是  $x$  克，則「 $5x : 3x = 5 : 3$ 」一樣是紅茶 5 份，牛奶 3 份。





## 重點整理

### 最簡整數比

- ① 比的前項和後項都是整數而且互質。
- ② 所有相等的整數比都可以由最簡整數比同時乘上一個整數得到。

(4)右表是老闆用不同份量的冬瓜茶和檸檬汁，調成相同口味的冬瓜檸檬。請算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  所代表的數字。

	冬瓜茶	檸檬汁
①	1400 毫升	$a$ 毫升
②	$b$ 毫升	300 毫升
	70 毫升	30 毫升
③	$c$ 公升	$\frac{3}{10}$ 公升
④	2.1 公升	$d$ 公升

解：

先求出最簡整數比， $70:30=7:3$ 。

「 $7:3$ 」是這些比中的最簡整數比，

可以看成冬瓜茶 7 份和檸檬汁 3 份所調成的味道都一樣。



①  $1400:a=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 1400 毫升， $1400 \div 7 = 200$ ，每 1 份是 200 毫升。

$200 \times 3 = 600$ ，檸檬汁 3 份是 600 毫升，所以  $a = 600$ 。

②  $b:300=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁 300 毫升， $300 \div 3 = 100$ ，每 1 份是 100 毫升。

$100 \times 7 = 700$ ，冬瓜茶 7 份是 700 毫升，所以  $b = 700$ 。

③  $c:\frac{3}{10}=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份，檸檬汁看成 3 份。

3 份檸檬汁  $\frac{3}{10}$  公升， $\frac{3}{10} \div 3 = \frac{1}{10}$ ，每 1 份是  $\frac{1}{10}$  公升。

$\frac{1}{10} \times 7 = \frac{7}{10}$ ，冬瓜茶 7 份是  $\frac{7}{10}$  公升， $c = \frac{7}{10}$ 。

④  $2.1:d=7:3$ ，可以把冬瓜茶看成 7 份、檸檬汁看成 3 份。

7 份冬瓜茶 2.1 公升， $2.1 \div 7 = 0.3$ ，每 1 份是 0.3 公升。

$0.3 \times 3 = 0.9$ ，檸檬汁 3 份是 0.9 公升， $d = 0.9$ 。



(5) 求出下列各題的最簡整數比。

①  $45 : 30$

②  $\frac{5}{4} : 3$

③  $\frac{3}{2} : \frac{6}{5}$

④  $3.6 : 2.1$

解：

- ① 比的前後項都是整數，我先找到 45 和 30 的公因數並約分，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$45 : 30 = 3 : 2$$

- ② 比的前項是分數，我將比的前後項同乘以 4，得到整數比，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}\frac{5}{4} : 3 &= \frac{5}{4} \times 4 : 3 \times 4 \\ &= 5 : 12\end{aligned}$$

- ③ 比的前後項都是分數，我將比的前後項同乘以同乘以兩分母的最小公倍數，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} : \frac{6}{5} &= \frac{3}{2} \times 10 : \frac{6}{5} \times 10 \\ &= 15 : 12 = 5 : 4\end{aligned}$$

- ④ 比的前後項都是小數，我先把前後項同乘以 10，得到整數比，再同時除以公因數化簡為最簡整數比。

$$\begin{aligned}3.6 : 2.1 &= 3.6 \times 10 : 2.1 \times 10 \\ &= 36 : 21 \\ &= 12 : 7\end{aligned}$$

當比的前後項不是整數時，先將前後項同乘以一個倍數，化成整數比，再將前後項同時除以公因數得到最簡整數比。

例如：

$$\frac{9}{10} : 2.4 = \frac{9}{10} \times 10 : 2.4 \times 10 = 9 : 24 = 3 : 8$$







## 隨堂練習

- (1) 右圖是老闆用不同份量的麵粉和水，調成相同比例的粉漿水，以製作同樣 Q 度的春捲皮。請你算出  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  所代表的數字。

	麵粉	水
①	1200 公克	$a$ 公克
②	$b$ 公克	30 公克
	480 公克	360 公克
③	$c$ 公斤	$\frac{2}{3}$ 公斤
④	1.8 公斤	$d$ 公斤

- (2) 求出下列各題的最簡單整數比：

①  $39 : 130$       ②  $10 : \frac{8}{3}$       ③  $4 : \frac{4}{7}$       ④  $4.5 : 3.6$



## 比值

(6) 學校園遊會，班上要賣紅豆湯圓，負責採買紅豆的同學查訪了三家店，紅豆的價格如下表：

	紅豆價格(元)	紅豆重量(公斤)
甲店	50	2
乙店	14	0.5
丙店	90	4

為了降低成本，請問他們應該選擇哪一家的紅豆？

解：

為了知道哪一家最便宜，所以我先計算每一家店 1 公斤的紅豆的價格來比較：

方法一：我用除法來計算 1 公斤紅豆的價格。

$$\text{甲店} \quad 50 \div 2 = 25 \text{ 元}$$

$$\text{乙店} \quad 14 \div 0.5 = 28 \text{ 元}$$

$$\text{丙店} \quad 90 \div 4 = 22.5 \text{ 元}$$

丙店比較便宜，所以選擇丙店。

方法二：我先用「價格:重量」記錄三家店的販售狀況，再將比的後項化成 1，來比較價格。

紅豆價格(元)：紅豆重量(公斤)

$$\text{甲店} \quad 50 : 2 = \frac{50}{2} : 1 = 25 : 1$$

$$\text{乙店} \quad 14 : 0.5 = \frac{14}{0.5} : 1 = \frac{14 \times 2}{0.5 \times 2} : 1 = 28 : 1$$

$$\text{丙店} \quad 90 : 4 = \frac{90}{4} : 1 = 22.5 : 1$$

丙店比較便宜，所以選擇丙店。



1. 在相等的比中，找到比的後項為 1 時，這個比的前項就是比值。

例如：用  $5 : 3 = \frac{5}{3} : 1$  來算比值，「 $5 : 3$ 」的比值就是  $\frac{5}{3}$ 。

2. 比的前項除以後項稱為該比的比值。

例如：「 $5 : 3$ 」可以用  $5 \div 3$  來算比值，



(7) 請求出下列比的比值。

- ①  $56 : 128$       ②  $90 : 24$       ③  $1.8 : 4.5$       ④  $\frac{5}{9} : \frac{2}{3}$

解：

① 阿泰說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 56 \div 128 : 128 \div 128 = \frac{7}{16} : 1$ ，比值為  $\frac{7}{16}$ 。

小穎說：我用除法計算  $56 \div 128 = \frac{56}{128} = \frac{7}{16}$ ，比值為  $\frac{7}{16}$ 。

② 丁丁說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 90 \div 24 : 24 \div 24 = \frac{15}{4} : 1$ ，比值為  $\frac{15}{4}$ 。

小盛說：我用除法計算  $90 \div 24 = \frac{90}{24} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4}$ ，比值為  $\frac{15}{4}$ 。

③ 亞勳說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow 1.8 \div 4.5 : 4.5 \div 4.5 = 0.4 : 1$ ，比值為 0.4。

大強說：我用除法計算  $1.8 \div 4.5 = \frac{1.8}{4.5} = \frac{18}{45} = \frac{2}{5}$ ，比值為  $\frac{2}{5}$ 。

④ 明珊說：我將比的後項化為 1  $\rightarrow \frac{5}{9} \div \frac{2}{3} : \frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} : 1$ ，比值為  $\frac{5}{6}$ 。

禎翊說：我用除法計算  $\frac{5}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{6}$ ，比值為  $\frac{5}{6}$ 。



- (8) 有甲、乙、丙三杯檸檬水，它們皆由檸檬原汁及純水調配而成的，請你依酸度由強到弱排列出來。

甲杯： 檸檬汁 30 c.c. 純水 120c.c.	乙杯： 檸檬汁 50 c.c. 純水 250c.c.	丙杯： 檸檬汁 60 c.c. 純水 180c.c.
----------------------------------	----------------------------------	----------------------------------

解：

酸度：檸檬汁愈多代表酸度愈強。

我用除法計算檸檬汁與純水的比值：

$$\text{甲杯 } 30 \div 120 = \frac{1}{4} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{4}\text{c.c.})$$

$$\text{乙杯 } 50 \div 250 = \frac{1}{5} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{5}\text{c.c.})$$

$$\text{丙杯 } 60 \div 180 = \frac{1}{3} \quad (\text{當純水為 } 1\text{c.c.時，檸檬汁為 } \frac{1}{3}\text{c.c.})$$

因為  $\frac{1}{3} > \frac{1}{4} > \frac{1}{5}$ ，所以三杯的酸度強度大小為：丙杯 > 甲杯 > 乙杯。



### 隨堂練習

- (3) 詠聖與他二位朋友正在討論誰的車速度快，以下是他們在這個週末開車的距離與其所花費時間的記錄。  
請問誰的平均車速最快？

	距離(公里)	時間(小時)
詠聖	45	1.8
寬有	60	2
仲恩	36	1.5



### 小試身手

(1) 下列哪些和「105 : 63」是相等的比？

- ① 35 : 21    ② 5 : 3    ③ 10.5 : 6.3    ④ 2.1 : 1.26    ⑤  $\frac{21}{2} : 6.3$

(2) 求出下列各題的最簡單整數比：

- ① 125 : 20    ②  $\frac{3}{5} : 6$     ③  $\frac{8}{5} : 7$     ④ 9.9 : 8.8

(3) 請求出下列各式的比值。

- ① 325 : 390    ② 123 : 82    ③ 1.5 : 2.5    ④  $2\frac{5}{6} : 8\frac{1}{2}$

(4) 欣宜正在做焦糖布丁，以下是欣宜煮焦糖的紀錄。

請你依甜度從較甜到較不甜排列出來。

	砂糖(g)	水(g)
第一次	60	45
第二次	75	50
第三次	48	40



教育部國民及學前教育署 編

# 國民中學

# 7 年級數學

學生學習扶助教材

