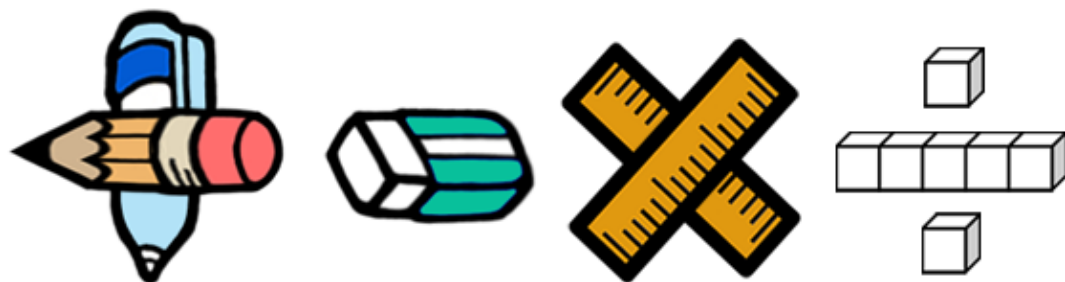


基本學習內容：SC-8-2-2

三角形的外角及外角和

【教師用】





基本學習內容：SC-8-2-2

學習內容：

S-8-2 凸多邊形的內角和：凸多邊形的意義；內角與外角的意義；凸多邊形的內角和公式；正 n 邊形的每個內角度數。

基本學習內容：

SC-8-2-2 三角形的外角及外角和。

基本學習表現：

SCP-8-2-2-1 認識三角形的外角及外角和。

概要說明：

◎基本學習內容 SC-8-2-2 為 S-5-1 的後續學習概念，故學生應已認識三角形三個角的角度和為 180 度。

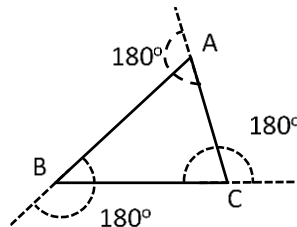
本基本學習內容幫助學生認識任三角形的外角和為 360 度。

■ 本基本學習內容僅處理三角形外角和，不處理 n 邊形外角和($n \geq 4$)。

■ 建議三角形外角和為 360 度可以採用下列方法說明：

三角形外角和

$$\begin{aligned} &= \text{平角 } A + \text{平角 } B + \text{平角 } C - (\angle A + \angle B + \angle C) \\ &= 180^\circ \times 3 - 180^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

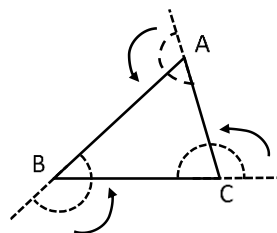


方法一：

透過動手操作將三個外角剪下來，拼貼成一個圓形，了解三角形外角和為 360 度。

方法二：

透過由 A 點出發開始朝 B 點走，在每個角轉彎一次皆轉了其外角度數，最後走回終點，繞一圈為 360 度。

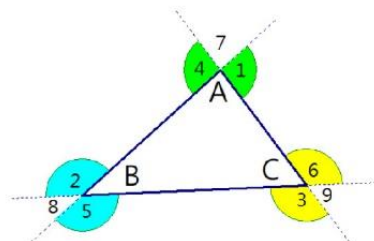




基本學習內容：SC-8-2-2 三角形的外角及外角和

◎三角形的外角

- (1) 如右圖所示， $\angle A$ 的一邊 \overline{AC} 和另一邊 \overline{AB} 延長線所夾的角 $\angle 1$ ，我們稱 $\angle 1$ 為 $\angle A$ 的**外角**。
同理， $\angle A$ 的一邊 \overline{AB} 和另一邊 \overline{AC} 延長線所夾的角 $\angle 4$ ，我們也稱 $\angle 4$ 為 $\angle A$ 的**外角**。
- (2) 我們可以發現： $\angle 2$ 和 $\angle 5$ 都是 $\angle B$ 的外角，
 $\angle 3$ 和 $\angle 6$ 都是 $\angle C$ 的外角。



三角形一內角的一邊和另一邊的延長線所夾的角，稱為這個內角的**外角**。

(1) 承上圖的 $\triangle ABC$

- ① 請問 $\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 1$ 是否互補？ $\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 4$ 是否互補？
- ② 請問 $\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 2$ 是否互補？ $\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 5$ 是否互補？
- ③ 請問 $\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 3$ 是否互補？ $\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 6$ 是否互補？

解：

- ① $\angle A + \angle 1 = 180^\circ$ ， $\angle A + \angle 4 = 180^\circ$ ， $\angle A$ 和 $\angle 1$ 及 $\angle 4$ 互補。
- ② $\angle B + \angle 2 = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle 5 = 180^\circ$ ， $\angle B$ 和 $\angle 2$ 及 $\angle 5$ 互補。
- ③ $\angle C + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle C + \angle 6 = 180^\circ$ ， $\angle C$ 和 $\angle 3$ 及 $\angle 6$ 互補。

由上可知：

- ① 三角形的任一內角皆與其外角互補。
- ② $\angle 1 = \angle 4$ ， $\angle 2 = \angle 5$ ， $\angle 3 = \angle 6$
- ③ 由②得知，我們不妨可以設定：
 $\angle 1$ 或 $\angle 4$ 其中的一個角當成 $\angle A$ 的外角。
 $\angle 2$ 或 $\angle 5$ 其中的一個角當成 $\angle B$ 的外角。
 $\angle 3$ 或 $\angle 6$ 其中的一個角當成 $\angle C$ 的外角。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 1 頁的教學重點是三角形的外角命名活動。
2. 本教材的定義框說明「三角形一內角的一邊和另一邊的延長線所夾的角，稱為這個內角的外角」。
3. 例題(1) 給定三角形 $\triangle ABC$ 和三個內角的外角，要求學生回答三個子問題。

子問題①：請問 $\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 1$ 是否互補？

$\angle A$ 和 $\angle A$ 的外角 $\angle 4$ 是否互補？

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ, \angle A + \angle 4 = 180^\circ,$$

$\angle A$ 和 $\angle 1$ 及 $\angle 4$ 互補。

子問題②：請問 $\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 2$ 是否互補？

$\angle B$ 和 $\angle B$ 的外角 $\angle 5$ 是否互補？

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ, \angle B + \angle 5 = 180^\circ,$$

$\angle B$ 和 $\angle 2$ 及 $\angle 5$ 互補。

子問題③：請問 $\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 3$ 是否互補？

$\angle C$ 和 $\angle C$ 的外角 $\angle 6$ 是否互補？

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ, \angle C + \angle 6 = 180^\circ,$$

$\angle C$ 和 $\angle 3$ 及 $\angle 6$ 互補。

4. 本頁的教師指導框說明因為每個內角都與其 2 個外角互補，所以兩個外角不妨可以選擇其中一個作為內角的外角。

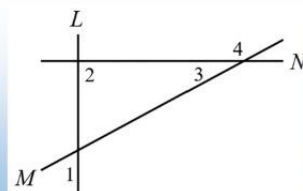


基本學習內容：SC-8-2-2 三角形的外角及外角和



隨堂練習

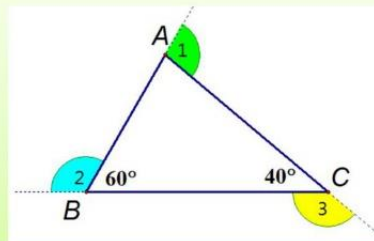
- (1) 如右圖，直線 L 、直線 M 與直線 N 交於三點，且 $\angle 1 = 60^\circ$ 、 $\angle 2 = 90^\circ$ ，求 $\angle 3$ 、 $\angle 4 = ?$



答： $\angle 3 = 30^\circ$ 、 $\angle 4 = 150^\circ$

◎三角形的外角和

- (2) 右圖的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 及 $\angle 3$ 分別是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的外角，已知 $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 40^\circ$ 。試求： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = ?$



解：

$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$$

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ, \quad 80^\circ + \angle 1 = 180^\circ, \quad \angle 1 = 100^\circ$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ, \quad 60^\circ + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 2 = 120^\circ$$

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ, \quad 40^\circ + \angle 3 = 180^\circ, \quad \angle 3 = 140^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 100^\circ + 120^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$



教材內容說明：

1. 本教材第 2～4 頁的教學重點是三角形的外角和 $=360^\circ$

本教材利用三組內角和外角的和皆為 180° 說明三角形的外角和 360° 。

2. 本頁隨堂練習的評量重點在給定三角形及部份內角，要求學生求出其他內角及外角的度數。
3. 第(2)題給定三角形及二個內角，要求學生計算三個外角的度數和。

教師先利用三角形內角和 180° ，得第三個內角 $180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$

再利用內角和相鄰的外角加起來為 180° 得到以下外角：

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ, 80^\circ + \angle 1 = 180^\circ, \angle 1 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ, 60^\circ + \angle 2 = 180^\circ, \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ, 40^\circ + \angle 3 = 180^\circ, \angle 3 = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 100^\circ + 120^\circ + 140^\circ = 360^\circ$$

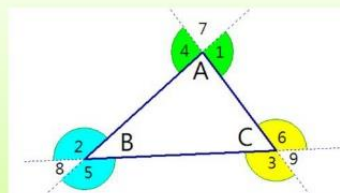


基本學習內容：SC-8-2-2 三角形的外角及外角和

(3) 右圖的 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 及 $\angle 3$ 分別是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的外角。

試求：① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = ?$

② $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = ?$



解：

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ \dots\dots ①$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ \dots\dots ②$$

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ \dots\dots ③$$

將①②③三式相加之後得到

$$(\angle A + \angle 1) + (\angle B + \angle 2) + (\angle C + \angle 3) = 180^\circ \times 3$$

$$(\angle A + \angle B + \angle C) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

$$180^\circ + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

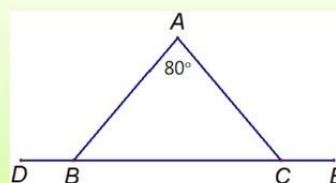
$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ; \text{同理可證, } \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$$

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$, $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$, 因為答案相同, 所以我們稱 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ 或 $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6$ 為三角形的一組外角和。

由上可知, 三角形的外角和為 360°



(4) 等腰三角形 ABC 中, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 80^\circ$, 試求 $\angle ABD + \angle ACE = ?$



解：

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~4 頁的教學重點是三角形的外角和 $=360^\circ$

本教材利用三組內角和外角的和皆為 180° 說明三角形的外角和 360° 。

2. 第(3)題給定三角形及以 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 所標示的 6 個外角，要求學生回答兩個子問題。

子問題①： $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = ?$

教師提示利用內角及相鄰的外角度數和 $=180^\circ$ ，分別得三組度數和

$$\angle A + \angle 1 = 180^\circ \quad \dots\dots ①$$

$$\angle B + \angle 2 = 180^\circ \quad \dots\dots ②$$

$$\angle C + \angle 3 = 180^\circ \quad \dots\dots ③$$

將①②③三式相加之後得到

$$(\angle A + \angle 1) + (\angle B + \angle 2) + (\angle C + \angle 3) = 180^\circ \times 3$$

$$(\angle A + \angle B + \angle C) + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ$$

$$180^\circ + (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 540^\circ, \quad \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$$

子問題②： $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = ?$

同理可證 $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360^\circ$

- 此說明需要用到類似解二元一次聯立方程式的加減消去法，不是典型的作法，教師必要時可以給予學生提示幫助解題。

3. 本教材的教師指導框說明三角形的一組外角和為 360°

4. 例題(4)給定等腰三角形及其頂角為 80° ，要求學生計算兩底角的外角度數和 $=?$



基本學習內容：SC-8-2-2 三角形的外角及外角和

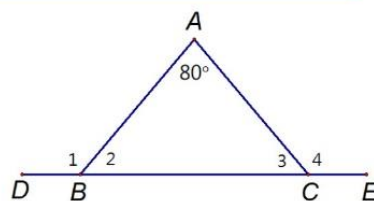
方法一：

$$\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\angle 2 = \angle 3 = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 130^\circ + 130^\circ = 260^\circ$$



方法二：

利用外角和 $=360^\circ$

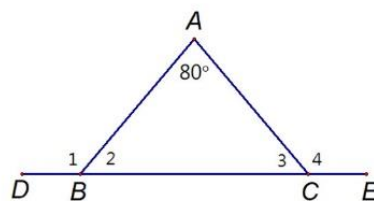
$$\angle A \text{ 的外角} = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

利用三角形的一組外角和為 360°

$$\angle 1 + \angle 4 + \angle A \text{ 的外角} = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 + 100^\circ = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$$



隨堂練習

(1) ①下列何者為 $\triangle ABC$ 的一組外角？

(A) 50° 、 60° 、 70° (B) 100° 、 110° 、 120°

(C) 100° 、 120° 、 140° (D) 90° 、 90° 、 180°

② $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。

若 $\angle C = 90^\circ$ ，求 $\angle 1 + \angle 2 = ?$ 。

答：① (C)和(D) ② 270°

**教材內容說明：**

1. 本教材第 4 頁的教學重點是三角形外角和 $=360^\circ$ 的練習活動。
2. 本頁第一部份解題延續第 3 頁的例題(4)，以下示範兩種解法：

方法一：兩底角的度數和 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$$\angle 2 = \angle 3 = 100^\circ \div 2 = 50^\circ$$

$$\angle 1 = \angle 4 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ, \text{ 故 } \angle 1 + \angle 4 = 130^\circ + 130^\circ = 260^\circ$$

方法二：利用三角形外角和 360° ， $\angle A$ 的外角 $=180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$$\angle 1 + \angle 4 + \angle A \text{ 的外角} = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 4 + 100^\circ = 360^\circ, \text{ 故 } \angle 1 + \angle 4 = 260^\circ$$

3. 本頁隨堂練習含有兩子問題：

子問題①：要求學生選出三角形可能的一組外角

子問題②：給定 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 、 $\angle B$ 及 $\angle C$ 的一組外角及 $\angle C = 90^\circ$ ，

要求學生計算 $\angle 1 + \angle 2 = ?$



基本學習內容：SC-8-2-2 三角形的外角及外角和



小試身手

- (1) $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。若 $\angle 1 = 120^\circ$ ，
 $\angle 2 = 140^\circ$ ，則 $\angle C = ?$

答： 80°

- (2) $\triangle ABC$ 中， $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 分別為 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的外角。若 $\angle 1 = 120^\circ$ ，
 $\angle 2$ 的度數： $\angle 3$ 的度數 $= 2:3$ ，求 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 。

答： $\angle 2 = 96^\circ$ ， $\angle 3 = 144^\circ$



教材內容說明：

1. 本教材第 5 頁的教學重點為小試身手。
2. 小試身手第(1)題給定三角形的其中兩內角的外角度數，要求學生計算第三組內角。
3. 小試身手第(2)題給定三角形的一組外角度數及另兩組外角的度數比，要求學生算出另兩組外角的度數=？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

