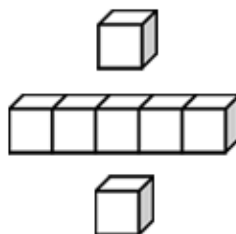


基本學習內容：SC-8-8-1

三角形任兩邊和大於第三邊

【教師用】





基本學習內容：SC-8-8-1

學習內容：

S-8-8 三角形的基本性質：等腰三角形兩底角相等；非等腰三角形大角對大邊，大邊對大角；三角形兩邊和大於第三邊；外角等於其內對角和。

基本學習內容：

SC-8-8-1 三角形任兩邊和大於第三邊。

基本學習表現：

SCP-8-8-1-1 理解三角形任意兩邊之和大於第三邊。

SCP-8-8-1-2 理解三角形比較短的兩邊之和大於第三邊。

SCP-8-8-1-3 理解三角形任意兩邊差小於第三邊。

概要說明：

◎基本學習內容 SC- 8- 8- 1 為 S- 7- 4 之後續學習概念，學生已學過操作活動與簡單推理。

本基本學習內容開始引入任意三角形的邊角關係。

■ 不要求學生使用連續的不等式來表示線段的範圍。

例如：如圖(一) 所示，三角形的三邊為 x ，3，4，學生只要能寫使用 $4 + 3 > x$ 與 $4 - 3 < x$ 表示即可，不需特別要求表示成 $1 < x < 7$ 。

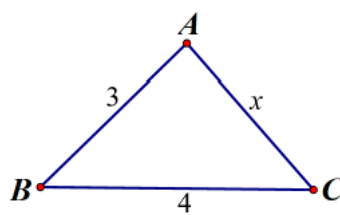


圖 (一)

■ 如果學生已掌握連接兩點的繩子，以直線為最短。教師可以利用這個性質，幫助學生理解三角形任意兩邊和大於第三邊。以三角形 ABC 為例，連接 A、B 兩點的繩子，以直線 \overline{AB} 為最短，所以 $\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$ ；連接 A、C 兩點的繩子，以直線 \overline{AC} 為最短，所以 $\overline{BA} + \overline{BC} > \overline{AC}$ ；連接 B、C 兩點的繩子，以直線 \overline{BC} 為最短，所以 $\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$ ，也就是三角形任意兩邊和大於第三邊。



- 「三角形任兩邊的和的大於第三邊」與「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」是等價的定義。假設三角形三邊的長度是 a 、 b 、 c ， $a \geq b \geq c$ ，如果 $b+c \geq a$ 成立，那麼 $a+b \geq c$ 、 $a+c \geq b$ 一定也會成立。所以當「三角形比較短的兩邊和大於最長邊」成立時，「三角形任兩邊的和的大於第三邊」也會成立。
- 建議教師教學時必須說明「三角形任兩邊的和的大於第三邊」的性質，但是在判斷是否能圍成三角形時，只要判斷「比較短的兩邊和是否大於最長邊」即可。學生只要掌握「比較短的兩邊和大於最長邊」時，就能圍成三角形，就能發展出「比較短的三邊和大於最長邊」時，就能圍成四邊形，以及「比較短的 $n-1$ 邊和大於最長邊」時，就能圍成 n 邊形的性質。
- 判斷給定的三線段是否能拼成三角形時，不必檢查任意兩邊和大於第三邊，只要檢查較短的兩邊和是否大於最長邊即可。

如圖(二)，較短的兩邊和大於最長邊，因此可圍成一個三角形。

如圖(三)，較短的兩邊和小於最長邊，因此不可圍成一個三角形。



圖(二)



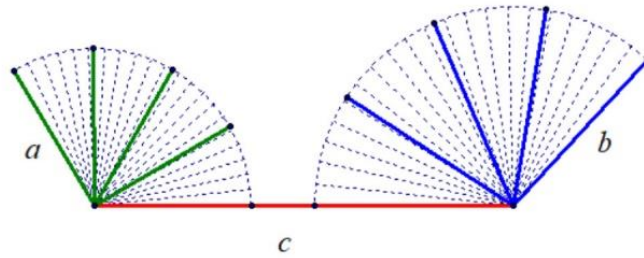
圖(三)

基本學習內容：SC-8-8-1 三角形任兩邊和大於第三邊

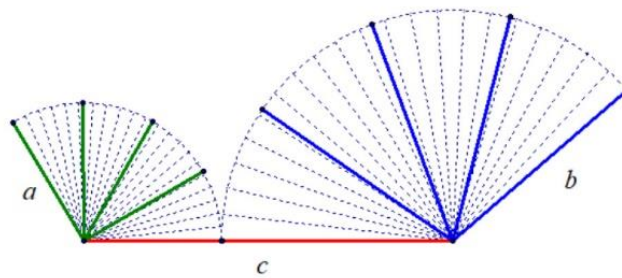
◎ 三角形的邊長關係

我們先假設有三個長度為 a 、 b 、 c 的線段（其中線段 c 的長度最長），將線段 a 、 b 一邊的頂點和線段 c 的兩邊頂點重合如下圖，並讓線段 a 、 b 以線段 c 的頂點為中心旋轉，觀察線段 a 、 b 另一邊的頂點旋轉產生的軌跡，我們可以分成三種情形：

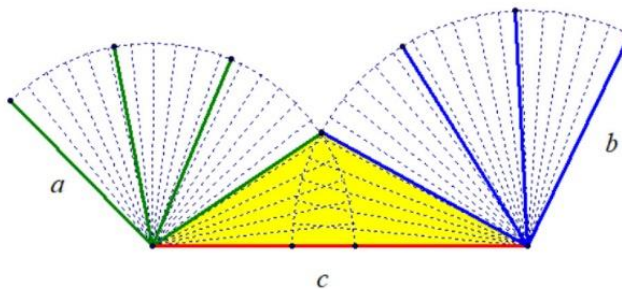
1. 當 $a+b < c$ 時，兩弧沒有交點，線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



2. 當 $a+b = c$ 時，兩弧的交點恰好在線段 c 上，但線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



3. 當 $a+b > c$ 時，兩弧恰好相交於線段 c 外，線段 a 、 b 和 c 可以形成三角形。





教材內容說明：

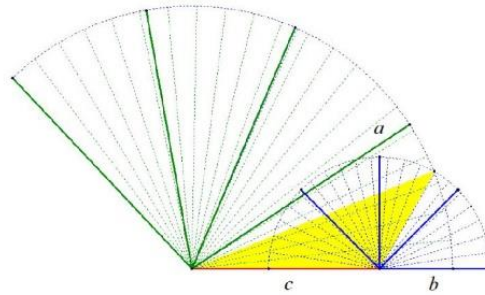
1. 本教材第 1 頁的教學重點是觀察活動，給定三個線段長 a 、 b 、 c ，當第三邊(線段 c)為最長邊時，幫助學生驗證三個線段 a 、 b 、 c 是否可圍成三角形的方法。
 - 教師可以準備適當的教具或動態幾何的圖形 (Geogebra 或 GSP) 幫助學生學習。
2. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡沒有交點，因此無法利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $a+b < c$ 。
3. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡只會有一個交點且落在線段 c 上，因此無法利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $a+b = c$ 。
4. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡只會有一個交點且落在線段 c 外，因此可以利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $a+b > c$ 。

基本學習內容：SC-8-8-1

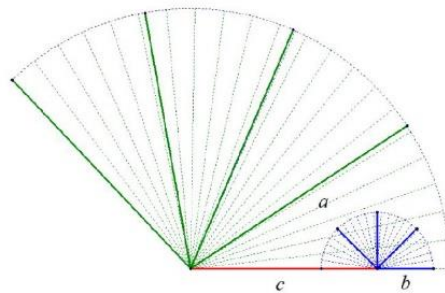
基本學習內容：SC-8-8-1 三角形任兩邊和大於第三邊

我們再假設有三個長度為 a 、 b 、 c 的線段（其中線段 c 的長度不是最長），則另兩個線段 a 和 b 當中一定有一個長度超過線段 c （例如： a ），將線段 a 、 b 一邊的頂點和線段 c 的兩邊頂點重合如下圖，並讓線段 a 、 b 以線段 c 的頂點為中心旋轉，觀察線段 a 、 b 另一邊的頂點旋轉產生的軌跡，我們可以分成三種情形：

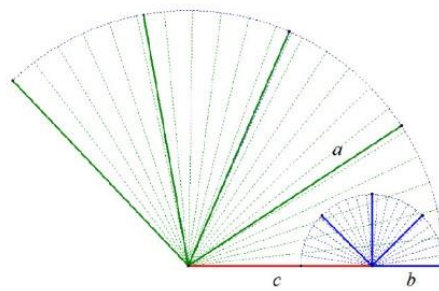
1. 當 $b+c > a$ (最長)，兩弧相交於線段 c 外，線段 a 、 b 和 c 可以形成三角形。



2. 當 $b+c < a$ (最長)，兩弧沒有交點，線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。



3. 當 $b+c = a$ (最長)，兩弧的交點恰好在線段 b 上，但線段 a 、 b 和 c 不能形成三角形。





教材內容說明：

1. 本教材第 2 頁的教學重點是觀察活動，給定三個線段長 a 、 b 、 c ，當第三邊(線段 c)**不為最長邊**時，幫助學生驗證三個線段 a 、 b 、 c 是否可圍成三角形的方法，進而理解形成三角形的三個邊長關係。
 - 教師可以告訴學生，如果第三邊(線段 c) 不是最長的話，則線段 a 和線段 b 一定有一個超過線段 c (不妨設為 a 以方便討論)。
2. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡**只會有一個交點且落在線段 c 外**，因此可以利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $b+c>a$ 。
3. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡**沒有交點**，因此無法利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $b+c<a$ 。
4. 當線段 a 、 b 的旋轉過程中，線段 a 、 b 的端點軌跡**只會有一個交點且落在線段 c 的延長線上**，因此無法利用線段 a 、 b 和 c 圍成三角形。
 - 教師可以引導學生觀察線段 a 和線段 b 與線段 c 共線時， $a+b=c$ 。



基本學習內容：SC-8-8-1

基本學習內容：SC-8-8-1 三角形任兩邊和大於第三邊

由前述的說明可知，確認三個線段 a 、 b 、 c ，可以圍成一個三角形的方法如下：

- (1) 先找出三個線段最長的線段(假設是 c)，比較另外較短兩個線段(假設是 a 、 b)，若兩個較短的線段長度和大於最長的線段 ($a+b>c$)，則可以形成三角形。
- (2) 如果長度最長的線段有兩個(例如： b 和 c)，則任取 b 和 c 其中一個(例如 c) 當成最長的線段，而另兩個(例如： a 和 b) 當成較短的兩線段，採取如(1)的方法檢驗是否可圍成三角形。
- (3) 如果三個線段同為邊長最長的線段：
則任取 a 、 b 、 c 其中一個(例如 a) 當成最長的線段，而另兩個(例如： b 和 c) 當成較短的兩線段，再檢驗是否可圍成三角形。事實上，三個邊長一樣長的線段可以圍成正三角形。

已知三個線段，如果兩個較短線段長的和大於最長線段，則此三個線段可以形成一個三角形。



(1)下列各組數中，哪幾組可為三角形的三邊長？

- ① 4,5,6 ② 7,4,2 ③ 1,2,3 ④ 5,5,4 ⑤ 6,6,6

【提示】先選出該組的最長邊，再算算看其他兩邊和是否大於最長邊？

解：

- ① 假設三邊長 4、5、6，最長邊為 6，剩下兩邊為 4、5
因為 $4+5>6$ ，故 4、5、6 可為三角形的三邊長。
- ② 假設三邊長 7、4、2，最長邊為 7，剩下兩邊為 4、2
因為 $4+2<7$ ，故 7、4、2 不可為三角形的三邊長。
- ③ 假設三邊長 1、2、3，最長邊為 3，剩下兩邊為 1、2
因為 $1+2=3$ ，故 1、2、3 不可為三角形的三邊長。
- ④ 假設三邊長 5、5、4，最長邊為 5(兩個邊長 5 的其中一個)，
剩下兩邊為 5、4
因為 $5+4>5$ ，故 5、5、4 可為三角形的三邊長。
- ⑤ 假設三邊長 6、6、6，最長邊為 6(三個邊長 6 的其中一個)，剩下兩邊為 6、6
因為 $6+6>6$ ，故 6、6、6 可為三角形的三邊長，而且可以圍成正三角形。

答：共有①、④、⑤三組數可為三角形的三邊長



教材內容說明：

1. 本教材第 3 頁的教學重點是「給定三線段長並檢驗可否圍成三角形」的重點歸納與練習活動，幫助學生利用「三角形的任兩邊和大於第三邊」解題。

- 小學已學過三角形的任兩邊和必大於第三邊，但是檢驗的方法可能有三種可能

(例： $a+b>c$ 、 $b+c>a$ 、 $c+a>b$)，三種可能的不等式都要成立才能確認可以形成三角形。

- 由第 1~2 頁的觀察活動，教師可以幫助學生察覺，三個線段若可以圍成三角形的話，則只要「較短的兩個線段長和必大於第三個線段長」。

- 在操作「給定三線段長並檢驗可否圍成三角形」的活動中，若最長線段不只 1 個，教師可以幫助學生選擇其中當作最長線段，其餘當作較短的兩個線段。

2. 本頁教師指導框在說明給定三個線段，只要「兩個較短線段長的和大於最長線段的長」，則此三個線段可以形成一個三角形。

3. 第(1)題給定三角形假設的三個邊長，要求學生檢驗三個邊長是否可以作為三角形的三邊長，並回答 5 個子問題。

子問題 1：(4,5,6)，最長邊為 6， $4+5>6$ ，故可成三角形。

子問題 2：(7,4,2)，最長邊為 7， $4+2<7$ ，故不可成三角形。

子問題 3：(1,2,3)，最長邊為 3， $1+2=3$ ，故不可成三角形。

子問題 4：(5,5,4)，最長邊設為第 1 個 5， $5+4>5$ ，故可成三角形。

子問題 5：(6,6,6)，最長邊設為第 1 個 6， $6+6>6$ ，故可成三角形。

- 建議教師提醒學生要選出最長邊再用「兩邊和大於第三邊」檢驗，否則學生可能以為 $7+2>4$ ，就以為(7,4,2)可成三角形，但實際上不行。

基本學習內容：SC-8-8-1 三角形任兩邊和大於第三邊



隨堂練習

(1) 下列各組數中，那幾組可以作為三角形的三邊長？

- ① 2.3、3.4、5.6 ② $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ ③ $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{8}$

答：①、③

(2) ① 已知三角形的三邊長為 $a+2$ 、 $a+5$ 、 $a+8$ ，請問 a 的範圍？② 已知 a 、7、11，請問 a 的範圍？

解：

① 三角形的三邊長 $a+2$ 、 $a+5$ 、 $a+8$ 當中，最長邊為 $a+8$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $(a+2)+(a+5)>(a+8)$ ， $2a+7>a+8$ ，故 $a>1$

②



【方法一】

三角形的三邊長 a 、7、11，其中最長邊有可能是 a 或11先假設最長邊是 a ，也就是 $a\geq 11$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $7+11>a$ ，得 $a<18$ ，合併先前的條件 $a\geq 11$ 故 $11\leq a<18$ ………①再假設最長邊是11，也就是 $a\leq 11$

因為三角形較短的兩個邊長和會大於最長邊

所以 $a+7>11$ ，得 $a>4$ ，合併先前的條件 $a\leq 11$ 故 $4<a\leq 11$ ………②最後合併①、②的結果，得到 $4<a<18$



教材內容說明：

1. 本教材第 4~5 頁的教學重點是練習活動，有以下兩個重點。

重點(1)：給定三個常數並檢驗此三個數是否可為三角形的三邊長。

重點(2)：給定三個數，其中有部份常數及部份未知數，若三個數可為三角形的三邊長，
求出未知數的範圍。

2. 本頁隨堂練習的評量重點在要求學生根據三個數，檢驗是否可為三角形的三邊長。

3. 第(2)題要求學生回答兩個子問題：

子問題①：給定三角形三個以未知數 a 表示的邊長，要求學生求出 a 的範圍。

- 教師可以從 $a+2$ 、 $a+5$ 、 $a+8$ 中引導學生發現因為 a 的一次項都相同，所以接著比常數項的大小，所以 $a+8$ 為最長邊。

子問題②：給定三角形一個以未知數 a 表示的邊長，及另兩個常數的邊長，
要求學生求出 a 的範圍。

- 本頁第一個對話框為子問題②的方法一：

因為不確定最長邊的邊長，所以要分兩種情況討論：

(1) $(a, 7, 11)$ 設最長邊長 $= a$ ，條件為 $a \geq 11$ ，由「兩邊和大於第三邊」得 $7+11 > a$ ， $a < 18$ ，
合併條件得 $11 \leq a < 18$ 。

(2) $(a, 7, 11)$ 設最長邊長 $= 11$ ，條件為 $a \leq 11$ ，由「兩邊和大於第三邊」得 $a+7 > 11$ ， $a > 4$ ，
合併條件得 $4 < a \leq 11$ 。

合併(1)(2)結果，得到 $4 < a < 18$ 。

- 此處若學生無法解一元一次不等式，請學生複習七年級基本學習內容 AC-7-8-1,2 的教材。

【方法二】

考慮任意取兩邊的邊長和一定會大於第三邊的邊長，我們可以得到下列三個不等式：

$$7+11>a \cdots\cdots\textcircled{1}$$

$$a+7>11 \cdots\cdots\textcircled{2}$$

$$a+11>7 \cdots\cdots\textcircled{3}$$

由於 a 的解如果滿足 $a+7>11$ ，那麼 a 的解也滿足 $a+11>7$

所以我們最後只要討論①、②兩式

由①式可得 $a<18$ ，由②式可得 $a>4$

最後合併以上結果可得 $4<a<18$

**隨堂練習**

- (1) 設一個三角形的三邊長分別是 5、9、 a ，求 a 的範圍。

答： $4<a<14$

**小試身手**

- (1) 下列各組數中，那幾組可以作為三角形的三邊長？答：①

① $\sqrt{4}$ 、 $\sqrt{10}$ 、 $\sqrt{16}$ ② $a+1$ 、 $2a+3$ 、 $3a+5$ ($a>0$)

- (2) 若 6、11 是一個三角形的兩邊長，且第三邊的邊長是整數，

請問第三邊的最大值和最小值為何？答：最大值為 16，最小值為 6



教材內容說明：

1. 本教材第 5 頁的教學重點為練習活動及小試身手，小試身手提供兩個問題評量學生是否具備利用「三角形任兩邊和大於第三邊」解題的能力。

● 本頁第一個對話框為前頁第(2)題子問題②的方法二：

由「三角形任兩邊和大於第三邊」可以列舉出三個可能的不等式

$$7+11>a \dots\dots ①$$

$$a+7>11 \dots\dots ②$$

$$a+11>7 \dots\dots ③$$

將①②③式的解取交集，教師可以用數線上的圖解幫助學生解題。

2. 本頁隨堂練習的評量重點在給定兩個常數及一個未知數，已知此三數若可為三角形的三邊長，要求學生求出此未知數的範圍。
3. 本頁小試身手提供 2 個問題評量學生是否具備利用「三角形任兩邊和大於第三邊」解題的能力。
4. 第(1)題給定兩組三邊長要求學生判斷可否作為三角形的三邊長並回答兩個子問題：

子問題①：給定三個根式 $\sqrt{4}, \sqrt{10}, \sqrt{6}$

子問題②：給定三個 a 的一次多項式 $a+1, 2a+3, 3a+5$ ($a > 0$)
5. 第(2)題給定三角形的某兩邊長，要求學生計算第三邊的最大整數值及最小整數值。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

