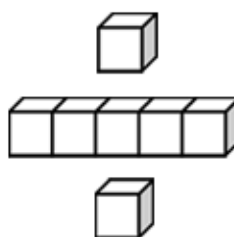


基本學習內容：SC-8-6-1

畢氏定理

【教師用】





基本學習內容：SC-8-6-1

學習內容：

S-8-6 畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；

畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。

基本學習內容：

SC-8-6-1 畢氏定理。

基本學習表現：

SCP-8-6-1-1 理解以直角三角形三邊分別作出的正方形中，以斜邊為邊長的正方形面積會等於以兩股為邊長的正方形面積之和。

SCP-8-6-1-2 熟練若 a 、 b 分別為直角三角形的兩股長， c 為斜邊長，則 $c^2 = a^2 + b^2$ 。

SCP-8-6-1-3 熟練若 a 、 b 、 c 為三角形三邊長且 $c^2 = a^2 + b^2$ ，則該三角形為直角三角形。

SCP-8-6-1-4 能利用畢氏定理解決生活中的問題。



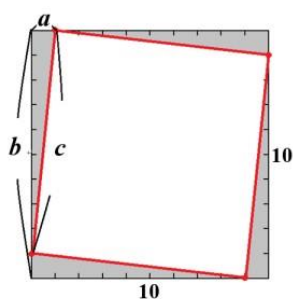
概要說明：

■ 基本學習內容 SC-8-6-1 為 SC-5-2-1 之後續學習概念，故學生應已理解三角形面積公式。本基本學習內容引入畢氏定理，並利用畢氏定理解決生活中的問題。

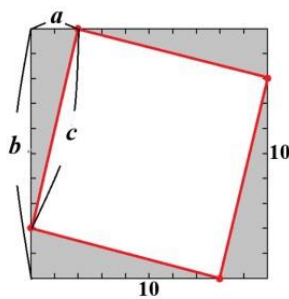
■ 建議教師先講述與畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）相關的數學史，引起學習動機，再說明畢氏定理的意義。

■ 建議教師可以進行探索活動，幫助學生透過面積看到三角形三邊長平方的關係，也就是 $c^2 = a^2 + b^2$ 的現象，進而預期畢氏定理成立。

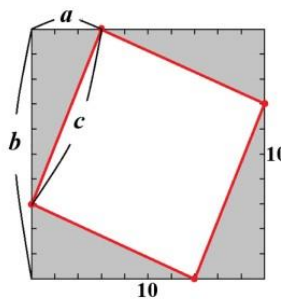
探索活動如下：



圖一 1×9 直角三角形



圖二 2×8 直角三角形



圖三 3×7 直角三角形

	股長 a	股長 b	斜邊長 c^2 (正方形面積)	$a^2 + b^2 = c^2$
圖一	1	9	$100 - \frac{1 \times 9}{2} \times 4 = 82$	$1^2 + 9^2 = 82$
圖二	2	8	$100 - \frac{2 \times 8}{2} \times 4 = 66$	$2^2 + 8^2 = 66$
圖三	3	7	$100 - \frac{3 \times 7}{2} \times 4 = 58$	$3^2 + 7^2 = 58$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

■ 國小階段已經學過只有一個角為直角的三角形稱為直角三角形，國中階段教學重點在認識直角三角形斜邊與股的名詞。教學時宜操作直角三角板教具，幫助學生認識斜邊位置可能的情形並能分辨兩股長與斜邊長。

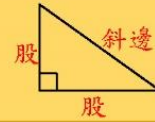
■ 本基本學習內容建議透過圖形拼排或面積計算，以實例探討畢氏定理即可，不必使用較嚴格的幾何或代數推理。

■ 本基本學習內容建議教師引入畢氏定理在生活上的應用時，應使用計算機驗證畢氏定理。

畢氏定理

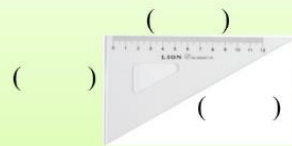


如右圖，直角三角形的直角所對的邊稱為**斜邊**，其餘兩個邊稱為**股**。



(1) 一般使用的三角板，都是直角三角形，請填入下列三角形的股及斜邊。

①

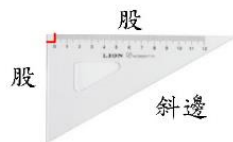


②

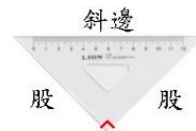


解：直角所對的邊為斜邊，其餘兩個邊為股。如下圖：

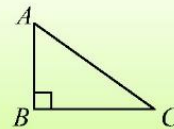
①



②



(2) 右圖為直角三角形 ABC ，
請問 \overline{AB} 、 \overline{BC} 和 \overline{AC} 何者最長？



解：方法一：用尺量量看，發現 \overline{AC} 最長。

方法二： A 點到 \overline{BC} 的最短距離是 \overline{AB} ，

也就是 \overline{BC} 上其它點到 A 的距離會大於 \overline{AB} ，即 $\overline{AC} > \overline{AB}$ 。

同理，考慮 C 點到 \overline{AB} 的距離，也可以得到 $\overline{AC} > \overline{BC}$ 。

故 \overline{AC} 最長。

斜邊是直角三角形中最長的邊。





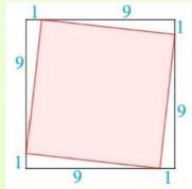
教材內容說明：

1. 本教材第 1 頁的教學重點是學習直角三角形的基本名詞-股和斜邊。
2. 本頁定義框是在說明直角三角形的股和斜邊。
3. 第(1)題給定兩個直角三角形的三角板，要求學生回答兩個子問題：
子問題①為 30° - 60° - 90° 的直角三角形，要求學生標出直角三角形的股和斜邊。
子問題②為 45° - 45° - 90° 的直角三角形，要求學生標出直角三角形的股和斜邊。
● 若學生因為直角三角形擺放的方向而誤認斜邊，教師應提醒學生先找出直角，直角所對的邊為斜邊，其它兩個邊為股。
4. 第(2)題給定直角三角形，要求學生找出直角三角形的最長邊。
本題提供兩種解題方法：
方法一：用尺量三邊長的長度，找出最長邊。
方法二：利用點到直線上任何一點的連線長會大於點到直線的距離，找出最長邊。
● 教師可幫助學生發現 A 點到 \overline{BC} 直線的距離為 \overline{AB} ， C 點為 \overline{BC} 直線上的一點，
所以 \overline{AC} 大於 \overline{AB} ，同理， \overline{AC} 大於 \overline{BC} 。
5. 本頁對話框在提醒學生斜邊是直角三角形中的最長邊。

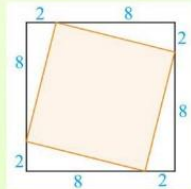
基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

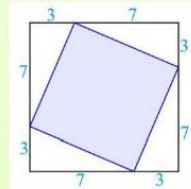
- (3) 下圖是邊長為 10 的正方形，我們在四個邊各取一點，使得每邊都被分成兩段，再把 4 點連起來，圍成一個小正方形。
- 圖一是將邊長分割成 1 和 9、圖二是將邊長分割成 2 和 8、圖三是將邊長分割成 3 和 7、圖四是將邊長分割成 4 和 6。



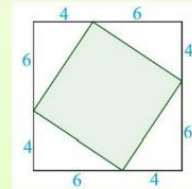
圖一



圖二



圖三



圖四

我們可以利用「正方形面積減去 4 個全等的直角三角形面積」，算出圖一中小正方形的面積是 82。請完成下表。

	第一段的長度	第二段的長度	小正方形面積
圖一	1	9	82
圖二	2	8	
圖三	3	7	
圖四	4	6	

說說看，你發現了什麼？

解：小正方形面積為正方形面積減去 4 個全等的直角三角形面積，計算過程如下：

$$\text{圖一小正方形面積} = 10 \times 10 - 4 \times \left(\frac{1 \times 9}{2} \right) = 100 - 18 = 82。$$

$$\text{圖二小正方形面積} = 10 \times 10 - 4 \times \left(\frac{2 \times 8}{2} \right) = 100 - 32 = 68。$$

$$\text{圖三小正方形面積} = 10 \times 10 - 4 \times \left(\frac{3 \times 7}{2} \right) = 100 - 42 = 58。$$

$$\text{圖四小正方形面積} = 10 \times 10 - 4 \times \left(\frac{4 \times 6}{2} \right) = 100 - 48 = 52。$$



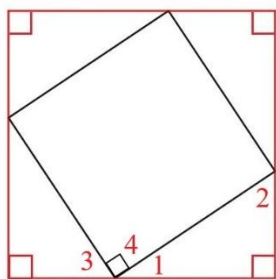
教材內容說明：

1. 本教材第 2~5 頁的教學重點是幫助學生理解畢氏定理。

本頁在幫助學生利用正方形扣掉 4 個直角三角形來計算其內部小正方形的面積。

2. 第(3)題給定 4 個邊長為 10 的正方形及其不同的分割方式，要求學生算出其內部的小正方形面積。

● 教師先跟學生說明正方形扣掉 4 個全等的直角三角形後的圖形為正方形，說明如下：



(1)正方形內部四邊形的 4 個邊為 4 個全等的直角三角形斜邊，所以四邊形的 4 個邊等長。

(2)如圖， $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 且 $\angle 2 = \angle 3$ ，得 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\angle 4$ 為直角；同理，其它 3 個角也是直角，所以四邊形的 4 個角都是直角。

故正方形扣掉 4 個全等的直角三角形後的圖形為正方形。



基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

(4) 將第(3)題表格的第一段的長度及第二段的長度都平方，如下表：

	第一段長度的平方	第二段長度的平方	小正方形面積
圖一	$1^2=1$	$9^2=81$	82
圖二	$2^2=4$	$8^2=64$	68
圖三	$3^2=9$	$7^2=49$	58
圖四	$4^2=16$	$6^2=36$	52

說說看，這三欄的數字有什麼關係？

解：我們發現圖一： $1+81=82$ ，圖二： $4+64=68$ ，

圖三： $9+49=58$ ，圖四： $16+36=52$ ，

得知，第一段長度的平方+第二段長度的平方=小正方形面積。

即 圖一： $1^2+9^2=82$ ，圖二： $2^2+8^2=68$ ，

圖三： $3^2+7^2=58$ ，圖四： $4^2+6^2=52$ 。

直角三角形兩股平方和等於以斜邊為邊長的正方形面積。





教材內容說明：

1. 本教材第 2～5 頁的教學重點是幫助學生理解畢氏定理。

本頁教學重點在幫助學生發現正方形所分割的兩段長度平方和等於其內部正方形面積。

- 此性質用來推導畢氏定理，不宜要求學生背誦此性質。

2. 第(4)題給定將第(3)題的兩段長度平方，要求學生找出小正方形面積與這兩段長度平方的關係。

- 若學生無法發現，教師可要求學生將前兩欄數字相加和小正方形的面積比較，最後發現其相等。

3. 本頁對話框在幫助學生發現給定直角三角形的兩股長度，即可計算出以斜邊為邊長的正方形面積。

- 教師可以不要求學生背誦此性質。

基本學習內容：SC-8-6-1

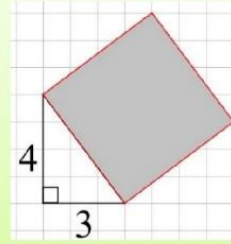
基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

(5)如圖，直角三角形兩股長分別為 3 和 4，

灰色區域是正方形，它的一邊恰好是直角三角形的斜邊。

請問 ① 灰色區域的面積＝？

② 直角三角形斜邊長＝？



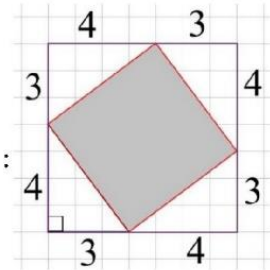
解：方法一：

如圖，我們知道灰色區域的面積可由向外延伸出的

大正方形面積減去 4 個全等的直角三角形面積來計算：

灰色區域的面積 $= 7 \times 7 - 3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 = 49 - 24 = 25$ 。

所以直角三角形斜邊長＝5。



方法二：

直角三角形的兩股分別為 3 和 4，

得知，灰色區域的面積 $= 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ 。直角三角形斜邊長＝5。



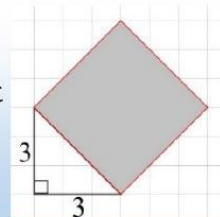
隨堂練習

如圖，直角三角形兩股長皆為 3，

灰色區域是正方形，它的一邊恰好是直角三角形的斜邊

請問 ① 灰色區域的面積＝？

② 直角三角形斜邊長＝？



答：① 18 ② $3\sqrt{2}$



教材內容說明：

1. 本教材第 2~5 頁的教學重點是幫助學生理解畢氏定理。

本頁教學重點在幫助學生練習求以斜邊為邊長的正方形面積。

2. 第(5)題給定直角三角形的兩股及以斜邊為邊長的正方形，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：要求學生算出灰色正方形的面積。

子問題②：要求學生算出直角三角形的斜邊長。

子問題①提供兩種解題方法：

方法一：利用第 2 頁的方法，將圖形向外延伸出大正方形，透過大正方形面積減去 4 個全等的直角三角形來計算面積。

方法二：利用直角三角形的兩股平方和來計算以斜邊為邊長的正方形面積。

- 如果學生無法順利解題，教師可透過方法一，先協助學生畫出大正方形，再做計算。

- 如果學生利用方法一解題，教師應幫助學生發現以斜邊為邊長的正方形面積等於直角三角形的兩股平方和。

子問題②透過正方形面積公式計算出直角三角形斜邊長。

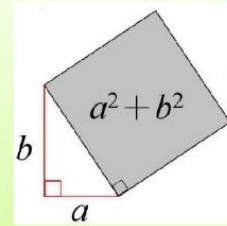
- 如果學生無法從正方形面積計算直角三角形斜邊長度，建議教師可參考 NC-8-1-1 教材，進行教學。

3. 本頁隨堂練習給定直角三角形的兩股及以斜邊為邊長的正方形，要求學生算出灰色正方形的面積及直角三角形的斜邊長，評量學生利用直角三角形的兩股平方和解題的能力。

基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

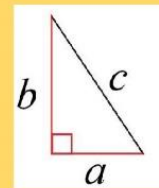
- (6) 如圖，已知直角三角形的兩股分別為 a 、 b ，
以三角形斜邊為邊長的正方形的面積為 $a^2 + b^2$
假設直角三角形的斜邊長為 c ，
請寫出三角形邊長 a 、 b 、 c 的關係。



解：已知直角三角形的兩股為 a 、 b ，
以三角形斜邊為邊長的正方形的面積為 $a^2 + b^2$ 。
直角三角形的斜邊長 c 就是正方形的邊長，正方形面積為 c^2 。
得知 $a^2 + b^2 = c^2$ 。
由此可知，
直角三角形的兩股長分為 a 、 b ，斜邊長為 c ，
則直角三角形三邊長的關係為 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

畢氏定理

在直角三角形中，兩股長的平方和等於斜邊長的平方。
如圖，直角三角形的兩股長分別為 a 、 b ，斜邊長為 c ，
則三邊長的關係為 $a^2 + b^2 = c^2$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 2～5 頁的教學重點是幫助學生理解畢氏定理。

本頁教學重點透過「直角三角形兩股平方和等於以斜邊為邊長的正方形面積」幫助學生理解畢氏定理。

2. 第(6)題給定直角三角形三邊長 a 、 b 、 c ，以及以斜邊為邊長所畫出的正方形面積，要求學生寫出直角三角形三邊長的關係。

本題利用「正方形面積等於邊長平方」幫助學生發現 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

- 如果學生無法理解，建議教師可以先將直角三角形三邊長用數字代入，再利用前一頁的例子說明。

3. 本頁定義框在說明畢氏定理。

- 建議教師先幫助學生確認兩股邊長 a 和 b ，斜邊 c 為最長邊，再讓學生記公式 $a^2 + b^2 = c^2$ 。

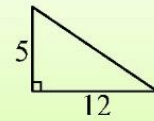


基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

(7) ① 如右圖，直角三角形的兩股長分別為 5、12，

請問斜邊長為何？



② 已知直角三角形的兩股長分別為 5、6，請問斜邊長為何？

解：① 直角三角形的兩股長分別為 $a=5$ 、 $b=12$ ，

假設斜邊長為 c ($c>0$)，

由畢氏定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 得 $c^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ ，

所以 $c = \sqrt{169} = 13$ 。

② 直角三角形的兩股長分別為 5、6，

假設斜邊長為 c ($c>0$)，

由畢氏定理得 $c^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$ ，

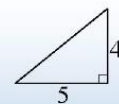
所以 $c = \sqrt{61}$ 。



隨堂練習

(1) 如右圖，直角三角形的兩股長分別為 4、5，

請問斜邊長為何？



(2) 已知直角三角形的兩股長分別為 7、24，請問斜邊長為何？

答：(1) $\sqrt{41}$ (2) 25



教材內容說明：

1. 本教材第 6 頁的教學重點是幫助學生學習利用畢氏定理計算直角三角形的斜邊長。

2. 第(7)題給定直角三角形的兩股長，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：給定兩股長分別為 5、12(含圖形)，要求學生算出斜邊長。

子問題②：給定兩股長分別為 5、6，要求學生算出斜邊長。

本題使用畢氏定理來解題。

● 如果學生不會使用 $a^2 + b^2 = c^2$ 的公式時，教師應提醒學生直角三角形中斜邊最長，所以 c 是斜邊的長度，再搭配「兩股平方和等於斜邊平方」來記，並多做練習。

● 建議教師先讓學生熟練畢氏定理 $a^2 + b^2 = c^2$ ，再搭配二次方根的意義來解題，不宜要求學生直接記憶 $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ 。

3. 本頁隨堂練習包含兩個問題，給定直角三角形的兩股長，要求學生算出斜邊長，評量學生是否理解畢氏定理。



基本學習內容：SC-8-6-1

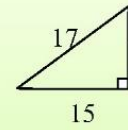
基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

(8) ① 如右圖，已知直角三角形的一股長為 15、斜邊長為 17，

請問三角形的另一股長為何？

② 已知直角三角形的一股長為 6、斜邊長為 8，

請問三角形的另一股長為何？



解：① 假設直角三角形的兩股長分別為 15 和 x ($x > 0$)，斜邊長為 17，

$$\text{由畢氏定理得 } 15^2 + x^2 = 17^2,$$

$$x^2 = 17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64,$$

$$\text{所以 } x = \sqrt{64} = 8。$$

② 假設直角三角形的兩股長分別為 6 和 y ($y > 0$)，斜邊長為 8，

$$\text{由畢氏定理得 } 6^2 + y^2 = 8^2,$$

$$y^2 = 8^2 - 6^2 = 64 - 36 = 28,$$

$$\text{所以 } y = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}。$$



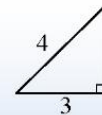
隨堂練習

(1) 如右圖，已知直角三角形的一股長為 3、斜邊長為 4，

請問三角形的另一股長為何？

(2) 已知直角三角形的一股長為 3、斜邊長為 5，

請問三角形的另一股長為何？



答：(1) $\sqrt{7}$ (2) 4



教材內容說明：

1. 本教材第 7 頁的教學重點是幫助學生學習利用畢氏定理計算直角三角形其中一股的長度。
2. 第(8)題給定直角三角形的一股長及斜邊長，要求學生回答兩個子問題：
子問題①：給定一股長為 15 及斜邊長為 25(含圖形)，要求學生算出另一股的長度。
子問題②：給定一股長為 6 及斜邊長為 8，要求學生算出另一股的長度。
本題使用畢氏定理來解題。
 - 建議教師先讓學生確認已知長度的邊長，若題目沒有附圖，可以先簡單畫出直角三角形，將邊長標示在直角三角形上，再進行解題。
 - 建議教師先讓學生找出斜邊(最長邊)，再將斜邊的長度帶入 c ，再搭配二次方根的意義來解題，不宜要求學生直接記憶 $a = \sqrt{c^2 - b^2}$ 或 $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ 。
 - 如果學生無法將答案寫成最簡根式，建議教師可參考 NC-8-1-1 教材。
3. 本頁隨堂練習包含兩個問題，給定直角三角形的一股長及斜邊長，要求學生算出另一股的長度，評量學生是否理解畢氏定理。

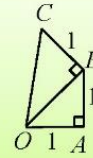
基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

(9) 如圖，在直角三角形 OAB 與直角三角形 OBC 中，

$$\overline{OA} = \overline{AB} = \overline{BC} = 1,$$

請問① $\overline{OB} = ?$ ② $\overline{OC} = ?$



解：①在直角三角形 OAB 中，兩股為 \overline{OA} 、 \overline{AB} ，斜邊為 \overline{OB} ，

$$\text{由畢氏定理知，}\overline{OB}^2 = 1^2 + 1^2 = 2,$$

$$\text{因為}\overline{OB} > 0, \text{所以}\overline{OB} = \sqrt{2}。$$

②在直角三角形 OBC 中，兩股為 \overline{OB} 、 \overline{BC} ，斜邊為 \overline{OC} ，

$$\text{由畢氏定理知，}\overline{OC}^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 3,$$

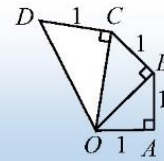
$$\text{因為}\overline{OC} > 0, \text{所以}\overline{OC} = \sqrt{3}。$$



隨堂練習

承上題，以 \overline{OC} 為一股延伸出一直角三角形 OCD ，

且 $\overline{CD} = 1$ ，求 $\overline{OD} = ?$



答：2

重點整理

下表為常見邊長為整數的直角三角形：

	股	股	斜邊
①	3	4	5
②	5	12	13
③	7	24	25
④	8	15	17



教材內容說明：

1. 本教材第 8 頁的教學重點是幫助學生學習利用畢氏定理解題。
2. 第(9)題給定兩個直角三角形疊合的複合圖形，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：已知直角三角形 OAB 兩股的長度，要求學生計算斜邊長。

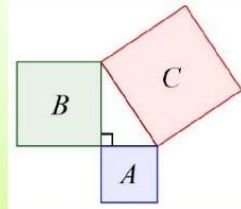
子問題②：利用子問題①的結果，得知直角三角形 OBC 的兩股長，要求學生計算斜邊長 \overline{OC} 。

本題需使用兩次畢氏定理才能求出 \overline{OC} ，先利用已知 \overline{OA} 及 \overline{AB} ，求出 \overline{OB} ，再利用已知 \overline{BC} 及求出的 \overline{OB} ，算出 \overline{OC} 。
3. 本頁隨堂練習給定三個直角三角形疊合的複合圖形，要求學生計算 \overline{OD} 的長度，評量學生利用畢氏定理解題的能力。
 - 教師應提醒學生計算此類問題時，要從兩邊都知道邊長的三角形開始計算，才有辦法再計算下一個直角三角形的未知邊長。
4. 本頁重點整理框列出 4 組整數邊長的直角三角形，幫助學生記憶特殊邊長的直角三角形。此重點整理框僅列出 4 組常用整數邊長的直角三角形，並將邊長由小到大排序，

例如：第①個三角形，我們常將它稱為「3-4-5」的直角三角形。

畢氏定理的應用

- (10) 如圖，白色區域為直角三角形，
以三角形的邊長所畫出的四邊形皆為正方形，
已知正方形 A 的面積為 5，正方形 B 的面積為 12，
請問正方形 C 的面積為何？



解：假設直角三角形三邊長分別為 a 、 b 、 c ，如圖，

由畢氏定理知 $a^2 + b^2 = c^2$ ，

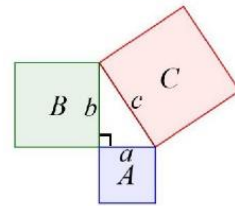
又正方形 A 的面積為 a^2 ，

正方形 B 的面積為 b^2 ，

正方形 C 的面積為 c^2 ，

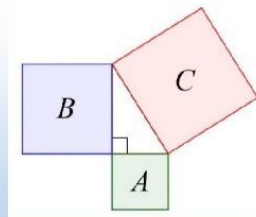
得知，正方形 A 的面積 + 正方形 B 的面積 = 正方形 C 的面積，

所以，正方形 C 的面積 = $5 + 12 = 17$ 。



隨堂練習

- 如圖，白色區域為直角三角形，
以三角形的邊長所畫出的四邊形皆為正方形，
已知正方形 A 的面積為 6，正方形 C 的面積為 21，
請問正方形 B 的面積為何？



答：15



教材內容說明：

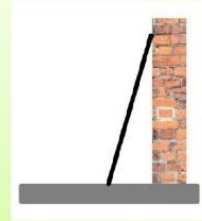
1. 本教材第 9～10 頁的教學重點是幫助學生學習畢氏定理的應用。
2. 第(10)題給定直角三角形、以直角三角形三邊畫出的正方形及其中兩個正方形的面積，要求學生算出第三個正方形的面積。
本題為畢氏定理的應用題，教師需先協助學生假設直角三角形的三邊長及利用 a 、 b 、 c 表示正方形面積，再利用畢氏定理幫助學生解題。
 - 如果學生無法順利解題時，教師可提醒學生先算出直角三角形的兩個邊長，再使用畢氏定理來解題。
3. 本頁隨堂練習給定直角三角形、以直角三角形三邊畫出的正方形及其中兩個正方形的面積，要求學生算出第三個正方形的面積，評量學生利用畢氏定理解題的能力。



基本學習內容：SC-8-6-1

基本學習內容：SC-8-6-1 畢氏定理

- (11) 如圖，有一把梯子放在離牆腳 0.7 公尺處，
梯頂離地面 2.4 公尺，其中牆壁與地面垂直，
使得梯子、地面與牆壁圍成一個直角三角形，
求梯子長多少公尺？



解：設梯子長 x 公尺，

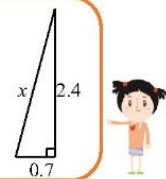
由畢氏定理知，

$$x^2 = (0.7)^2 + (2.4)^2 = 0.49 + 5.76 = 6.25$$

因為 $x > 0$ ， $x = 2.5$ ，

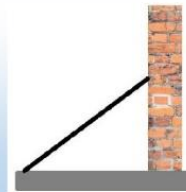
所以梯子長 2.5 公尺。

梯子、地面與牆壁
圍成直角三角形



隨堂練習

- 承上題，若把梯子放在離牆腳 2 公尺處，
則梯頂離地面多少公尺？



答：1.5

重點整理

將直角三角形三邊長同時乘上 k 倍，也會是直角三角形。

以邊長為「3-4-5」的直角三角形為例，如下表：

	股	股	斜邊
	3	4	5
同時乘 2 倍	6	8	10
同時乘 3 倍	9	12	15
同時乘 0.1 倍	0.3	0.4	0.5



教材內容說明：

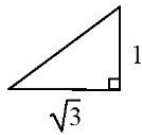
1. 本教材第 9～10 頁的教學重點是幫助學生學習畢氏定理的應用。
2. 第(11)題給定畢氏定理的情境題，要求學生算出梯子的長度。
 - 建議教師先幫助學生發現梯子、地面與牆壁圍成直角三角形，可請學生在圖上標示直角及已知長度，或是另外畫一個直角三角形再標示直角及長度。
 - 如果學生無法解題時，教師應幫助學生找出斜邊，再利用畢氏定理來解題。
 - 教師可以利用特殊整數邊長的直角三角形的某倍數來幫助學生計算或找到未知邊長的長度。
3. 本頁隨堂練習給定畢氏定理的情境題，要求學生計算梯頂離地面的長度，評量學生利用畢氏定理理解題的能力。
4. 本頁重點整理框列出 4 組整數邊長的三角形，幫助學生學習整數邊長的直角三角形三邊同時乘上某數後，得到的三個數也會是直角三角形的三邊長。
 - 建議教師可以多舉例子，先請學生利用畢氏定理算算看，再讓學生發現可以利用比例來計算這些三角形的邊長。



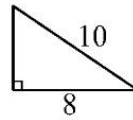
小試身手

1. 請計算下列三角形第三邊的長度：

(1)



(2)



答：① 2 ② 6

2. 請計算下列三角形第三邊的長度：

(1) 已知直角三角形的兩股長分別為 7、8，請問斜邊長為何？

(2) 已知直角三角形的一股長為 3、斜邊長為 $\sqrt{10}$ ，請問三角形的另一股長為何？

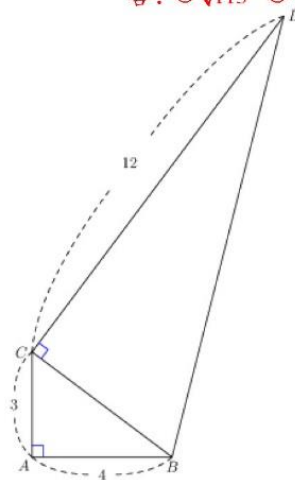
答：① $\sqrt{113}$ ② 1

3. 如圖，在直角三角形 ABC 與直角三角形 BCD 中，

$$\overline{AB} = 4, \overline{AC} = 3, \overline{CD} = 12,$$

請問 (1) $\overline{BC} = ?$ (2) $\overline{BD} = ?$

答：① 5 ② 13





教材內容說明：

1. 本教材第 11 頁為小試身手。
2. 第 1 題給定直角三角形(含圖形)及其兩邊的長度，要求學生回答兩個問題，評量學生是否理解畢氏定理。
3. 第 2 題給定直角三角形及其兩邊的長度，要求學生回答兩個問題，評量學生是否理解畢氏定理。
4. 第 3 題給定兩個直角三角形疊合的複合圖形及其部分邊長，要求學生回答兩個問題，評量學生是否具備利用畢氏定理解題的能力。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

