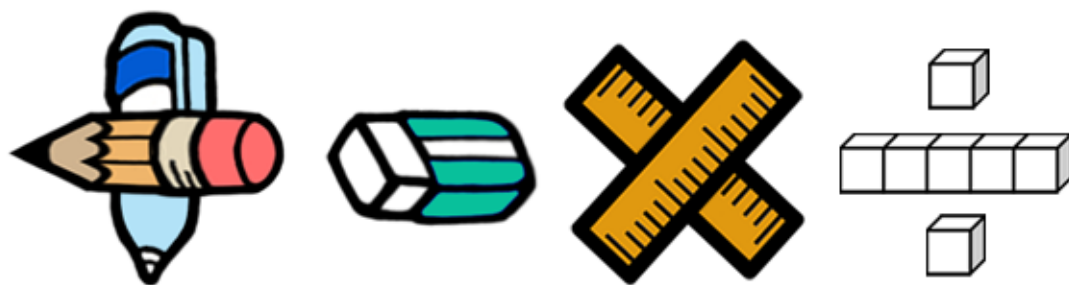


基本學習內容：NC-8-5-1

等差級數求和

【教師用】





基本學習內容：NC-8-5-1

學習內容：

N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。

備註：不處理「已知級數和反求首項、項數或公差」。

基本學習內容：

NC-8-5-1 等差級數求和。

基本學習表現：

NCP-8-5-1-1 認識等差級數的名稱與意義， $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ 。

NCP-8-5-1-2 理解等差級數 S_n 的和之公式為 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ ，

其中 a_1 、 a_n 為原等差數列之首項及第 n 項。

NCP-8-5-1-3 能用等差級數解決生活中的問題。



概要說明：

■ 本基本學習內容 NC-8-5-1 為 NC-8-4-1 之後續學習概念，學生應該已認識等差數列及一般項公式。

■ 本基本學習內容教學的重點在於幫助學生認識等差級數的意義並求出等差級數和。

因此，本基本學習內容教材分成兩個部分：

- 1.複習等差數列。
- 2.等差級數求和。

■ 本基本學習內容限制等差級數中各項數字為整數，可以安排遞增及遞減之數列，且等差數列之公差不宜過大，以 ± 10 以內為原則。

■ 本基本學習內容僅使用 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ 進行教學，

不引入等差級數公式 $S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2}$ 。

本基本學習內容教材分成五個部分：

- 1.複習等差數列。
- 2.計算「公差=1」的等差數列之和。

使學生察覺「將等差數列顛倒相加，會變成為同數累加」。

- 3.計算項數相同的兩個等差數列之和。

使學生理解項數相同的兩個等差數列之逐項和，所成的數列仍為等差數列，且公差為原兩個等差數列公差的和。

- 4.引入等差數列第 n 項公式，計算「不能直接看到項數」的等差級數和。

- 5.理解等差級數和的公式為 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$

■ 學生在求等差級數時常常在求項數時遇到困難，建議教師透過等差數列第 n 項公式，引導學生計算出項數。

■ 不處理「已知級數和反求首項、項數或公差」。

例如：等差級數 $3 + 5 + 7 + \cdots$ 到第 n 項的和是 80，則 $n = ?$

基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

複習等差數列

(1) 判斷下列何者是等差數列。如果是等差數列，寫出它的公差。

① $1, 4, 7, 10, 13$

② $2, 1, 0, -1, -2$

③ $-1, -1, -1, -1, -1, -1$

④ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$

解：

① 因為 $4 - 1 = 7 - 4 = 10 - 7 = 13 - 10 = 3$

所以是等差數列，公差 $= 3$ 。

② 因為 $1 - 2 = 0 - 1 = -1 - 0 = -2 - (-1) = -1$

所以是等差數列，公差 $= -1$ 。

③ 因為 $-1 - (-1) = -1 - (-1) = -1 - (-1) = -1 - (-1) = 0$

所以是等差數列，公差 $= 0$ 。

④ 因為 $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$ 、 $\frac{1}{4} - \frac{1}{3} = -\frac{1}{12}$


我檢查前面三項，因為後項－前項的值不相等，

所以不是等差數列。



重點整理

$$1, 4, 7, 10, 13, \dots, 28$$



像這樣任意相鄰兩項，後項減前項的差都相等的數列，稱為等差數列，而這個差稱為公差，一般記為 d 。



教材內容說明：

1. 本教材第 1 頁的教學重點是複習等差數列的意義。
2. 第(1)題給定 4 個數列，要求學生判斷給定的數列是否為等差數列，如果是等差數列，寫出它的公差。
本教材說明如果「後項－前項」的值都為定值，就代表此數列為等差數列，定值就是公差。
3. 本頁重點整理在說明數列中任意相鄰兩項「後項－前項」的差都相等的數列，就是等差數列。「後項－前項」的差就是公差，記為 d 。



基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

等差級數求和

(2) 計算 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=?$

解：

小明說：我一步一步慢慢算，

得到 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ 。

小英說：從「 $1+2+3+4+5+6+7+8+9$ 」中，

我發現 $1+9$ 、 $2+8$ 、 $3+7$ 、 $4+6$ 的答案都是 10，還剩 1 個 5。

得到 $1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$ 。

小華說：我發現

$1+9$ 、 $2+8$ 、 $3+7$ 、 $4+6$ 、 $5+5$ 、 $6+4$ 、 $7+3$ 、 $8+2$ 、 $9+1$

的答案都是 10，用下列算式表示：

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 \cdots \textcircled{1} \\
 +) 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 \cdots \textcircled{2} \\
 \hline
 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10
 \end{array}$$

算式①和算式②的答案相等， $10 \times 9 = 90$

得到 $1+2+3+4+5+6+7+8+9 = 10 \times 9 \div 2 = 90 \div 2 = 45$

(3) 計算 $(3+5+7+9+11+13)+(4+8+12+16+20+24)=?$

解：

小凱說：我先算前面的和，再算後面的和，算完的和再相加。

$3+5+7+9+11+13 = 16 \times 6 \div 2 = 48$

$4+8+12+16+20+24 = 28 \times 6 \div 2 = 84$

所以 $(3+5+7+9+11+13)+(4+8+12+16+20+24) = 48 + 84 = 132$

小豪說：因為項數相同，我先算出每一項的和，發現 7、13、…、37 也是等

差數列，所以我算出等差數列的和，就是原來兩個等差數列的和。

$$\begin{array}{r}
 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 \\
 +) 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 \\
 \hline
 7 + 13 + 19 + 25 + 31 + 37
 \end{array}$$

所以 $7+13+19+25+31+37 = 44 \times 6 \div 2 = 132$



教材內容說明：

1. 本教材第 2～6 頁的教學重點是幫助學生算出等差級數和，為後面引入等差級數和的公式鋪路。

2. 第(2)題要求學生算出「公差＝1」的等差數列之和。

本教材提供 3 種解法：

方法一：由左而右慢慢累加，得到和為 55。

方法二：找出兩數的和是 10 的算式， $1+9=2+8=3+7=4+6$ ，再加上剩下的 5，得到和為 45。

方法三：先寫出這個等差數列，由大到小再寫一次，

利用直式加法將原式加上新的算式，得到 9 組 10 相加，

因為重覆計算，所以再除以 2，得到和為 $10 \times 9 \div 2 = 45$ 。

3. 第(3)題要求學生算出「項數相同、公差不同」的兩個等差數列之和。

本教材提供 2 種解法：

方法一：各自算出兩個等差數列的和再相加。

方法二：利用直式加法，將兩個等差數列逐項相加，發現形成新的數列也是等差數列，

且新的等差數列的公差＝兩個等差數列公差之和，再計算新的等差數列之和。

- 本教材提供方法二讓學生參考，教師不宜限制學生利用方法二來解題。



(1)把等差數列的每一項用加號連接起來，就稱為等差級數。

例如：

等差數列：1, 2, 3, 4, 5

等差級數：1+2+3+4+5

等差數列：3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27

可以省略寫成 3, 5, 7, ..., 27

等差級數：3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27

可以省略寫成 3+5+7+...+27

(2)算出等差級數的和就稱為此等差數列的和。

例如：

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$ ，

我們稱 55 為此等差級數的和。

(3)項數相同的兩個等差數列之逐項和，所成的數列仍為

等差數列，而且公差為原來兩個等差數列公差的和。

例如：

2	+	4	+	6	+	8	+	10	公差=2	
+)	1	+	4	+	7	+	10	+	13	公差=3
	3	+	8	+	13	+	18	+	23	公差=2+3=5



隨堂練習

計算 $(4+5+6+7+8+9+10)+(1+7+13+19+25+31+37)=?$

答:182



教材內容說明：

1. 本教材第 2～6 頁的教學重點是幫助學生算出等差級數和，為後面引入等差級數和的公式鋪路。
2. 本頁教師提示重點幫助學生理解下列要點：
 - (1)將等差數列的每一項用加號連接起來，就稱為等差級數。
 - (2)將等差級數的和算出來就稱為等差數列的和。
 - (3)項數相同的兩個等差數列之逐項和所形成的數列仍為等差數列，
而且公差為原來兩個等差數列公差的和。
3. 本頁下方隨堂練習的評量重點是項數相同的兩個等差數列之逐項和所形成的數列仍為等差數列，而且公差為原來兩個等差數列公差的和。



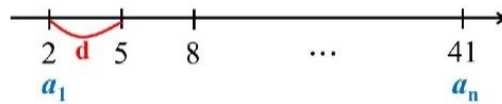
基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

(4) 等差級數 $2+5+8+11+\dots+41=?$

解：

小豪說：我發現 $2+41$ 、 $5+38$ 、 $8+35$ 、 $11+32$ 、 $14+29$ 、 $17+26$ 、
 $20+23$ 、 $23+20$ 、 $26+17$ 、 $29+14$ 、 $32+11$ 、 $35+8$ 、 $38+5$ 、
 $41+2$ 都是 43，我慢慢數發現有 14 組數字， $43\times 14=602$
 得到 $2+5+8+11+\dots+41=602\div 2=301$

小明說：如下圖，我把每項數字當作數線上的一點：



先算出頭尾相差 $41-2=39$ ，
 因為公差為 3，將 $39\div 3=13$ ，所以有 13 個線段，
 將 $13+1=14$ ，得到 14 個數字，也就是有 14 項。
 再利用 小豪 的算法，得到 $2+5+8+\dots+41=43\times 14=602\div 2=301$

小凱說：我先算出等差數列 2，5，8，11，...，41 有幾項，
 讓 小豪 的算法變得更方便。
 要數出有幾個數字，
 可以利用等差數列的公式： $a_n=a_1+(n-1)\times d$ ，
 得到

$$2+(n-1)\times 3=41$$

$$(n-1)\times 3=39$$

$$n-1=13$$

$$n=14$$

再利用 小豪 的算法，得到 $2+5+8+\dots+41=43\times 14=602\div 2=301$



教材內容說明：

1. 本教材第 2～6 頁的教學重點是幫助學生算出等差級數和，為後面引入等差級數和的公式鋪路。
2. 第(4)題要求學生算出「公差=3、不能直接看到項數」的等差級數和。

本教材提供 3 種解法：

方法一：將每一項都寫出來，發現將頭尾兩數相加的結果都是 43，從第 1 項數到最後一項發現有 14 個數字，得到 $43 \times 14 \div 2 = 301$ 。

方法二：利用數線的想法算出項數，建議教師依下列步驟幫助學生算出項數：

步驟一： $41 - 2 = 39$ 算出 41 和 2 的距離為 39。

步驟二： $39 \div 3 = 13$ ，算出 41 和 2 中間有 13 個線段

步驟三： $13 + 1 = 14$ ，算出 41 和 2 中間有 14 個數字

得到等差數列有 14 項

再利用方法一計算總和的方式得到 $43 \times 14 \div 2 = 301$ 。

方法三：利用等差數列的公式 $a_n = a_1 + (n-1) \times d$ 算出項數。

將 $a_1 = 2$ 、 $d = 3$ 代入公式，算出 $n = 14$ 。

再利用方法一計算總和的方式得到 $43 \times 14 \div 2 = 301$ 。

基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

我們可以用 S 表示總和，讓計算過程看起來更加清楚。

以 S 表示 $2+5+8+11+\dots+41$ 的總和。

項數用小凱的公式算法：

$$a_n = a_1 + (n-1) \times d \rightarrow 41 = 2 + (n-1) \times 3,$$

得到 $n=14$ 。

$$\begin{array}{r} S = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 41 \\ +) \quad S = 41 + 38 + 35 + 32 + \dots + 2 \\ \hline S+S = 43 + 43 + 43 + 43 + \dots + 43 \end{array}$$

$$2 \times S = 43 \times 14 = 602$$

$$\text{得到 } S = 602 \div 2 = 301$$



(5) 等差級數 $1+4+7+10+13+16+19+22+\dots+61=?$

解：

小凱說：利用等差數列公式： $a_n = a_1 + (n-1) \times d$ ，

$$\text{得到 } 61 = 1 + (n-1) \times 3$$

$$\text{得到 } (n-1) \times 3 = 61 - 1 = 60, \text{ 得到 } n-1 = 60 \div 3 = 20,$$

$$\text{得到 } n = 20 + 1 = 21,$$

也就是共有 21 項。

$$\begin{array}{r} S = 1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 + \dots + 61 \\ +) \quad S = 61 + 58 + 55 + 52 + 49 + 46 + 43 + 40 + \dots + 1 \\ \hline S+S = 62 + 62 + 62 + 62 + 62 + 62 + 62 + 62 + \dots + 62 = 62 \times 21 \end{array}$$

$$S \times 2 = 62 \times 21$$

$$S = 62 \times 21 \div 2 = 651$$



教材內容說明：

1. 本教材第 2～6 頁的教學重點在幫助學生利用等差數列公式算出項數，再計算等差級數和。
2. 本頁教師提示重點是利用 S 代表給定等差級數的和。

教師幫助學生先用等差數列的公式算出項數，再利用下圖的方法算出 $2 \times S = 43 \times 14 = 602$ ，最後再得到 $S = 602 \div 2 = 301$ 。

$$\begin{array}{r}
 S = 2 + 5 + 8 + 11 + \cdots + 41 \\
 +) \quad S = 41 + 38 + 35 + 32 + \cdots + 2 \\
 \hline
 S + S = 43 + 43 + 43 + 43 + \cdots + 43
 \end{array}$$

3. 第(5)題要求學生算出「公差=3、不能直接看到項數」的等差級數和。

本教材提供解法步驟如下：

步驟一：將 $a_1 = 1$ 、 $a_n = 61$ 、 $d = 3$ 代入等差數列公式，算出 $n = 21$ 。

步驟二：先假設等差級數和為 S ，利用直式加法計算 $S + S$ 的值，得到 $S + S = 62 \times 21$ 。

步驟三：計算 S 的值， $S = 62 \times 21 \div 2 = 651$ 。



基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

(6) 等差級數 $(-7) + (-3) + 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 41 = ?$

解：

小凱說：利用等差數列公式： $a_n = a_1 + (n-1) \times d$ ，

$$\text{得到 } 41 = (-7) + (n-1) \times 4$$

$$(n-1) \times 4 = 41 - (-7) = 41 + 7 = 48$$

$$n-1 = 48 \div 4 = 12$$

$$n = 12 + 1 = 13$$

也就是共有 13 項。

$$S = (-7) + (-3) + 1 + 5 + 9 + \dots + 41$$

$$+) \quad S = 41 + 37 + 33 + 29 + 25 + \dots + (-7)$$

$$S + S = 34 + 34 + 34 + 34 + 34 + \dots + 34 = 34 \times 13$$

$$S \times 2 = 34 \times 13$$

$$S = 34 \times 13 \div 2 = 221$$

(7) 等差級數 $41 + 37 + 33 + 29 + 25 + \dots + (-3) + (-7) = ?$

解：我發現，把算式 $41 + 37 + 33 + 29 + 25 + \dots + (-3) + (-7)$ 的次序前後對調後，

跟第(4)題的 $(-7) + (-3) + 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 41$ 是一樣的。

所以答案是 221。



隨堂練習

計算下列等差級數的和。

① $3 + 6 + 9 + 12 + 15 + 18 + \dots + 54 = ?$ 答:513

② $(-10) + (-5) + 0 + 5 + 10 + 15 + \dots + 55 = ?$ 答:315



教材內容說明：

1. 本教材第 2～6 頁的教學重點在幫助學生利用等差數列公式算出項數，再計算等差級數和。
2. 第(6)題要求學生算出「公差＝4、不能直接看到項數」的等差級數和。

本教材提供解法步驟如下：

步驟一：將 $a_1 = -7$ 、 $a_n = 41$ 、 $d = 4$ 代入等差數列公式，算出 $n = 13$ 。

步驟二：利用頭尾兩數相加的結果相同的特性，以直式加法計算 $S + S$ 的值，

$$\text{得到 } S + S = 34 \times 13$$

步驟三：計算 S 的值， $S = 34 \times 13 \div 2 = 221$

3. 第(7)題要求學生算出「公差＝-4、不能直接看到項數」的等差級數和。

教師引導學生發現本題與第(6)題的數列呈現的順序恰好相反，只要將數列呈現的順序前後對調，就與第(6)題一樣，故不必算出答案就知道答案為 221。

- 學生如果沒有發現本題與第(6)題數列呈現的順序恰好相反，教師可以先讓學生利用本教材提供的解法算出答案後，再幫助學生看到數列呈現的順序恰好相反，故不必算出答案就知道答案為 221。

4. 本頁下方隨堂練習包含 2 個子問題，評量重點在學生能利用本教材提供解題步驟計算等差級數的和。



基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

(8) 等差級數 $(-2)+(-5)+(-8)+(-11)+(-14)+\dots+(-41)=?$

解：

小凱說：利用等差數列公式： $a_n=a_1+(n-1)\times d$ ，得到 $(-41)=(-2)+(n-1)\times(-3)$ $(n-1)\times(-3)=(-41)-(-2)=(-41)+2=(-39)$ $n-1=(-39)\div(-3)=13$ $n=13+1=14$

也就是共有 14 項。

$$S = (-2) + (-5) + (-8) + (-11) + (-14) + \dots + (-41)$$

$$+) \quad S = (-41) + (-38) + (-35) + (-32) + (-29) + \dots + (-2)$$

$$S+S = (-43) + (-43) + (-43) + (-43) + (-43) + \dots + (-43) = (-43) \times 14$$

$$S \times 2 = (-43) \times 14$$

$$S = (-43) \times 14 \div 2 = -301$$

如果 $a_1+\dots+a_n$ 為等差級數，第 n 項寫成 a_n ，
我們可以得到一個計算公式：

$$S = a_1 + \dots + a_n$$

$$+) \quad S = a_n + \dots + a_1$$

$$S+S = (a_1+a_n) + \dots + (a_1+a_n)$$

$$S \times 2 = (a_1 + a_n) \times n$$

$$S = (a_1 + a_n) \times n \div 2$$

$$\text{也可以寫成 } S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$$

$$\text{等差級數和的公式就是 } S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$$





教材內容說明：

1. 本教材第 7～9 頁的教學重點在引入等差級數和的公式，並利用等差級數和的公式解題。
2. 第(8)題要求學生算出「公差 $=-3$ 、不能直接看到項數」的等差級數和。

本教材提供解法步驟如下：

步驟一：將 $a_1 = -7$ 、 $a_n = 41$ 、 $d = 4$ 代入等差數列公式，算出 $n = 13$ 。

步驟二：利用直式加法計算 $S+S$ 的值，得到 $S+S=34 \times 13$ 。

步驟三：計算 S 的值， $S = 34 \times 13 \div 2 = 221$ 。

3. 本頁教師提示重點在引入等差級數和的公式。

教師引導學生看到將首項 a_1 、末項 a_n 及公差 d 依解題步驟算出 S 的結果，就得到等差級數和的公式。

- 第(5)題～第(8)題為引入等差級數和的公式墊步。



基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

(9) 等差級數 $7+11+15+19+23+27+31+35=?$

解：利用等差級數和的公式： $S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$

我發現： $a_1 = 7$ 、 $n = 8$ 、 $a_8 = 35$

$$\text{得到 } S = \frac{8 \times (7 + 35)}{2}$$

$$= 4 \times (7 + 35)$$

$$= 4 \times 42$$

$$= 168$$

(10) 等差級數 $(-3)+2+7+12+17+\dots+42=?$

解：利用等差級數和的公式： $S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$

我只知道 $a_1 = (-3)$ 、 $a_n = 42$ ，還要求出 n 才能計算等差級數的和。

所以把 $a_1 = (-3)$ 、 $a_n = 42$ 代入等差數列公式： $a_n = a_1 + (n-1) \times d$ ，

$$\text{得到 } 42 = (-3) + (n-1) \times 5$$

$$(n-1) \times 5 = 42 - (-3) = 42 + 3 = 45$$

$$n-1 = 45 \div 5 = 9$$

$$n = 9 + 1 = 10$$

也就是共有 10 項。

把 $a_1 = (-3)$ 、 $n = 10$ 、 $a_{10} = 42$ 代入等差級數和的公式

$$\text{得到 } S = \frac{10 \times [(-3) + 42]}{2}$$

$$= 5 \times [(-3) + 42]$$

$$= 5 \times 39 = 195$$



教材內容說明：

1. 本教材第 7～9 頁的教學重點在引入等差級數和的公式，並利用等差級數和的公式解題。
2. 第(9)題要求學生算出「公差=4」的等差級數和。

教師幫助學生看到 $a_1 = 7$ 、 $n = 8$ 、 $a_n = 35$ ，代入等差級數和的公式，計算後得到 168。

3. 第(10)題要求學生算出「公差=5、不能直接看到項數」的等差級數和。

學生利用等差級數和公式解題時，只找到 $a_1 = (-3)$ 、 $a_n = 42$ ，發現條件不夠。教師引導學生利用 $a_1 = (-3)$ 、 $a_n = 42$ 代入等差數列公式先算出 $n = 10$ ，再把 $a_1 = (-3)$ 、 $a_{10} = 42$ 、 $n = 10$ 代入等差級數和的公式，計算後得到 195。

- 如果學生忘記等差數列公式求項數 n 的方法，教師應要求學生複習第 4 頁的第(4)題，再回到本題。



基本學習內容：NC-8-5-1 等差級數求和

(11) 已知等差級數 $(-6) + (-1) + 4 + 9 + \dots$ 共有 20 項，則此等差級數的和為多少？

解：利用等差級數和的公式： $S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$

我只知道 $a_1 = (-6)$ 、 $n = 20$ ，還要求出 a_{20} 才能計算等差級數的和。

所以把 $a_1 = (-6)$ 、 $n = 20$ 、 $d = 5$ 代入等差數列公式： $a_n = a_1 + (n-1) \times d$ ，

$$\begin{aligned} \text{得到 } a_{20} &= (-6) + (20 - 1) \times 5 \\ &= (-6) + 19 \times 5 \\ &= (-6) + 95 \\ &= 89 \end{aligned}$$

再把 $a_1 = (-6)$ 、 $n = 20$ 、 $a_n = 89$ 代入等差級數和公式： $S = \frac{n \times (a_1 + a_n)}{2}$

$$\begin{aligned} \text{得到 } S &= \frac{20 \times [(-6) + 89]}{2} \\ &= 10 \times 83 \\ &= 830 \end{aligned}$$



小試身手

求下列等差級數的和。

① $4 + 9 + 14 + 19 + 24 + 29 + 34 + 39 = ?$ 答:172

② $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + \dots + 63 = ?$ 答:1023

③ $(-9) + (-5) + (-1) + 3 + 7 + 11 + \dots + 51 = ?$ 答:336

④ $(-3) + (-6) + (-9) + (-12) + (-15) + \dots + (-54) = ?$ 答:-513



教材內容說明：

1. 本教材第 7～9 頁的教學重點在引入等差級數和的公式，並利用等差級數和的公式解題。
2. 第(11)題要求學生算出「公差=5、末項未知」的等差級數和。

學生利用等差級數和公式解題時，只找到 $a_1 = (-6)$ 、 $n = 20$ ，發現條件不夠。教師引導學生利用 $a_1 = (-3)$ 、 $n = 20$ 、 $d = 5$ 代入等差數列公式先算出 $a_{20} = 89$ ，再把 $a_1 = (-3)$ 、 $n = 20$ 、 $a_{20} = 89$ 代入等差級數和的公式，計算後得到 830。

● 教師幫助學生發現，只要等差級數和的公式中 a_1 、 a_n 和 n 缺任何一個時，都可以應用等差數列公式計算得到。

● 本基本學習內容僅使用 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$ 進行教學，教師不宜強迫學生使用等差級數公

$$\text{式 } S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \text{ 解題。}$$

3. 本頁下方小試身手要求學生算出等差級數的和，包含 4 個子問題，提供學生等差數列公式及等差級數和公式的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

