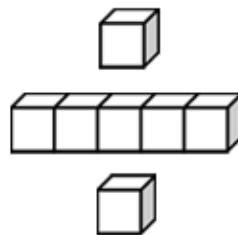


基本學習內容：AC-7-6-1

畫二元一次方程式的圖形

班級：_____

姓名：_____





二元一次方程式的圖形

(1)①找找看 $x+y=4$ 的解，並將解填入下列空格中。

x	0	1	2	3	4
y					

②在直角坐標平面描出上面各組的點坐標。

③觀察直角座標平面上的各組點座標，試著連連看。

①

x	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0

將 $x=0$ 代入 $x+y=4$ ，得到 $0+y=4 \Rightarrow y=4-0=4$

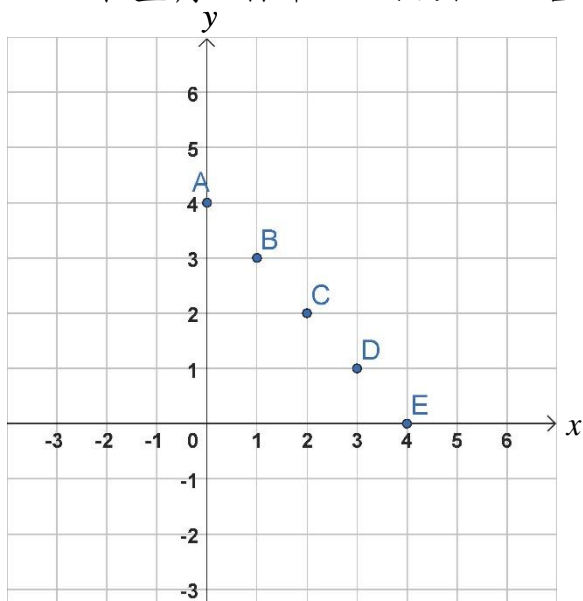
將 $x=1$ 代入 $x+y=4$ ，得到 $1+y=4 \Rightarrow y=4-1=3$

將 $x=2$ 代入 $x+y=4$ ，得到 $2+y=4 \Rightarrow y=4-2=2$

將 $x=3$ 代入 $x+y=4$ ，得到 $3+y=4 \Rightarrow y=4-3=1$

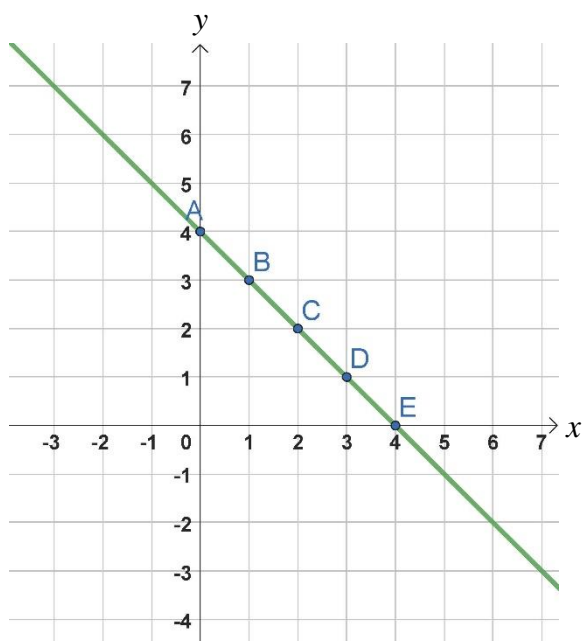
將 $x=4$ 代入 $x+y=4$ ，得到 $4+y=4 \Rightarrow y=4-4=0$

②在直角坐標平面上描出上面各組的點坐標 $(0,4)$ 、 $(1,3)$ 、 $(2,2)$ 、 $(3,1)$ 、 $(4,0)$





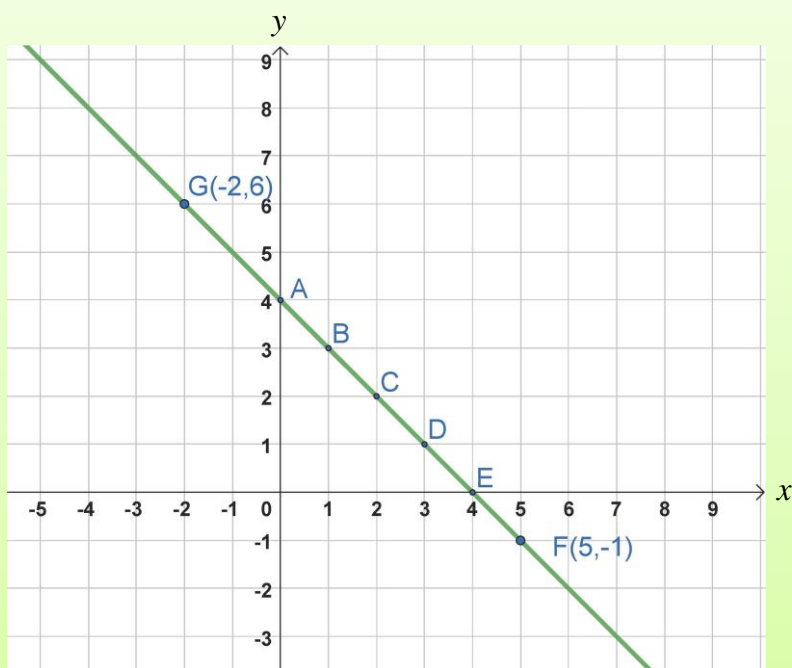
③直角座標平面上的各組點座標連起來後是一直線。



這條連線上面好像還有其他的點坐標？
這些點坐標跟 $x + y = 4$ 有什麼關聯呢？



(2) 檢驗看看直線上的兩個點 $F(5, -1)$ 及 $G(-2, 6)$ 是不是 $x + y = 4$ 的解。

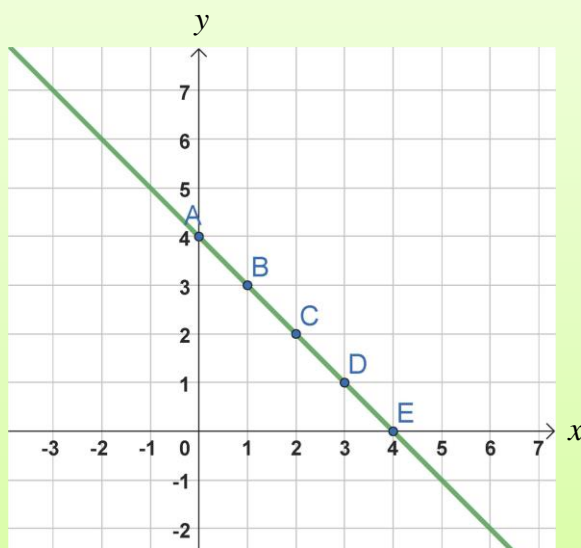


將 $F(5, -1)$ 代入 $x + y = 4$ ，得到 $5 + (-1) = 4$ 說明 $F(5, -1)$ 是 $x + y = 4$ 的解。

將 $G(-2, 6)$ 代入 $x + y = 4$ ，得到 $-2 + 6 = 4$ 說明 $G(-2, 6)$ 是 $x + y = 4$ 的解。

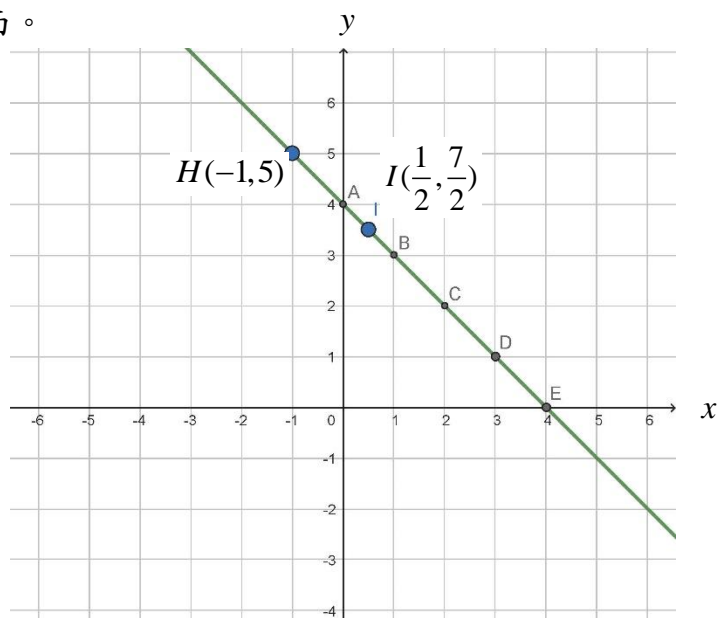
我們可以發現，這個直線上的點是 $x + y = 4$ 的解。這條直線就是 $x + y = 4$ 的圖形。

(3) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ 及 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$ 都是 $x + y = 4$ 的解，此兩組解是否在此直線上？



在直角坐標平面上標出 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$ 為點 $H(-1, 5)$ 及 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$ 為點 $I(\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$ ，我們可以發現這兩

點也在這條直線上。



由上面的討論，我們可以知道二元一次方程式的解都在直線上，所以二元一次方程式的圖形就是一條直線。



(4)在直角坐標平面上畫出 $2x - y = 4$ 的圖形。

要畫出 $2x - y = 4$ 的圖形，我們要先找到滿足 $2x - y = 4$ 的解

將 $x=0$ 代入 $2x - y = 4$ ，得到 $2 \times 0 - y = 4 \Rightarrow y = -4$

將 $x=1$ 代入 $2x - y = 4$ ，得到 $2 \times 1 - y = 4 \Rightarrow y = -2$

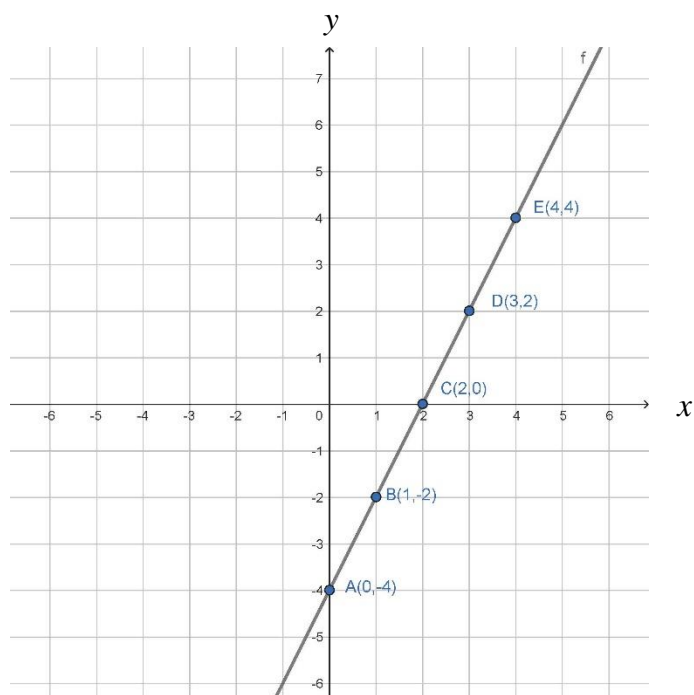
將 $x=2$ 代入 $2x - y = 4$ ，得到 $2 \times 2 - y = 4 \Rightarrow y = 0$

將 $x=3$ 代入 $2x - y = 4$ ，得到 $2 \times 3 - y = 4 \Rightarrow y = 2$

將 $x=4$ 代入 $2x - y = 4$ ，得到 $2 \times 4 - y = 4 \Rightarrow y = 4$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	1	2	3	4
y	-4	-2	0	2	4



(5)在直角坐標平面上畫出 $0x + y = 2$ 的圖形。

要畫出 $0x + y = 2$ 的圖形，我們要先找到滿足 $0x + y = 2$ 的解

將 $x = 0$ 代入 $0x + y = 2$ ，得到 $0 \times 0 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將 $x = 1$ 代入 $0x + y = 2$ ，得到 $0 \times 1 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

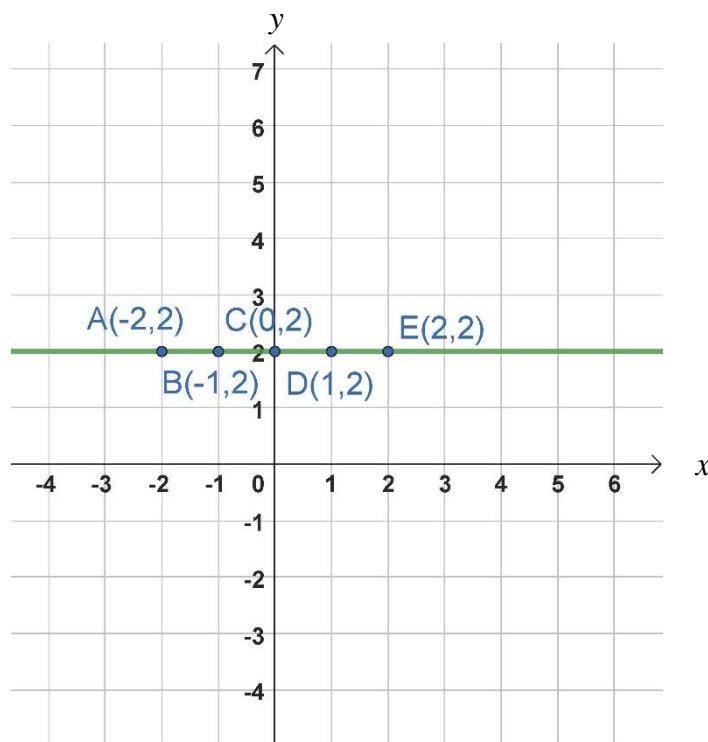
將 $x = 2$ 代入 $0x + y = 2$ ，得到 $0 \times 2 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將 $x = 3$ 代入 $0x + y = 2$ ，得到 $0 \times 3 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將 $x = 4$ 代入 $0x + y = 2$ ，得到 $0 \times 4 + y = 2 \Rightarrow y = 2$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	1	2	3	4
y	2	2	2	2	2



每一次畫二元一次方形式的圖形，都需要找五個點嗎？

我們以前學過兩點可以連成一條線，我們已經知道二元一次方程式的圖形是一條線，可以找出方程式的兩個解，在直角座標平面上畫出那兩個點，來進行連線，就可以畫出二元一次方程式的圖形了！





(6) 找出 $2x + y = 6$ 的兩個解，並在直角坐標平面上畫出 $2x + y = 6$ 的圖形。

方法一

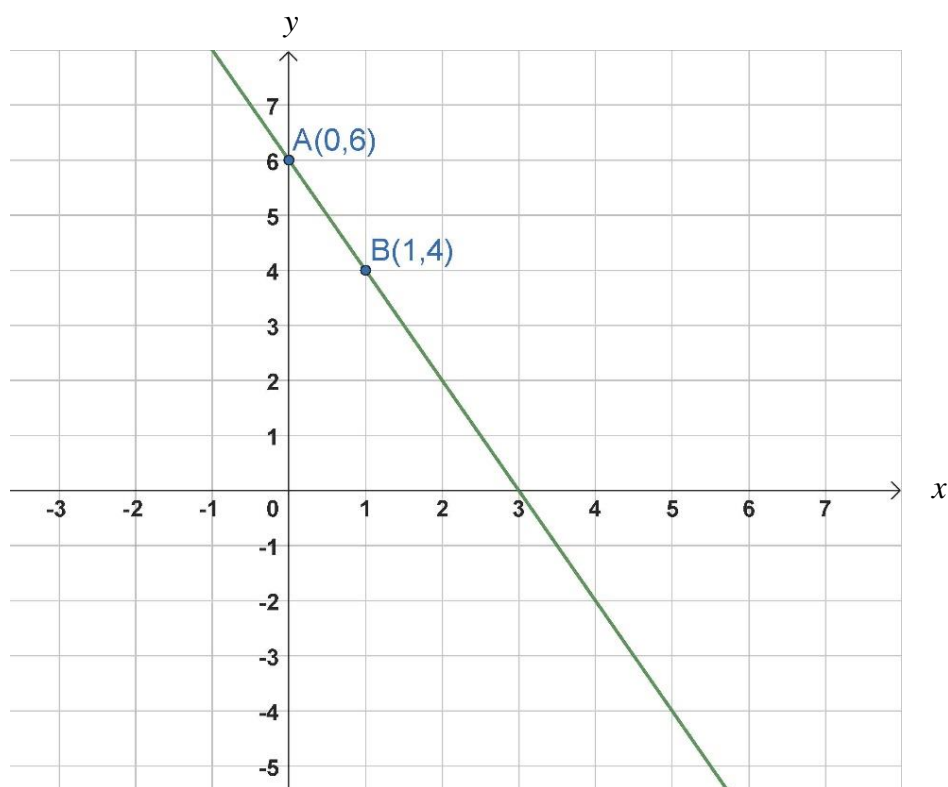
要畫出 $2x + y = 6$ 的圖形，我們要先找到滿足 $2x + y = 6$ 的兩個解

將 $x = 0$ 代入 $2x + y = 6$ ，得到 $2 \times 0 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 0 = 6$

將 $x = 1$ 代入 $2x + y = 6$ ，得到 $2 \times 1 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 2 = 4$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	1
y	6	4



基本學習內容：AC-7-6-1

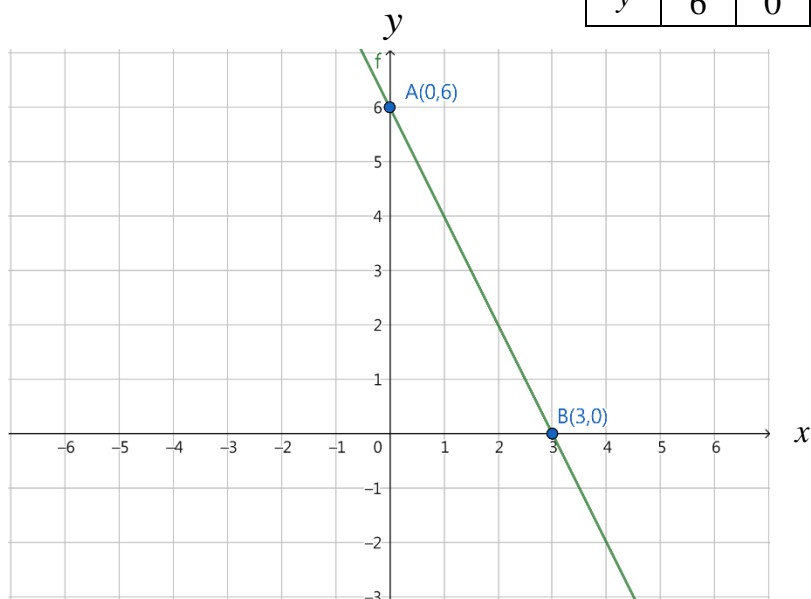
方法二

將 $x=0$ 代入 $2x+y=6$ ，得到 $2 \times 0 + y = 6 \Rightarrow y = 6 - 0 = 6$

將 $y=0$ 代入 $2x+y=6$ ，得到 $2 \times x + 0 = 6 \Rightarrow x = \frac{6-0}{2} = 3$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	3
y	6	0

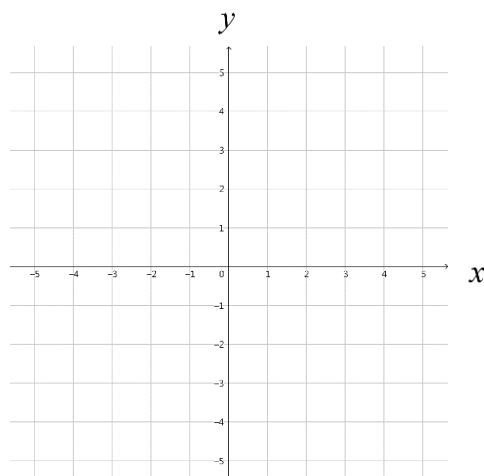


$x=0$ 所對應的 y 值很容易計算出來，所以我們在找解也常常會去找 $y=0$ 所對應的 x 值，這樣就會很容易找到兩個解來畫圖。



隨堂練習

在直角坐標平面上畫出 $x-2y=4$ 的圖形。



(7)在直角坐標平面上畫出 $x+0y=-2$ 的圖形

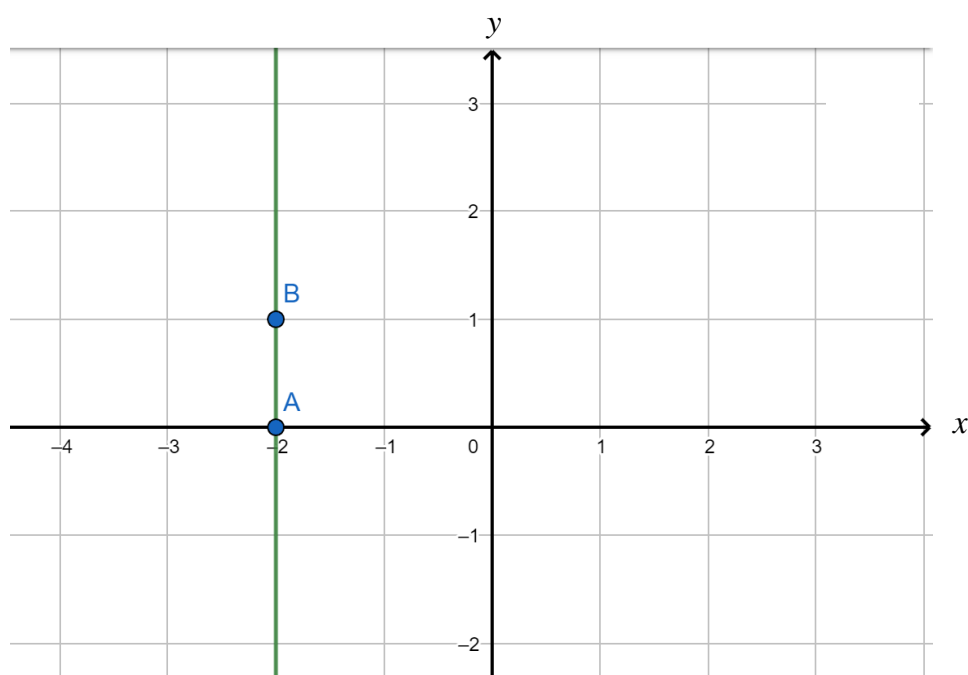
要畫出 $x+0y=-2$ 的圖形，我們要先找到滿足 $x+0y=-2$ 的解

將 $y=0$ 代入 $x+0y=-2$ ，得到 $x+0\times 1=-2\Rightarrow x=-2$

將 $y=1$ 代入 $x+0y=-2$ ，得到 $x+0\times 1=-2\Rightarrow x=-2$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	-2	-2
y	0	1



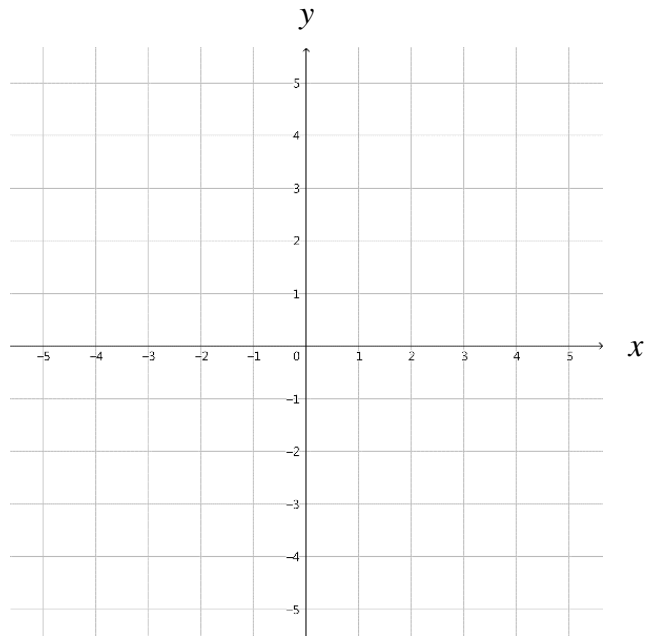
這題畫的 $x+0y=-2$ 的圖形，其實就是 $x=-2$ 的圖形。所以下次我們看到題目要畫 $y=-3$ 的圖形，把他看成 $0x+y=-3$ ，比較容易找點來畫圖。



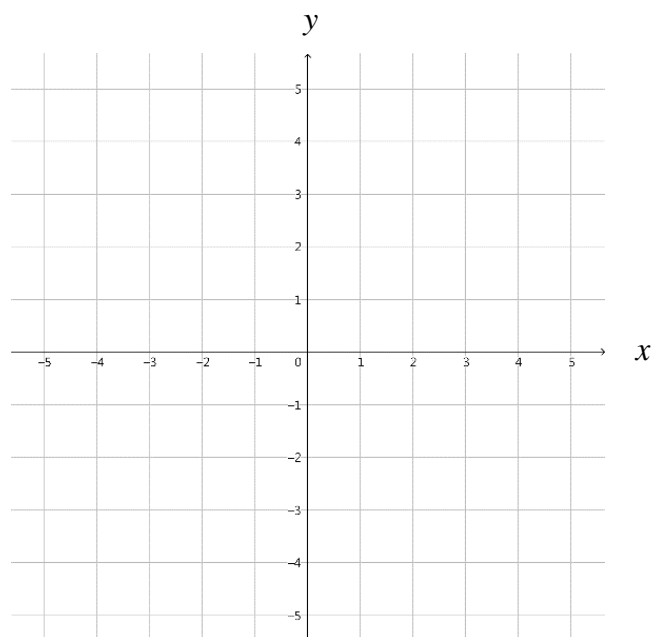


隨堂練習

(1)在直角坐標平面上畫出 $y = -2$ 的圖形。



(2)在直角坐標平面上畫出 $x = 3$ 的圖形。





從上面的討論我們已經學會各種不同的 $ax+by=c$ 二元一次方程式如何在直角座標平面上畫圖出圖形：

(1) 當 $a=0$ 時， $0x+by=c$ ，化簡為 $y=\frac{c}{b}$

也就是 $y=k$ 畫出來為水平線

(2) 當 $b=0$ 時， $ax+0y=c$ ，化簡為 $x=\frac{c}{a}$

也就是 $x=k$ 畫出來為鉛直線

(3) 當 $a \neq 0$ 、 $b \neq 0$ 時， $ax+by=c$ ，化簡得到 $y=-\frac{c}{a}x+\frac{c}{b}$

也就是 $y=mx+k$ 畫出來為斜直線

以後如果遇到給定斜直線上的點要你找到滿足的直線方程式，

我們可以透過假設此直線為 $y=mx+k$ 來解題。

(8)在直角坐標平面上畫出 $y=-2x+1$ 的圖形。

方法一

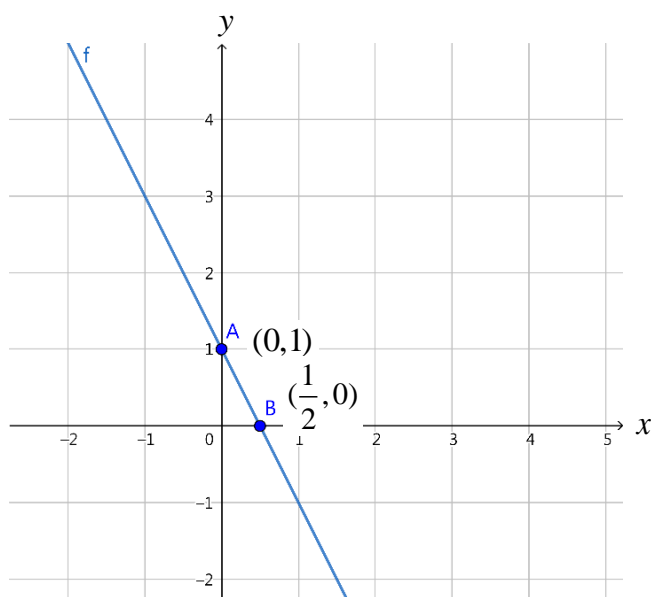
要畫出 $y=-2x+1$ 的圖形，我們要先找到滿足 $y=-2x+1$ 的解

將 $x=0$ 代入 $y=-2x+1$ ，得到 $y=-2 \times 0+1 \Rightarrow y=1$

將 $y=0$ 代入 $y=-2x+1$ ，得到 $0=-2x+1 \Rightarrow -2x=-1 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

x	0	$\frac{1}{2}$
y	1	0



方法二

形式如 $y = ax + b$ 的方程式，找 $y = 0$ 所對應的 x 值會產生比較複雜的計算，所以我們也可以改找 $x = 1$ 所對應的 y 值來描點做圖即可。

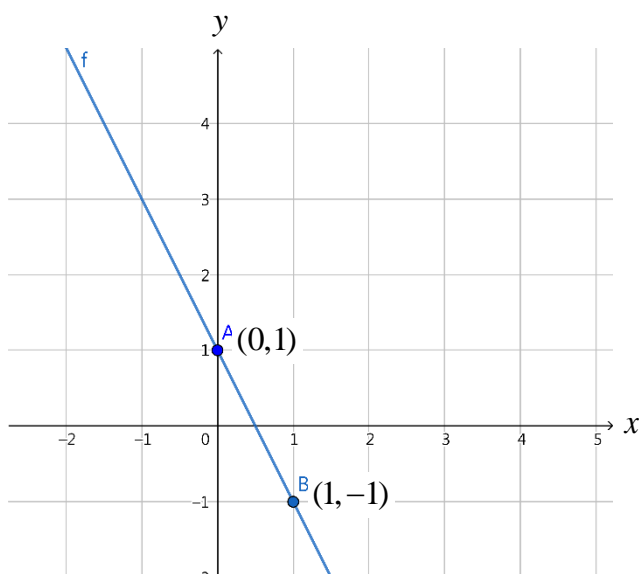


將 $x = 0$ 代入 $y = -2x + 1$ ，得到 $y = -2 \times 0 + 1 \Rightarrow y = 1$

將 $x = 1$ 代入 $y = -2x + 1$ ，得到 $y = -2 \times 1 + 1 \Rightarrow y = -2 + 1 \Rightarrow y = -1$

將這些解填入表格中，並繪製在直角座標平面上

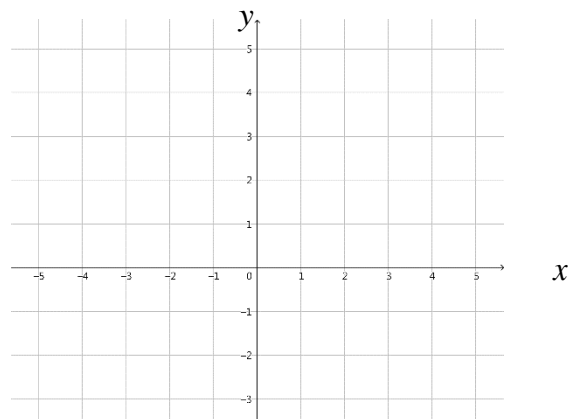
x	0	1
y	1	-1



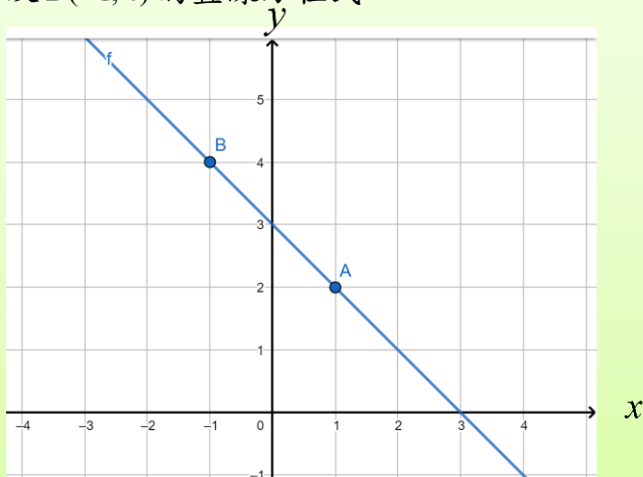


隨堂練習

請你在直角坐標平面上畫出 $y = 3x - 2$ 的圖形



(9)請找出通過點 $A(1,2)$ 及 $B(-1,4)$ 的直線方程式。



我們發現二元一次方程式的圖形是斜直線，可以假設此直線方程式為

$$y = mx + k$$

將 $A(1,2)$ 代入 $y = mx + n$ ，得到 $2 = m \times 1 + k$

將 $B(-1,4)$ 代入 $y = mx + n$ ，得到 $4 = m \times (-1) + k$

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} m + k = 2 \dots\dots ① \\ -m + k = 4 \dots\dots ② \end{cases}$$

由①式加上②式，得到

$$(m+k) + (-m+k) = 2+4 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3$$

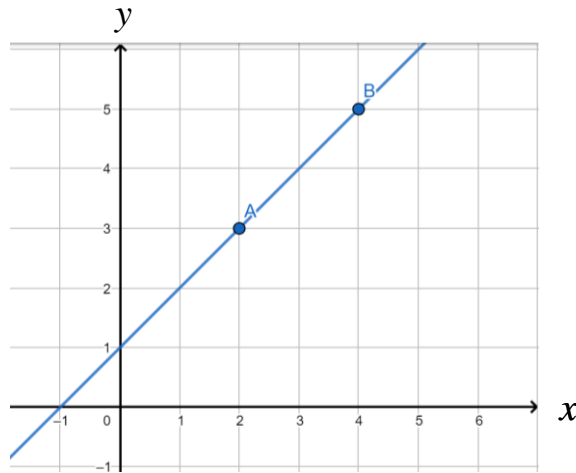
將 $k=3$ 代回①式得到

$$m+k=2 \Rightarrow m+3=2 \Rightarrow m=2-3=-1$$

將 $m=-1$ 、 $k=3$ 代回去 $y = mx + k$ 得到此直線方程式 $y = -x + 3$

(10)請找出通過點 $A(2,3)$ 及 $B(4,5)$ 的直線方程式。

將點 $A(2,3)$ 與 $B(4,5)$ 兩點的圖形化在直角座標平面上，發現他們是斜直線



二元一次方程式的圖形是斜直線，可以假設此直線方程式為 $y = mx + k$

將 $A(2,3)$ 代入 $y = mx + k$ ，得到 $3 = m \times 2 + k$

將 $B(4,5)$ 代入 $y = mx + k$ ，得到 $5 = m \times 4 + k$

將上面兩式聯立

$$\begin{cases} 2m + k = 3 \dots\dots ① \\ 4m + k = 5 \dots\dots ② \end{cases}$$

由②式減掉①式，得到

$$(4m + k) - (2m + k) = 5 - 3 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1$$

將 $m = 1$ 代回①式得到

$$2 \times 1 + k = 3 \Rightarrow 2 + k = 3 \Rightarrow k = 3 - 2 = 1$$

將 $m = 1$ 、 $k = 1$ 代回去 $y = mx + k$ 得到此直線方程式 $y = x + 1$



隨堂練習

找出通過點 $C(-1,4)$ 及 $D(2,1)$ 的直線方程式 $y = ax + b$



(11)請找出通過點 $A(2,5)$ 及 $B(4,5)$ 的直線方程式。

觀察 $A(2,5)$ 與 $B(4,5)$ 兩點，發現此兩點的圖形為一水平線，
二元一次方程式的圖形是水平線，可以假設此直線方程式為 $y=k$
將 $A(2,5)$ 代入 $y=k$ ，得到 $y=5$
將 $B(4,5)$ 代入 $y=k$ ，得到 $y=5$
此直線方程式為 $y=5$

(12)請找出通過點 $A(2,7)$ 及 $B(2,-5)$ 的直線方程式。

觀察 $A(2,7)$ 及 $B(2,-5)$ 兩點，發現此兩點的圖形為一鉛直線，
二元一次方程式的圖形是鉛直線，可以假設此直線方程式為 $x=k$
將 $A(2,7)$ 代入 $x=k$ ，得到 $x=2$
將 $B(2,-5)$ 代入 $x=k$ ，得到 $x=2$
此直線方程式為 $x=2$



隨堂練習

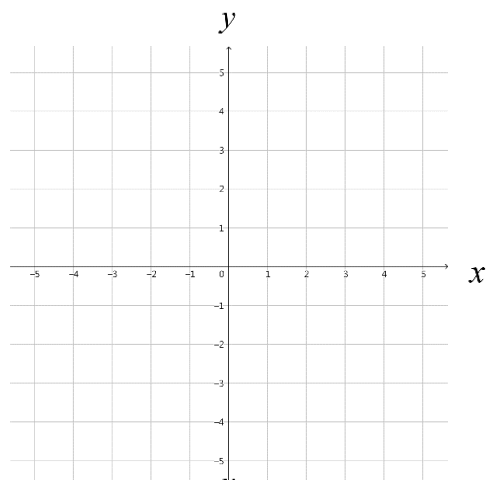
(1)請找出通過點 $A(2,-5)$ 及 $B(2,3)$ 的直線方程式。

(2)請找出通過點 $A(3,-5)$ 及 $B(-2,-5)$ 的直線方程式。

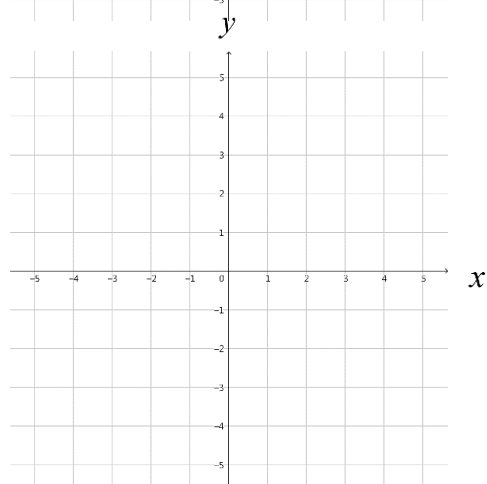


小試身手

(1) 在直角坐標平面上畫出 $-2x + y = 4$ 的圖形



(2) 在直角坐標平面上畫出 $x = -3$ 的圖形



(3) 請找出通過點 $A(-3,1)$ 及 $B(2,3)$ 的直線方程式 $y = ax + b$

(4) 請找出通過點 $A(-4,2)$ 及 $B(-4,-1)$ 的直線方程式



教育部國民及學前教育署 編

國民中學
學生學習扶助教材 **7** 年級數學

