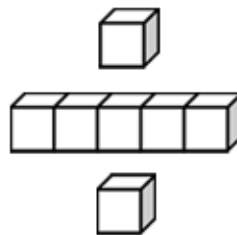


## 基本學習內容：SC-8-11-1

梯形兩腰中點的連線段長等於兩底  
長和的一半，且平行於上下底

【教師用】





## 學習內容：

**S-8-11 梯形的基本性質：**等腰梯形的兩底角相等；等腰梯形為線對稱圖形；梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底。

## 基本學習內容：

**SC-8-11-1** 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底。

## 基本學習表現：

SCP-8-11-1-1 等腰梯形的兩底角相等。

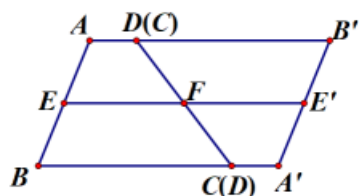
SCP-8-11-1-2 認識梯形兩腰中點的連線段的意義。

SCP-8-11-1-3 認識梯形兩腰中點的連線段長平行於上下兩底，且為上下兩底和的一半。

## 概要說明：

■ 學生已知道以摺紙檢驗等腰梯形是線對稱圖形，且等腰梯形兩底角相等。

■ 如下圖所示，透過將兩個全等梯形翻轉與拼合，知道梯形兩腰中點的連線段，並觀察梯形兩腰中點的連線段平行於上下兩底，且為上下兩底和的一半即可。



■ 學生在學習到梯形兩腰中點的連線段長為上下兩底和的一半後，

應可推得 梯形面積

$$= (\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高} \div 2$$

$$= \text{兩腰中點連線段的長} \times \text{高}$$

但是，教師評量時此概念時，不宜在沒有提供上底和下底的長度時，直接要求學生利用「兩腰中點連線段的長  $\times$  高」計算梯形面積。

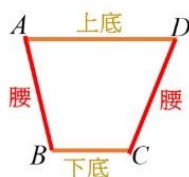
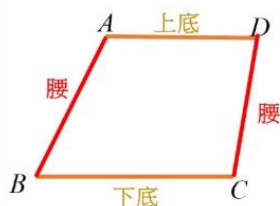
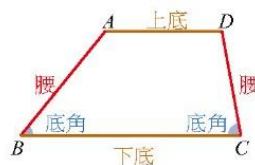


基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

### 複習梯形

國小時曾學過，一組對邊平行，另一組對邊不平行的四邊形稱為梯形。

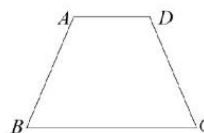
如圖，此時平行的兩邊分別稱為上底與下底( $\overline{AD}$  為上底， $\overline{BC}$  為下底)，不平行的兩邊稱為腰( $\overline{AB}$ 、 $\overline{CD}$ )，而腰與下底形成的夾角稱為底角。



### 複習等腰梯形

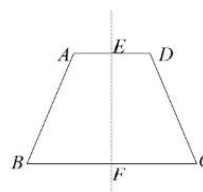
在梯形中，若其兩腰相等，就稱為等腰梯形。

等腰梯形 $ABCD$ 是否為線對稱圖形？如果是，畫出它的對稱軸。



答：

找到 $\overline{AD}$  中點 $E$ ， $\overline{BC}$  中點 $F$ ，連 $\overline{EF}$ ， $\overline{EF}$ 為梯形 $ABCD$ 的對稱軸。





基本學習內容：SC-8-11-1

**教材內容說明：**

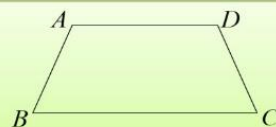
1. 本教材第 1 頁的第一個教學重點是複習梯形的基本性質。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(1)在等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

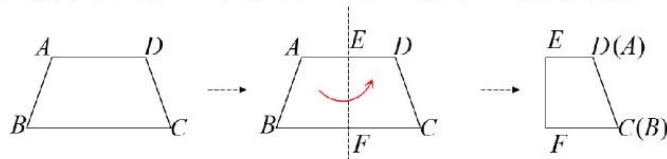
試說明  $\angle B = \angle C$ 。



解：

方法一：等腰梯形是線對稱圖形，

取上底的中點是  $E$ ，下底的中點是  $F$ ，直線  $\overline{EF}$  就是對稱軸。



因為  $\angle B$  和  $\angle C$  是對稱角，所以兩底角相等。

方法二：如右圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

在  $\overline{BC}$  上取一  $E$  使得  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，

則  $ABED$  是平行四邊形，且  $\overline{AB} = \overline{DE}$

又  $\overline{AB} = \overline{DC}$ ，所以  $\overline{DE} = \overline{DC}$

所以  $\triangle DEC$  為等腰三角形，

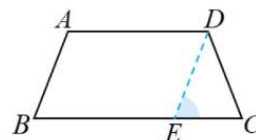
由  $\triangle DEC$  為等腰三角形

得  $\angle C = \angle DEC$

又  $\angle DEC = \angle B$ （同位角相等），

故  $\angle C = \angle DEC = \angle B$

所以  $\angle B = \angle C$



方法三：如右圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

先從  $A$ 、 $D$  兩點分別作底邊的高，設垂足為  $E$ 、 $F$ 。

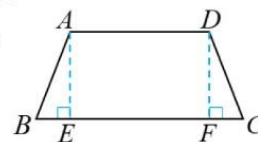
由於平行線的距離處處相等，所以  $\overline{AE} = \overline{DF}$ 。

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DCF$  中，

因為  $\overline{AB} = \overline{CD}$ 、 $\overline{AE} = \overline{DF}$ 、 $\angle AEB = \angle DFC = 90^\circ$ ，

所以  $\triangle ABE \cong \triangle DCF$  (RHS 全等性質)，

得  $\angle B = \angle C$ ，且  $\overline{BE} = \overline{CF}$ 。



重點整理

等腰梯形的兩底角相等。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~3 頁的教學重點是說明等腰梯形的兩底角相等性質。
2. 第(1)題給定一個梯形  $ABCD$ ，要求學生說明梯形的底角相等。

本教材提供三個方法解題：

方法一：利用對摺的方式發現梯形的對稱角，且底角為對應角相等。

方法二：將等腰梯形切割成平行四邊形，利用同位角與等腰三角形等性質解題。

方法三：作等腰梯形的高，利用 RHS 全等性質得到底角相等。

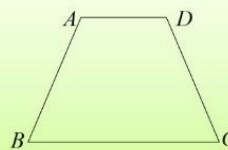
3. 本頁重點整理框歸納結論：等腰梯形的兩底角相等。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(2)在等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 。

若  $\angle C = 50^\circ$ ，則  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle D$  的角度分別是多少？



解：因為  $ABCD$  是等腰梯形， $\therefore \angle B = \angle C = 50^\circ$

又因為  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，

所以  $\angle C = 50^\circ$ ，則  $\angle D = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  (同側內角互補)

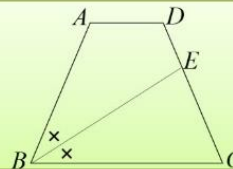
所以  $\angle B = 50^\circ$ ，則  $\angle A = 180^\circ - \angle B = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$  (同側內角互補)

答： $\angle A = 130^\circ$ ， $\angle B = 50^\circ$ ， $\angle D = 130^\circ$

(3)如圖， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，

若  $\overline{BE}$  為  $\angle ABC$  的角平分線，且  $\angle A = 100^\circ$ ，

求  $\angle C$  及  $\angle BEC$ ？



解： $\angle C = \angle ADC = 180^\circ - \angle A = 80^\circ$

$$\angle EBC = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$$

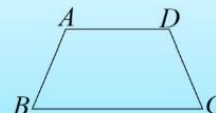
$$\angle BEC = 180^\circ - \angle EBC - \angle C = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ$$

答： $\angle C = 80^\circ$ ， $\angle BEC = 60^\circ$



#### 隨堂練習

如圖，等腰梯形  $ABCD$  中，已知  $\angle A + \angle D = 250^\circ$ ，求  $\angle B$  的度數。



答： $\angle B = 55^\circ$





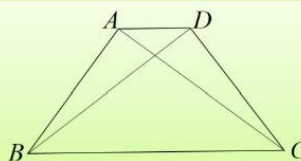
**教材內容說明：**

1. 本教材第 2~3 頁的教學重點是說明等腰梯形的兩底角相等性質。
2. 第(2)題給定一個梯形  $ABCD$ ，要求學生利用等腰梯形底角相等性質來求出其他角度。  
本教材的解題是利用平行線同側內角互補性質解題。
3. 第(3)題給定一個梯形  $ABCD$  及其中一角的角平分線，要求學生利用等腰梯形底角相等性質來求出其他角度。
4. 本頁隨堂練習的評量重點為利用長方形對角線互相平分的性質來解題。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(4)如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
 $\overline{AB} = \overline{CD}$ ，試說明  $\overline{AC} = \overline{DB}$ 。



說明：在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DCB$  中，

因為  $\overline{AB} = \overline{CD}$ 、 $\angle ABC = \angle DCB$ 、 $\overline{BC} = \overline{CB}$

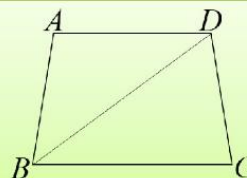
所以  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (SAS 全等性質)，

故  $\overline{AC} = \overline{DB}$ 。

#### 重點整理

等腰梯形的對角線等長。

(5)如圖，等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
 $\overline{BD} = 10$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\overline{BC} = 9$ ，求另一條對角線  $\overline{AC} = ?$



解：

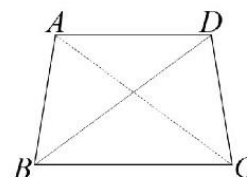
方法一：連接  $\overline{AC}$ ，在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DCB$  中，

因為  $ABCD$  為等腰梯形，所以  $\overline{AB} = \overline{CD} = 7$

又  $\angle ABC = \angle DCB$ 、 $\overline{BC} = \overline{CB}$

所以  $\triangle ABC \cong \triangle DCB$  (SAS 全等性質)，

故  $\overline{AC} = \overline{DB} = 10$ 。



方法二：因為等腰梯形的兩條對角線等長

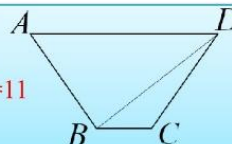
所以  $\overline{AC} = \overline{DB} = 10$

答：  $\overline{AC} = 10$



#### 隨堂練習

等腰梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
 $\overline{BD} = 11$ ， $\overline{CD} = 8$ ， $\overline{BC} = 4$ ，求另一條對角線  $\overline{AC} = ?$  答：  $\overline{AC} = 11$





**教材內容說明：**

1. 本教材第 4 頁的教學重點是認識等腰梯形的對角線等長性質。
2. 第(4)題給定一個梯形  $ABCD$ ，要求學生說明梯形的對角線等長性質。
  - 教師可利用 SAS 全等性質幫助學生解題。  
不強迫學生強記說明過程。
3. 本頁重點整理框強調等腰梯形的對角線等長。
4. 第(5)題給定一個梯形  $ABCD$  的邊長及其對角線長，要求學生求出另一條對角線。  
本教材提供兩個方法解題：  
方法一：利用 SAS 全等性質解題。  
方法二：利用等腰梯形的對角等長性質來解題。
5. 本頁隨堂練習的評量重點是利用等腰梯形的對角等長性質來解題。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

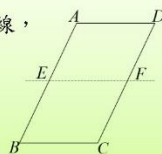
### ◎梯形兩腰中點連線段的性質

(1) 將平行四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AB}$  的中點  $E$  和  $\overline{CD}$  的中點  $F$  的連線，

說說看

①  $\overline{EF}$  與  $\overline{AD}$  會平行嗎？ $\overline{EF} = \overline{AD}$  嗎？

②  $\overline{EF}$  與  $\overline{BC}$  會平行嗎？ $\overline{EF} = \overline{BC}$  嗎？



解：

因為  $ABCD$  為平行四邊形， $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 、 $\overline{AB} = \overline{CD}$

連  $\overline{AF}$ ，兩條平行線  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  被  $\overline{AF}$  所截

所以  $\angle EAF = \angle DFA$  (內錯角相等)

因為  $E$  和  $F$  為  $\overline{AB}$  和  $\overline{CD}$  的中點

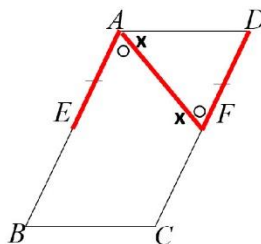
所以  $\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \overline{FD}$

在  $\triangle EAF$  和  $\triangle DFA$  中

$\overline{EA} = \overline{DF}$ 、 $\angle EAF = \angle DFA$ 、 $\overline{AF} = \overline{AF}$

$\triangle EAF \cong \triangle DFA$  (SAS)

所以  $\overline{AD} = \overline{EF}$ 、 $\angle EFA = \angle DAF$



因為  $ABCD$  為平行四邊形，

所以  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$  且  $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ ，所以  $\overline{EF} \parallel \overline{BC}$

$\overline{AD} = \overline{BC}$  且  $\overline{AD} = \overline{EF}$ ，所以  $\overline{EF} = \overline{BC}$

答：

平行四邊形一組對邊中點連線會和另一組對邊平行且等長。





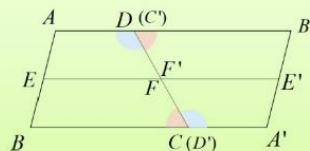
**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~9 頁的教學重點是幫助學生理解梯形的兩腰中點連線段的性質。
2. 第(1)題給定平行四邊形的兩邊中點，讓學生發現平行四邊形一組對邊中點連線會和另一組對邊平行且等長。
3. 本頁教師重點提示框歸納結論：平行四邊形一組對邊中點連線會和另一組對邊平行且等長。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(2)如圖，有兩個全等的梯形  $ABCD$  和  $A'B'C'D'$ ，其中  $E$  為  $\overline{AB}$  的中點， $F$  為  $\overline{CD}$  的中點， $E'$  為  $\overline{A'B'}$  的中點， $F'$  為  $\overline{C'D'}$  的中點，將兩個全等梯形  $ABCD$  和  $A'B'C'D'$  拼成一個平行四邊形，說說看  $E$ 、 $F'$ 、 $E'$  三點會共線嗎？



解：

①因為  $\angle EFC$  和  $\angle E'F'C'$  為對應角

所以  $\angle EFC = \angle E'F'C'$

又  $\angle DFE + \angle EFC = 180^\circ$

所以  $\angle DFE + \angle E'F'C' = 180^\circ$

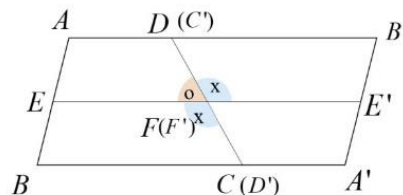
所以  $E$ 、 $F'$ 、 $E'$  三點會共線

②從平行四邊形  $ABA'B'$

$\overline{EE'}$  為左右兩邊的中點連線

$\overline{EE'}$  與上下兩邊平行

因此  $\overline{EF}$  和梯形的上底  $\overline{AD}$  與下底  $\overline{BC}$  會平行。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~9 頁的教學重點是幫助學生理解梯形的兩腰中點連線段的性質。
2. 第(2)題給定兩個全等的梯形  $ABCD$ ，說明將兩個全等梯形併在一起後，會變成一個平行四邊形。

本教材透過下列步驟解題：

步驟一：說明兩全等梯形的對應角相等，故相加會分別等於  $180^\circ$ ，形成一條直線。

步驟二：利用平行四邊形一組對邊中點連線會和另一組對邊平行且等長性質，

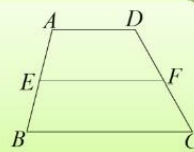
可知梯形的中點連線也會與上底、下底平行。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(3)如圖，梯形  $ABCD$  中， $E$  為  $\overline{AB}$  中點， $F$  為  $\overline{CD}$  中點。

- ①  $\overline{EF}$  會與上底平行嗎？ $\overline{EF}$  會與上底平行嗎？
- ②  $\overline{EF}$  和上底  $\overline{AD}$  與下底  $\overline{BC}$  之和 有什麼關係嗎？

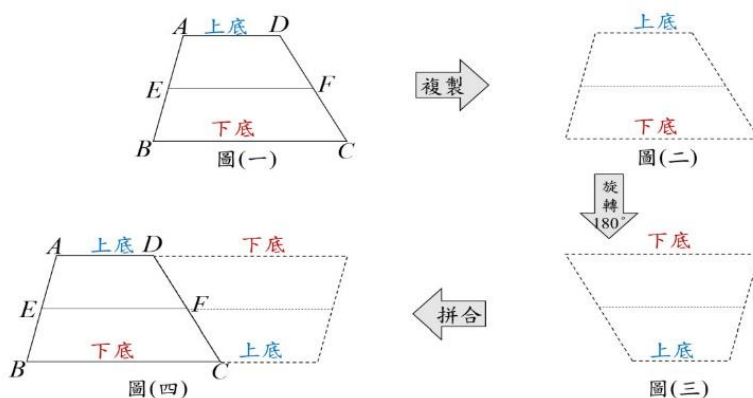


解：

下圖(一)是一個梯形  $ABCD$ 。複製一樣的圖形，如圖(二)。

將圖(二)的圖形旋轉  $180^\circ$ ，如圖(三)。

將圖(三)的圖形移動且與圖(一)拼在一起，如圖(四)。

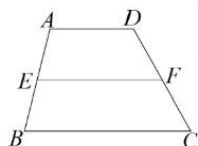


看著圖四，我發現  $\overline{EF}$  都會和上底  $\overline{AD}$  也會和下底  $\overline{BC}$  平行，也發現， $\overline{EF}$  的兩倍，也會和上底和下底的長度和一樣。

梯形  $ABCD$  中， $E$  為  $\overline{AB}$  中點， $F$  為  $\overline{CD}$  中點，

(1)  $\overline{EF} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$

(2)  $\overline{EF} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2}$



#### 重點整理

1. 梯形的兩腰中點連線會平行於上底和下底。
2. 梯形的兩腰中點連線段長等於兩底和的一半。



**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~9 頁的教學重點是幫助學生理解梯形的兩腰中點連線段的性質。
2. 第(3)題給定一個梯形，E、F 為梯形的兩腰中點，幫助學生發現梯形的兩腰中點連線會與上底、下底平行，且長度為上底與下底的和。

本教材依下列步驟解題：

步驟一：複製一個一樣的梯形。

步驟二：將複製後的梯形旋轉 180 度。

步驟三：將兩個梯形合併在一起。

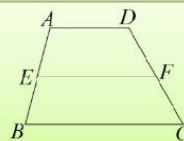
步驟四：看著圖四，發現梯形的兩腰中點連線會與上底、下底平行，  
且長度為上底與下底的和。

3. 本頁教師重點提示框提示梯形的兩腰中點連線會與上底、下底平行，且長度為上底與下底的和。
4. 本頁重點整理框提示梯形的兩腰中點連線會與上底、下底平行，且長度為上底與下底的和。



基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

- (4) 如右圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，  
若  $\overline{AD} = 5$ 、 $\overline{BC} = 9$ ，則  $\overline{EF}$  為多少？



解：

因為梯形的兩腰中點連線段長等於兩底和的一半，

$$\text{所以 } \overline{EF} = \frac{1}{2} (5 + 9) = 7。$$

- (5) 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ ，若兩腰中點連線段  $\overline{EF}$  長為 6，且梯形  $ABCD$  的高為 10，則梯形  $ABCD$  面積為多少？

解：

$$\because \text{梯形的兩腰中點連線段長} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC})$$

$$\therefore \text{梯形 } ABCD \text{ 的面積} = \frac{1}{2} (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \text{高}$$

$$= \text{兩腰中點連線段長} \times \text{高}$$

$$\text{因此，梯形 } ABCD \text{ 面積} = 6 \times 10 = 60$$



#### 隨堂練習

- (1) 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ ，若  $\overline{AD} = 4$ 、 $\overline{BC} = 10$ ，則  $\overline{EF}$  為多少？  
(2) 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ ，若兩腰中點連線段  $\overline{EF}$  長為 7，且梯形  $ABCD$  的高為 8，則梯形  $ABCD$  面積為多少？

答：(1)  $\overline{EF} = 7$  (2) 56



**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~9 頁的教學重點是幫助學生理解梯形的兩腰中點連線段的性質。
2. 第(4)題給定一個梯形上底與下底的長度，要求學生計算兩腰中點連線的長度。
3. 第(5)題給定一個梯形兩腰中點連線的長度，要求學生計算梯形面積。
4. 本頁隨堂練習包含 2 個子問題，皆給定梯形  $ABCD$ ，檢驗學生能利用「梯形兩腰中點連線」的性質解題。



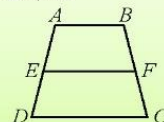
基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底

(6) 如圖，梯形  $ABCD$  中， $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ， $\overline{EF}$  為梯形兩腰中點的連線段，

若  $\overline{AB} = 9$ ， $\overline{EF} = 12$ ，梯形的高為 12，則：

①  $\overline{CD} =$  \_\_\_\_\_。

② 梯形  $ABCD$  的面積為\_\_\_\_\_。



解：

$$\textcircled{1} \because \text{梯形的兩腰中點連線段長 } \overline{EF} = \frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{CD})$$

$$\therefore 12 = \frac{1}{2} (9 + \overline{CD})$$

$$\therefore \overline{CD} = 15$$

② 梯形  $ABCD$  的面積 = 兩腰中點連線段長  $\times$  高

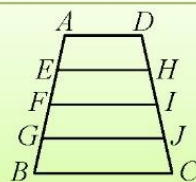
$$= \overline{EF} \times \text{梯形的高}$$

$$= 12 \times 12 = 144$$

(7) 梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $E、F、G$  將  $\overline{AB}$  四等分，

$H、I、J$  將  $\overline{CD}$  四等分，且  $\overline{AD} = 10$ ， $\overline{BC} = 18$ ，則

$\overline{EH}$ 、 $\overline{FI}$ 、 $\overline{GJ}$  分別是多少？



解：

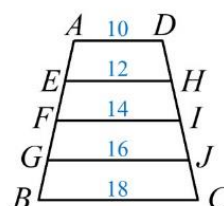
$\because E、F、G$  將  $\overline{AB}$  四等分， $H、I、J$  將  $\overline{CD}$  四等分

$$\therefore \overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GB}, \quad \overline{DH} = \overline{HI} = \overline{IJ} = \overline{JC}$$

$$\overline{FI} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times (10 + 18) = 14(\text{cm})$$

$$\overline{EH} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{FI}) = \frac{1}{2} \times (10 + 14) = 12(\text{cm})$$

$$\overline{GJ} = \frac{1}{2}(\overline{FI} + \overline{BC}) = \frac{1}{2} \times (14 + 18) = 16(\text{cm})$$



答：  $\overline{EH} = 12$ 、 $\overline{FI} = 14$ 、 $\overline{GJ} = 16$



**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~9 頁的教學重點是幫助學生理解梯形的兩腰中點連線段的性質。
2. 第(6)題給定一個梯形上底與兩腰中點連線的長度，要求學生計算下底的長度及梯形面積。  
● 教師不應過度要求學生背誦說明過程。
3. 第(7)題給定一個梯形上底與下底的長度，要求學生計算  $\overline{EH}$ 、 $\overline{FI}$ 、 $\overline{GJ}$  的長度。

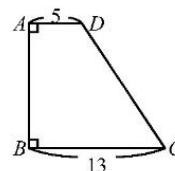


基本學習內容：SC-8-11-1 梯形兩腰中點的連線段長等於兩底長和的一半，且平行於上下底



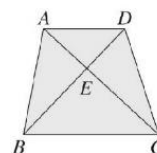
小試身手

1. 如圖，在梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\overline{AD} = 5$ ， $\overline{BC} = 13$ 。若作  $\overline{CD}$  的中垂線恰可通過  $B$  點，則  $\overline{AB} = ?$  答: 12



2. 如右圖， $ABCD$  為梯形， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ，且  $\overline{BC} > \overline{AD}$ ，兩對角線相交於  $E$ ，請問下列哪一個敘述錯誤？ 答: (C)

- (A)  $\triangle ABD$  的面積  $= \triangle ACD$  的面積  
 (B)  $\triangle ABC$  的面積  $= \triangle BCD$  的面積  
 (C)  $\triangle ABE$  的面積  $> \triangle CDE$  的面積  
 (D)  $\triangle ABD$  的面積  $< \triangle ABC$  的面積





基本學習內容：SC-8-11-1

**教材內容說明：**

1. 本頁小試身手共有 2 題，評量學生是否能利用梯形的兩腰中點連線性質解題。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

