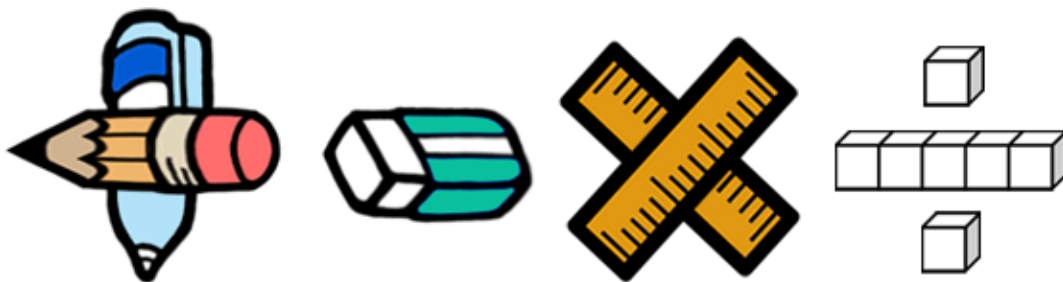


基本學習內容：SC-8-2-1

凸多邊形的內角及內角和公式

【教師用】





基本學習內容：SC-8-2-1

學習內容：

S-8-2 凸多邊形的內角和：凸多邊形的意義；內角與外角的意義；凸多邊形的內角和公式；
正 n 邊形的每個內角度數。

基本學習內容：

SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式。

基本學習表現：

SCP-8-2-1-1 認識凸多邊形的內角與外角。

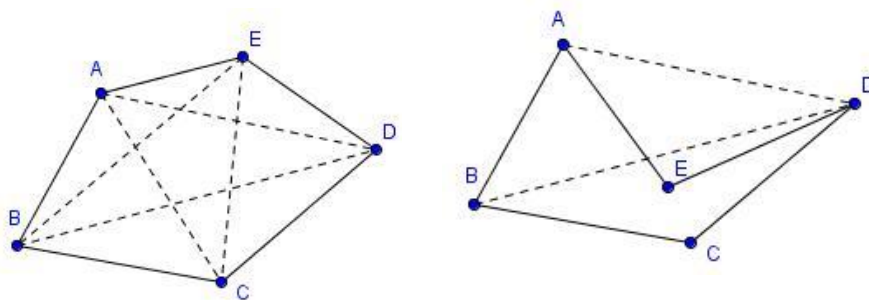
SCP-8-2-1-2 認識凸多邊形的內角和公式。

SCP-8-2-1-3 認識正 n 邊形的每個內角度數。

概要說明：

◎基本學習內容 SC-8-2-1 為 S-5-1 的後續學習概念，故學生應已認識三角形三個角的角度和為 180 度。本基本學習內容開始引入凸多邊形的內角和公式。

■ 如果一個多邊形所有的對角線都在此多邊形所圍的區域內，則稱此多邊形為「凸多邊形」，如下圖左為凸五邊形。如果一個多邊形有對角線的局部或全部出現在此多邊形所圍的區域外，則稱此多邊形為「凹多邊形」，如下圖右為凹五邊形。



本基本學習內容只在凸多邊形情境討論多邊形的內角和公式。

■ 國小五年級已經透過操作得知三角形內角和為 180 度，也能推論出四邊形內角和是 2×180 度，但是並沒有引入凸多邊形的內角和公式。國中階段引入 n 邊形內角和公式為 $(n-2) \times 180$ 度， n 表示 3、4、5、... 中任意一個數字。



■ 建議多邊形內角和公式的引導可參考下面兩種方法：

方法一：選定一個頂點，跟其他頂點連出對角線

n 邊形	切 割	三角形個數	內 角 和
四邊形		2	$180^\circ \times 2 = 360^\circ$
五邊形		3	$180^\circ \times 3 = 540^\circ$
六邊形		4	$180^\circ \times 4 = 720^\circ$

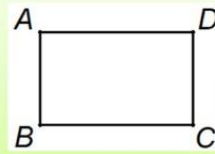
方法二：從多邊形內部任取一點，連線段至各頂點

n 邊形	切 割	三角形個數	內 角 和
四邊形		4	$180^\circ \times 4 - 360^\circ = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$
五邊形		5	$180^\circ \times 5 - 360^\circ = 900^\circ - 360^\circ = 540^\circ$
六邊形		6	$180^\circ \times 6 - 360^\circ = 1080 - 360^\circ = 720^\circ$

基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

(1) 請問右圖長方形ABCD的內角和是幾度？

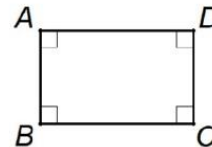


解：

方法一：

因為長方形的四個角都是直角，

所以長方形 ABCD 的內角和為 $90^\circ \times 4 = 360^\circ$



方法二：

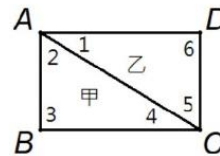
① 如右圖所示，長方形 ABCD 中，先從 A 點連接到它對面的頂點 C 點，把長方形切成甲、乙兩個三角形。

② 長方形 ABCD 的四個角加起來，剛好是甲、乙兩個三角形的六個角加起來，也就是：

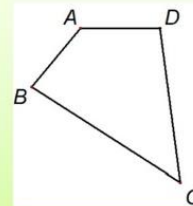
$$= (\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 + (\angle 4 + \angle 5) + \angle 6$$

$$= (\angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 1 + \angle 5 + \angle 6)$$

$$= 180^\circ \times 2 = 360^\circ, \text{ 所以長方形 ABCD 的內角和為 } 360^\circ$$



(2) 請問右圖四邊形ABCD的內角和為幾度？



解：

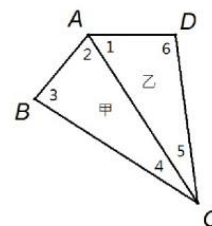
① 如右圖所示，四邊形 ABCD 中，先從 A 點連接到它對面的頂點 C 點，把四邊形切成甲、乙兩個三角形。

② 四邊形 ABCD 的四個角加起來，剛好是甲、乙兩個三角形的六個角加起來，也就是：

$$= (\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 + (\angle 4 + \angle 5) + \angle 6$$

$$= (\angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 1 + \angle 5 + \angle 6)$$

$$= 180^\circ \times 2 = 360^\circ, \text{ 所以四邊形 ABCD 的內角和為 } 360^\circ$$





教材內容說明：

1. 本教材第 1 頁的教學重點是複習四邊形的內角和 $=360^\circ$

本教材以對角線分割法計算四邊形的內角和。

2. 第(1)題要求學生回答長方形的內角和 $=?$

方法一：因為長方形的四個內角都是直角，內角和 $=90^\circ \times 4 = 360^\circ$

方法二：連接對角線 \overline{AC} 將長方形分割成兩個三角形，

恰好兩個三角形的六個內角包含了長方形的四個內角，

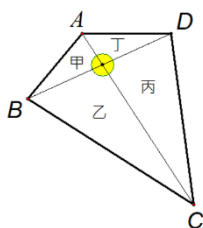
所以長方形的內角和 $=180^\circ \times 2 = 360^\circ$

3. 第(2)題給定一任意四邊形，要求學生回答此四邊形的內角和 $=?$

仿效第(1)題的作法，連接對角線 \overline{AC} ，則

四邊形內角和 $=$ 分割後的兩個三角形內角和 $=180^\circ \times 2 = 360^\circ$

- 若有學生連接兩條對角線，則分割出來的三角形會有四個，此時中間有四個角不包含在四邊形的四個內角，此時學生誤以為四邊形的內角和 $=180^\circ \times 4$ 就會多算。

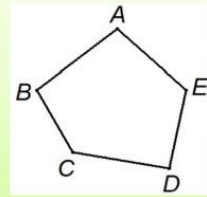


此時算式應為 $180^\circ \times 4 - 360^\circ = 360^\circ$

基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

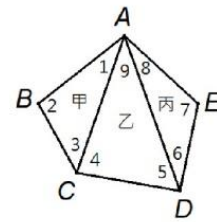
(3) 請問右圖五邊形ABCDE的內角和為幾度？



解：

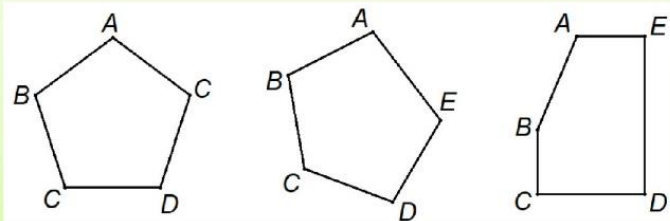
① 如右圖所示，連接 A 點和它對面 2 個頂點 C 和 D 得到 \overline{AC} 和 \overline{AD} ，可以把五邊形切成切成甲、乙、丙 3 個三角形。

② 利用三角形內角和為 180 度，將五邊形 ABCDE 的五個內角加起來，剛好是甲、乙、丙 3 個三角形的 9 個內角加起來，也就是：

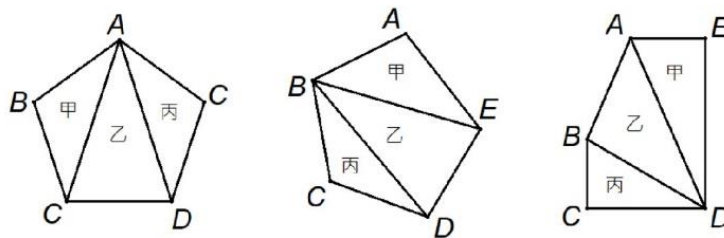


$$\begin{aligned} & (\angle 8 + \angle 9 + \angle 1) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 6) + \angle 7 \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 9) + (\angle 6 + \angle 7 + \angle 8) \\ &= 180^\circ \times 3 = 540^\circ, \text{ 得到五邊形 ABCDE 的內角和是 } 540^\circ \end{aligned}$$

(4) 請問這些五邊形的內角和，分別是幾度？



解：



$$180^\circ \times 3 = 540^\circ, \text{ 這些五邊形的內角和都是 } 540^\circ。$$



教材內容說明：

1. 本教材第 2 頁的教學重點是複習五邊形的外角和 $=540^\circ$

本教材以對角線分割法計算五邊形的內角和。

2. 第(3)題要求學生回答五邊形的內角和 $=?$

連接對角線 \overline{AC} 和 \overline{AD} 可以將五邊形分割成三個三角形，恰好三個三角形的九個內角包含了五邊形的五個內角，所以五邊形的內角和 $=180^\circ \times 3 = 540^\circ$

3. 第(4)題給定任意 3 個五邊形要求學生回答這些五邊形的內角和分別是幾度？

教師提示學生過某一頂點連接 2 條對角線便可以將五邊形分割成三個三角形，恰好此三個三角形的九個內角包含了五邊形的五個內角，所以五邊形的內角和都是 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$

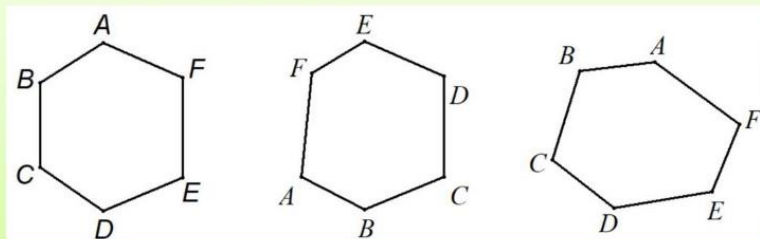
基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

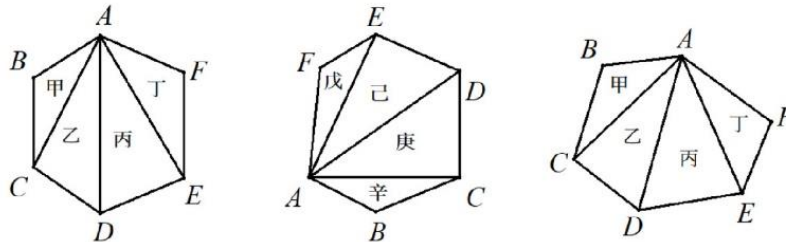


我們發現任何五邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成 3 個三角形，利用三角形的內角和為 180 度，算出五邊形的內角和都會是 $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。

(5) 請問這些六邊形的內角和分別是幾度？



解：



$180^\circ \times 4 = 720^\circ$ ，這些六邊形的六個角加起來都是 720° 。



我們發現任何六邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成 4 個三角形，利用三角形的內角和為 180 度，算出六邊形的內角和都會是 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。

(6) 請利用選定一頂點畫線連接對點的方法，完成下表計算多邊形的內角和。



教材內容說明：

1. 本教材第 3 頁的教學重點是複習六邊形的外角和 $=720^\circ$

本教材以對角線分割法計算六邊形的內角和。

2. 本教材第一個教師指導框說明只要五邊形只要選定一個頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成三個三角形，可得五邊形的內角和恰等於三個三角形內角和 $=180^\circ \times 3 = 540^\circ$

3. 例題(5)給定任意 3 個六邊形要求學生回答這些六邊形的內角和分別是幾度？

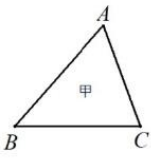
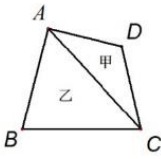
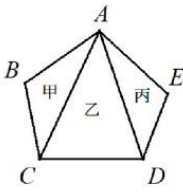
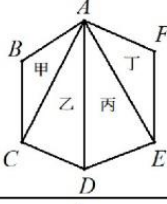
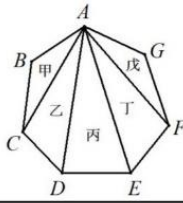
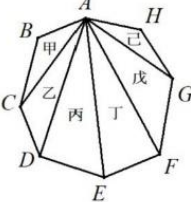
教師提示學生過某一頂點連接 3 條對角線便可以將六邊形分割成四個三角形，恰好此四個三角形的十二個內角包含了六邊形的六個內角，所以六邊形的內角和都是 $180^\circ \times 4 = 720^\circ$

4. 本教材第二個教師指導框說明只要六邊形只要選定一個頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成四個三角形，可得六邊形的內角和恰等於四個三角形內角和 $=180^\circ \times 4 = 720^\circ$

5. 第(6)題要求學生利用選定一頂點畫對角線連接頂點的方法完成下表計算多邊形的內角和。

基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

名稱	邊數	可切割成幾個三角形	多邊形內角和	多邊形內角和與邊數的關係式
三角形	3	1		$180 \times 1 = 180$ $180 \times (3 - 2)$
四邊形	4	2		$180 \times 2 = 360$ $180 \times (4 - 2)$
五邊形	5	3		$180 \times 3 = 540$ $180 \times (5 - 2)$
六邊形	6	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$ $180 \times (\square - \square)$
七邊形	7	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$ $180 \times (\square - \square)$
八邊形	8	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$ $180 \times (\square - \square)$



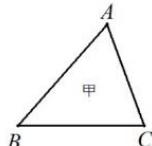
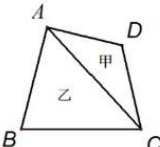
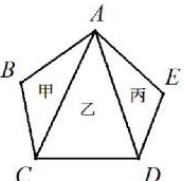
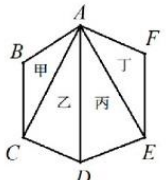
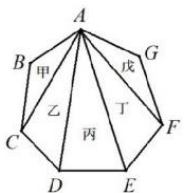
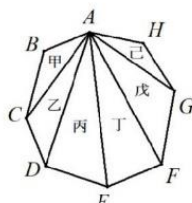
教材內容說明：

1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是完成三角形、四邊形、五邊形、六邊形、七邊形及八邊形內角和的計算並觀察多邊形「內角和」與「邊數」的關係式。
2. 本頁提供三角形、四邊形、五邊形、六邊形、七邊形及八邊形內角和及內角和與邊數的關係式計算列表方便學生觀察與計算。

基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

解：

名稱	邊數	可切割成幾個三角形	多邊形內角和	多邊形內角和與邊數的關係式
三角形	3	1		$180 \times 1 = 180$ $180 \times (3 - 2)$
四邊形	4	2		$180 \times 2 = 360$ $180 \times (4 - 2)$
五邊形	5	3		$180 \times 3 = 540$ $180 \times (5 - 2)$
六邊形	6	4		$180 \times 4 = 720$ $180 \times (6 - 2)$
七邊形	7	5		$180 \times 5 = 900$ $180 \times (7 - 2)$
八邊形	8	6		$180 \times 6 = 1080$ $180 \times (8 - 2)$



教材內容說明：

1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是完成三角形、四邊形、五邊形、六邊形、七邊形及八邊形內角和的計算並觀察多邊形「內角和」與「邊數」的關係式。
2. 本頁完成供三角形、四邊形、五邊形、六邊形、七邊形及八邊形內角和及內角和與邊數的關係式：

邊數=3，三角形的內角和 $180^\circ=180^\circ\times(3-2)$

邊數=4，四邊形的內角和 $360^\circ=180^\circ\times(4-2)$

邊數=5，五邊形的內角和 $540^\circ=180^\circ\times(5-2)$

邊數=6，六邊形的內角和 $720^\circ=180^\circ\times(6-2)$

邊數=7，七邊形的內角和 $900^\circ=180^\circ\times(7-2)$

邊數=8，八邊形的內角和 $1080^\circ=180^\circ\times(8-2)$

- 建議教師讓學生發現內角和的算式和邊數的關係，而不只是算出內角和的度數。



基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式



由上表可知

三角形可切割成的三角形個數是 **1** ($3-2=1$)；內角和= $180^\circ \times 1=180^\circ$
 四邊形可切割成的三角形個數是 **2** ($4-2=2$)；內角和= $180^\circ \times 2=360^\circ$
 五邊形可切割成的三角形個數是 **3** ($5-2=3$)；內角和= $180^\circ \times 3=540^\circ$
 六邊形可切割成的三角形個數是 **4** ($6-2=4$)；內角和= $180^\circ \times 4=720^\circ$
 七邊形可切割成的三角形個數是 **5** ($7-2=5$)；內角和= $180^\circ \times 5=900^\circ$
 八邊形可切割成的三角形個數是 **6** ($8-2=6$)；內角和= $180^\circ \times 6=1080^\circ$
 我們發現多邊形從一個選定的頂點連接它的對面的其他頂點，可得
 (1) 多邊形被切成的三角形個數都是多邊形的**(邊數-2)**。
 (2) 多邊形的內角和度數為 **$180 \times (\text{邊數}-2)$** 。

同理，給定一個 n 邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，可以切成 $(n-2)$ 個三角形，可得：

n 邊形的內角和度數為 $180 \times (n-2)$



- (6) ① 請問10邊形的內角和為幾度？
 ② 請問正10邊形的每個內角為幾度？

解：

- ①由 n 邊的形的內角和度數為為 $180 \times (n-2)$ ，令 $n=10$ ，
 可得 10 邊形的內角和= $180 \times (10-2)=1440$ (度)
 ②承上，正 10 邊形的內角和度數亦為 1440 (度)，
 可得正 10 邊形的每個內角度數為 $1440 \div 10=144$ (度)



隨堂練習

- (1) 請問12邊形的內角和為幾度？
 (2) 請問正12邊形的每個內角為幾度？

答：(1) 1800° (2) 150°



教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是 n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$

本頁教材藉由討論歸納出以下重點，幫助學生計算多邊形的內角和。

(1) 計算多邊形內角和時，多邊形會被切成多邊形的(邊數-2)個三角形

(2) 多邊形的內角和為 $180^\circ \times (\text{邊數} - 2)$

2. 本頁的教師指導框說明一個 n 邊形，若從某一頂點和對面其他的頂點連接，可以切成 $(n-2)$ 個三角形，因此可得： n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$ 。

3. 第(6)題給定二個子問題：

子問題①：請問 10 邊形的內角和為幾度？

n 邊形內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$ ，令 $n=10$ 代入，

得 10 邊形內角和為 $180^\circ \times (10-2) = 1440^\circ$

子問題②：請問正 10 邊形的每個內角為幾度？

承上題可得正 10 邊形每個內角為 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$

● 學生若無法由內角和公式算出內角和，也可以使用對角線分割的方法計算內角和。

4. 本頁隨堂練習的評量重點要求學生利用內角和公式算出 12 邊形的內角和及正 12 邊形每個內角的度數？



基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

(7) 7 邊形的內角和比 6 邊形內角和多幾度？

解：

方法一：

7 邊形的內角和度數為 $180 \times (7 - 2) = 900$ ，

6 邊形的內角和度數為 $180 \times (6 - 2) = 720$ ， $900 - 720 = 180$ ，

可得 7 邊形的內角和會比 6 邊形的內角和多 1 個三角形的內角和 180°

方法二：

從多邊形某一頂點與對面其他的頂點作連線，7 邊形切割完有 5 個三角形，

6 邊形切割完有 4 個三角形，由 $5 - 4 = 1$ ，因此 7 邊形的內角和會比 6 邊形的內角和多 1 個三角形的內角和 180°



隨堂練習

(1) 12 邊形的內角和比 10 邊形內角和多幾度？

答： 360°

(8) 假設有一 n 邊形的內角和為 900° ，請問 $n = ?$

解：

n 邊形的內角和度數 $= 900$ ， $180 \times (n - 2) = 900$ ， $n - 2 = 5$ ， $n = 7$



隨堂練習

(1) 假設有一 n 邊形的內角和為 1800° ，請問 $n = ?$

答：12



教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是 n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$

本頁教材多邊形的內角和的練習活動。

2. 第(7)題要求學生計算 7 邊形的內角和比 6 邊形的內角和多幾度？

方法一：利用 n 邊形內角和度數 $= 180^\circ \times (n-2)$

$$7 \text{ 邊形的內角和度數為 } 180^\circ \times (7-2) = 900^\circ$$

$$6 \text{ 邊形的內角和度數為 } 180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$$

$$\text{兩個相差 } 900^\circ - 720^\circ = 180^\circ$$

方法二：從多邊形某一頂點與對面其他的頂點作連線，將多邊形分割後，

n 邊形會分割成 $(n-2)$ 個三角形。

7 邊形可分割成 $(7-2)=5$ 個三角形

6 邊形可分割成 $(6-2)=4$ 個三角形

7 邊形內角和會比 6 邊形的內角和多出 1 個三角形內角和故為 180°

3. 本頁第 1 個隨堂練習的評量重點要求學生比較 12 邊形的內角和比 10 邊形的內角和多幾度？

4. 第(8)題給定一個 n 邊形的內角和為 900° ，要求學生算出 $n=?$

利用 n 邊形的內角和為 $180 \times (n-2)$

$$180 \times (n-2) = 900$$

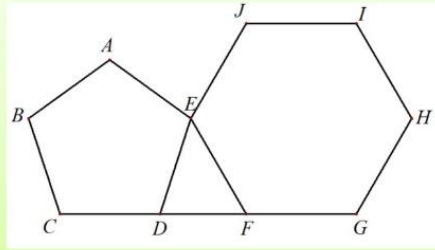
$$n-2=5, n=7$$

5. 本頁第 2 個隨堂練習的評量重點要求學生計算已知內角和為 1800° 的 n 邊形， $n=?$

基本學習內容：SC-8-2-1

基本學習內容：SC-8-2-1 凸多邊形的內角及內角和公式

- (9) 如右圖， $ABCDE$ 為正五邊形， $EFGHIJ$ 為正六邊形， C 、 D 、 F 及 G 在同一直線上，請問 $\angle DEF$ 的度數為何？



解：

- ① 正五邊形的內角和度數 $=180 \times (5-2) = 540$ ， $\angle CDE = 540 \div 5 = 108^\circ$ ， $\angle EDF$ 為 $\angle CDE$ 的補角， $\angle EDF = 180 - 108 = 72^\circ$
- ② 正六邊形的內角和度數 $=180 \times (6-2) = 720$ ， $\angle EFG = 720 \div 6 = 120^\circ$ ， $\angle EFD$ 為 $\angle EFG$ 的補角， $\angle EFD = 180 - 120 = 60^\circ$
- ③ $\angle DEF = 180 - 72 - 60 = 48^\circ$



小試身手

- (1) ①請問正九邊形的內角和度數為何？
②請問正九邊形的每個內角數為何？

答：① 1260° ② 140°

- (2) 15 邊形的內角和比 10 邊形內角和多幾度？

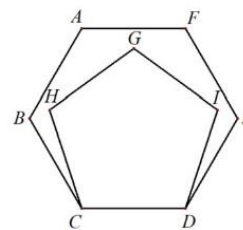
答： 900°

- (3) 已知正 n 邊形的內角和為 1080 度，請問 $n = ?$

答：8

- (4) 如右圖， $ABCDEF$ 為正六邊形， $GHCDI$ 為正五邊形，請問 $\angle BCH$ 的度數為何？

答： 12°





教材內容說明：

1. 本教材第 6～8 頁的教學重點是 n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$

本頁教材為練習活動及小試身手。

2. 第(9)題給定含正五邊形及正六邊形的複合圖形，要求學生計算圖形內某一內角的度數。

教師可以提示利用 n 邊形的內角和度數為 $180^\circ \times (n-2)$ ，算出正 n 邊形每個內角的度數：

正五邊形的內角和 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$ ，每個內角 $540^\circ \div 5 = 108^\circ$

正六邊形的內角和 $180^\circ \times (6-2) = 720^\circ$ ，每個內角 $720^\circ \div 6 = 120^\circ$

$$\angle EDF = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ, \angle EFD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle DEF = 180^\circ - \angle EDF - \angle EFD = 180^\circ - 72^\circ - 60^\circ = 48^\circ$$

3. 小試身手第(1)題含有兩個子問題：

子問題①：請問正九邊內角和度數為何？

子問題②：請問正九邊每個內角的度數為何。

4. 小試身手第(2)題要求學生計算 15 邊形的內角和比 10 邊形的內角和多幾度？

5. 小試身手第(3)題給定正 n 邊形的內角和為 1080 度，要求學生計算 $n = ?$

6. 小試身手第(4)題給定含正五邊形及正六邊形的複合圖形，要求學生計算圖形內某一內角的度數。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

