

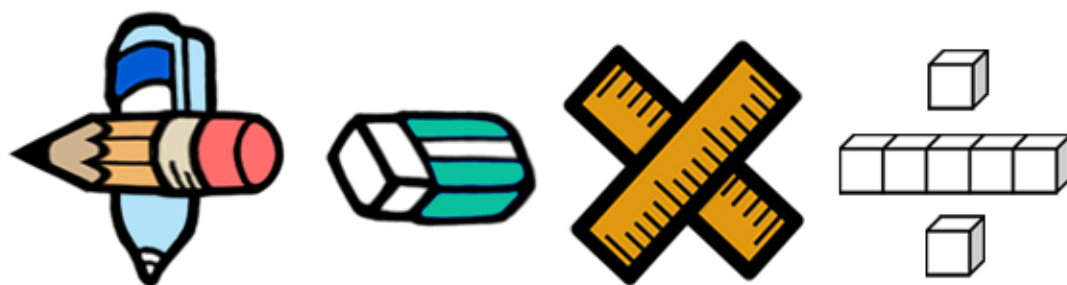
基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

【教師用】





基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

學習內容：

A-8-1 二次式的乘法公式： $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ ； $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ；
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ； $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

基本學習內容：

AC-8-1-1 乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 。

AC-8-1-2 乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。

AC-8-1-3 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

基本學習表現：

ACP-8-1-1-1 理解乘法公式： $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 為整數。

ACP-8-1-2-1 理解乘法公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。

ACP-8-1-3-1 理解乘法公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



概要說明：

乘法公式： $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ 。

- 基本學習內容 AC-8-1-1 為 NC-7-4-1 之後續學習概念，故學生應該已理解數的交換律、結合律及分配律。

本基本學習內容幫助學生理解乘法公式： $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ 。

- 教師宜先協助學生理解乘法對加法的分配律 $c \times (a+b) = c \times a + c \times b$ 、 $(a+b) \times c = a \times c + b \times c$ ，再協助學生專注由左式展開到右式的過程，並可利用圖形面積及箭頭方式幫助學生記憶。
- 學生熟悉分配律之後，再協助學生利用乘法對加法的分配律來引導出乘法公式 $(a+b)(c+d) = (a+b) \times c + (a+b) \times d = ac+bc+ad+bd$ ，引導的過程是利用兩次分配律進行拆解，教師可以先用數字舉例說明。學生理解之後，可利用圖形面積及箭頭方式幫助學生記憶。

乘法公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ； $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

- 基本學習內容 AC-8-1-2、AC-8-1-3 為 AC-8-1-1 之後續學習概念，故學生應該已理解乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 。

本基本學習內容幫助學生理解二次式的乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ；

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2；$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2。$$

- 學生理解乘法公式之後，其他乘法公式皆可視為 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 展開後合併項或消去項的結果，可讓學生自行操作一次以加深印象。
- 二次式的乘法公式為後續學習一元二次方程式及其解法的重要先備，宜協助學生熟練。



基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

◎分配律

(1) 一小罐糖果有 a 顆，每一小罐添加 b 顆糖果裝成大罐，買 7 大罐糖果會有多少顆？

解：

方法一、 $a+b$ ，先算出每一大罐有 $a+b$ 顆，
 $(a+b) \times 7$ ，再算出 7 大罐共有 $(a+b) \times 7$ 顆，
 用一個算式 $(a+b) \times 7$ 把做法記下來。

方法二、 $a \times 7 = 7a$ ，先算出 7 小罐有 $7a$ 顆，
 $b \times 7 = 7b$ ，再算出添加 $7b$ 顆，
 所以 7 大罐會有 $7a + 7b$ 顆；
 用一個算式 $a \times 7 + b \times 7 = 7a + 7b$ 把做法記下來。

$a \times 7$ ， $b \times 7$ 可省略乘法記號，
 記成 $7a$ ， $7b$ 。

答：同一個問題兩種解法，
 所以 $(a+b) \times 7 = a \times 7 + b \times 7 = 7a + 7b$ 。



第(1)題的「方法一」和「方法二」是同一個問題兩種不同算法，
 它們的答案一定相同，可以記成 $(a+b) \times 7 = a \times 7 + b \times 7$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁的教學重點在幫助學生理解分配律。
2. 第(1)題給定一小罐糖果顆數 a ，以及添加 b 顆成大罐的條件，要求學生利用 a, b 計算 7 大罐的顆數。
 - 本題引入被乘數為未知數 a, b ，乘數為 7，其目的不讓學生算出答案，就能預期分配律成立，此時，學生分配律理解程度需達到前頁敘述第二層次之能力。
3. 本頁對話框在幫助學生透過第(1)題 7 大罐顆數兩種算法，因為情境答案唯一，預期兩算式 $(a+b) \times 7$ ， $a \times 7 + b \times 7$ 會相等，記為 $(a+b) \times 7 = a \times 7 + b \times 7$ 。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2)老師進行分組教學，將班上同學每 4 個男生或每 4 個女生分成一組，分別有 c 組男生組、 d 組女生組，請問班上同學共有多少人？

解：

方法一、 $c+d$ ，先算出共有 $c+d$ 組，
 $4 \cdot (c+d) = 4(c+d)$ ，再算出共有 $4(c+d)$ 人，
 用一個算式 $4 \cdot (c+d) = 4(c+d)$ 把做法記下來。

$4 \cdot c$ ， $4 \cdot d$ 可省略乘法
記號，記成 $4c$ ， $4d$ 。

方法二、 $4 \cdot c = 4c$ ，先算出 c 組男生組有 $4c$ 人，
 $4 \cdot d = 4d$ ，再算出 d 組女生組有 $4d$ 人，
 所以班上同學共有 $4c+4d$ 人；
 用一個算式 $4 \cdot c + 4 \cdot d = 4c+4d$ 把做法記下來。

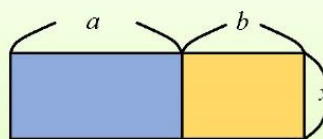
答：同一個問題兩種解法，所以 $4 \cdot (c+d) = 4 \cdot c + 4 \cdot d = 4c+4d$



第(2)題的「方法一」和「方法二」是同一個問題兩種不同算法，
 它們的答案一定相同，可以記成 $4 \cdot (c+d) = 4 \cdot c + 4 \cdot d$ 。

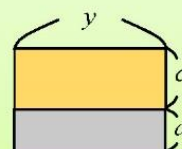


(3) ① 如圖一，有兩個寬度相等的長方形，
 拼成一個大長方形，
 請問大長方形面積為多少？



圖一

② 如圖二，有兩個長度相等的長方形，
 拼成一個大長方形，
 請問大長方形面積為多少？



圖二



教材內容說明：

1. 本教材第 1~4 頁的教學重點在幫助學生理解分配律。
2. 第(2)題給定分組條件，每 4 個男生或每 4 個女生分成一組，有 c 組男生組、 d 組女生組，要求學生利用 c, d 表示全班的人數。
 - 本題引入被乘數為 4，乘數為未知數 c, d ，其目的不讓學生算出答案，就能預期分配律成立，此時，學生分配律理解程度需達到前頁敘述第二層次之能力。
3. 本頁教師對話框在幫助學生透過第(2)題全班人數兩種算法，因為情境答案唯一，預期兩算式 $4 \times (c + d)$ ， $4 \times c + 4 \times d$ 會相等，記為 $4 \times (c + d) = 4 \times c + 4 \times d$ 。
4. 第(3)題：給兩種不同拼接方式的大長方形，要求學生計算出它們的面積。
 - 子問題①：兩個等寬的長方形，寬為 x ，一個長為 a ，另一個長為 b 。
要求學生計算以寬邊拼接的大長方形面積。
 - 子問題②：兩個等長的長方形，長為 y ，一個寬為 c ，另一個寬為 d 。
要求學生計算以長邊拼接的大長方形面積。

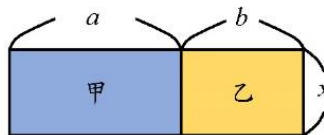
基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

解：

①

方法一、 如圖一，大長方形的長是 $(a+b)$ ，寬是 x ，大長方形面積為 $(a+b) \cdot x = (a+b)x$ 。

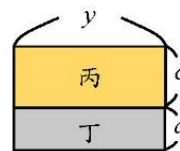


圖一

方法二、 如圖一，甲長方形面積 $= a \cdot x = ax$ ，
乙長方形面積 $= b \cdot x = bx$ ，
大長方形面積 $=$ 甲長方形面積 $+$ 乙長方形面積 $= ax + bx$ 。
答：同一個問題兩種解法，所以 $(a+b)x = ax + bx$ 。

②

方法一、 如圖二，大長方形的長為 y ，寬為 $(c+d)$ ，
大長方形面積 $= y \cdot (c+d) = y(c+d)$ 。



圖二

方法二、 如圖二，丙長方形面積 $= y \cdot c = yc$ ，
丁長方形面積 $= y \cdot d = yd$ ，
大長方形面積 $=$ 丙長方形面積 $+$ 丁長方形面積 $= yc + yd$ 。

答：同一個問題兩種解法，所以 $y(c+d) = yc + yd$ 。

從第(3)題①②的結果發現：

圖一、圖二的邊長 x 和邊長 y 可為正整數、正分數或正小數，也就是說，當 x 為任意正數時， $(a+b) \cdot x = a \cdot x + b \cdot x$ 會成立可記成 $(a+b)x = ax + bx$ 。當 y 為任意正數時， $y \cdot (c+d) = y \cdot c + y \cdot d$ 會成立，可記成 $y(c+d) = yc + yd$ 。因此，我們將 $(a+b)x = ax + bx$ ， $y(c+d) = yc + yd$

這兩個等式稱為分配律。





教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁的教學重點在幫助學生理解分配律。

2. 前頁第(3)題：給兩種不同拼接方式的大長方形，要求學生計算出它們的面積。

子問題①提供兩種解題方法：

方法一：先算出大長方形的長邊(拼接的結果)，再利用長×寬，計算大長方形面積。

方法二：先分別計算兩個小長方形面積，再將它們相加求得大長方形面積。

子問題②提供兩種解題方法：

方法一：先算出大長方形的寬邊(拼接的結果)，再利用長×寬，計算大長方形面積。

方法二：先分別計算兩個小長方形面積，再將它們相加求得大長方形面積。

● 學生用兩個方法來計算子問題①②的大長方形面積，最後教師要幫助學生將兩個方法用一個算式作紀錄，例如：

子問題①： $(a+b)x = ax + bx$ ；

子問題②： $y(c+d) = yc + yd$ 。

● 本頁第(3)題引入目的為幫助學生記憶分配律。

3. 本頁對話框在幫助學生透過第(3)題大長方形面積兩種算法，除了幫助學生記憶分配律公式，也幫助學生理解在連續量的情境中，分配律仍然會成立，也就是說，讓未知數代替任何的正數，分配律都會成立。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ ·

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(4)利用分配律展開下列各式：

- ① $(a+b) \times (-2)$
- ② $(-5+b)x$
- ③ $(-3)(c+d)$
- ④ $y(c-6)$

解：

$$\text{① } (a+b) \times (-2) = a \cdot (-2) + b \cdot (-2) = -2a - 2b$$

$$\text{② } (-5+b)x = (-5) \cdot x + b \cdot x = -5x + bx$$

$$\text{③ } (-3)(c+d) = (-3) \cdot c + (-3) \cdot d = -3c - 3d$$

$$\text{④ } y(c-6) = y \cdot [c + (-6)] = y \cdot c + y \cdot (-6) = yc - 6y$$

$$\begin{array}{ll} \text{答：① } -2a - 2b & \text{② } -5x + bx \\ \text{③ } -3c - 3d & \text{④ } yc - 6y \end{array}$$

從(4)題發現：

當 a 、 b 、 x 為任意數時， $(a+b)x = ax + bx$ 也成立；

當 a 、 b 、 y 為任意數時， $y(a+b) = ya + yb$ 也成立。



隨堂練習

(1)展開下列各式：

- ① $(c-2) \cdot d$
- ② $(-3-b) \cdot 5$
- ③ $(-5)(5-d)$
- ④ $-(-3c+2d)$

$$\begin{array}{l} \text{答：① } cd - 2d \\ \text{② } -15x + 5b \\ \text{③ } -25x + 5d \\ \text{④ } 3c - 2d \end{array}$$



教材內容說明：

1. 本教材第 1～4 頁的教學重點在幫助學生理解分配律。

2. 第(4)題給定四個型如： $(a+b)x$ ， $y(c+d)$ 的算式，要求學生利用分配律展開各式。

教師先幫助學生將題目對照兩式 $(a+b)x=ax+bx$ ， $y(c+d)=yc+yd$ ，再進行代換計算：

① $(a+b)\times(-2)$ ，令 $x=-2$ 代入 $(a+b)x=ax+bx$ ，得到 $-2a-2b$ 。

② $(-5+b)x$ ，令 $a=-5$ 代入 $(a+b)x=ax+bx$ ，得到 $-5a+bx$ 。

③ $(-3)(c+d)$ ，令 $y=-3$ 代入 $y(c+d)=yc+yd$ ，得到 $-3c-3d$ 。

④ $y(c-6)$ ，令 $d=-6$ 代入 $y(c+d)=yc+yd$ ，得到 $yc-6y$ 。

● 如果學生仍無法直接從算式理解分配律，建議教師可利用第(3)題代入數值的方法幫助學生直觀看到分配律的關係。

3. 本頁對話框在幫助學生透過第(4)題的四個算式，理解當未知數代入任何數時，分配律都會成立。

4. 本頁隨堂練習給定四個型如： $(a+b)x$ ， $y(c+d)$ 的算式，要求學生利用分配律展開各式的能力。



基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

◎乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

(1) 家政老師發串珠材料給學生，班上每人都拿到 a 顆大珠子和 3 顆小珠子，已知班上男生有 b 人，女生有 5 人，請回答下列問題：

- ① 依題意列式計算珠子總顆數。
- ② 共有多少顆珠子？

解：

① 每人拿到 $a+3$ 顆，班上有 $b+5$ 人，
可列出 $(a+3) \cdot (b+5) = (a+3)(b+5)$ 計算珠子總顆數。

②
方法一、 $a \cdot (b+5) = a(b+5)$ ，先算出大珠子共有 $a(b+5)$ 顆，
 $3 \cdot (b+5) = 3(b+5)$ ，再算出小珠子共有 $3(b+5)$ 顆，
最後將大珠子顆數和小珠子顆數相加，
 $a(b+5) + 3(b+5) = a \cdot b + a \cdot 5 + 3 \cdot b + 3 \cdot 5 = ab + 5a + 3b + 15$ ，
所以共有 $ab + 5a + 3b + 15$ 顆珠子。

方法二、 $(a+3) \cdot b = (a+3)b$ ，先算出男生 b 人共拿 $(a+3)b$ 顆，
 $(a+3) \cdot 5$ ，再算出女生 5 人共拿 $(a+3) \cdot 5$ 顆，
 $(a+3)b + (a+3) \cdot 5 = a \cdot b + 3 \cdot b + a \cdot 5 + 3 \cdot 5 = ab + 3b + 5a + 15$ ，
所以共有 $ab + 3b + 5a + 15$ 顆珠子。

答：① $(a+3)(b+5)$ ② $ab + 3b + 5a + 15$ 顆

從第(1)題①②發現：

計算 $(a+3)(b+5)$ 有 $a(b+5) + 3(b+5)$ ， $(a+3)b + (a+3) \cdot 5$
兩個方法，都可算出結果 $ab + 5a + 3b + 15$ 。

記為 $(a+3)(b+5) = a(b+5) + 3(b+5) = ab + 5a + 3b + 15$ ；

$(a+3)(b+5) = (a+3)b + (a+3) \cdot 5 = ab + 5a + 3b + 15$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 5～9 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

2. 第(1)題給定每人拿到大珠子 a 顆和小珠子 3 顆，以及男生 b 人，女生 5 人，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：依題意列出計算總顆數的算式。

子問題②：計算總顆數，並用 a 和 b 表示。

子問題①的方法：先算出每人拿 $a+3$ 顆，班上有 $b+5$ 人，

列出算式 $(a+3)(b+5)$ 來計算總顆數。

子問題②提供兩種解法：

方法一：已知班上有 $b+5$ 人，接著分別算出 $b+5$ 人拿到大小珠子顆數，

再將它們相加計算總和。

方法二：已知每人拿 $a+3$ 顆，接著分別算出男生 b 人拿到珠子顆數，

與算出女生 5 人拿到珠子顆數，再將它們相加計算總和。

● 本頁引入第(1)題是幫助學生從正整數情境問題理解乘法公式。

3. 本頁對話框在幫助學生透過第(1)題總顆數兩種算法，因為情境答案唯一，預期兩算式

$(a+3)b + (a+3) \cdot 5$ ， $a(b+5) + 3(b+5)$ 會相等，

記為 $(a+3)(b+5) = a(b+5) + 3(b+5) = ab + 5a + 3b + 15$ 。

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2)班上每人從器材室拿 a 顆桌球和 b 顆羽球，走到球場上擺放，
已知班上男生有 c 人，女生有 d 人，請問球場上共有多少顆球？

解：

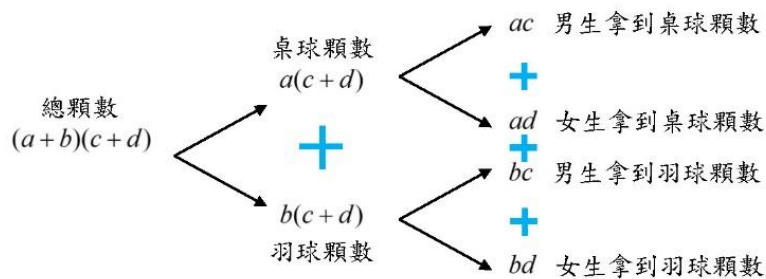
每人拿 $a+b$ 顆球，班上有 $c+d$ 人，可列出
 $(a+b) \cdot (c+d) = (a+b)(c+d)$ 來計算總顆數。

方法一、先分別算出桌球和羽球的顆數，再計算它們的總和，
 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$ ，
所以共有 $ac + ad + bc + bd$ 顆。

方法二、分別算出男生 c 人與女生 d 人拿的顆數，再計算它們的總和，
 $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$ ，
所以共有 $ac + bc + ad + bd$ 顆。

答： $ac + ad + bc + bd$ 顆

可以利用下方樹狀圖來說明第(2)題的「方法一」：



記為 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 5～9 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

2. 第(2)題給定每人拿走桌球 a 顆和羽球 b 顆，以及男生 c 人，女生 d 人，要求學生計算總顆數，並用 a 、 b 、 c 、 d 表示。

教師可以提供兩種解法：

方法一：已知班上有 $c+d$ 人，接著分別算出 $c+d$ 人拿到桌球與羽球顆數，

再將它們相加計算總和。

方法二：已知每人拿 $a+b$ 顆，接著分別算出男生 c 人拿到球的顆數，

與算出女生 d 人拿到球的顆數，再將它們相加計算總和。

● 本頁引入第(2)題是幫助學生理解在未知數情境問題下，乘法公式仍會成立。

3. 本頁對話框利用樹狀圖幫助學生理解第(2)題計算總顆數的方法一，因為情境答案唯一，預期兩算式 $(a+b)(c+d)$ ， $a(c+d)+b(c+d)$ 會相等，

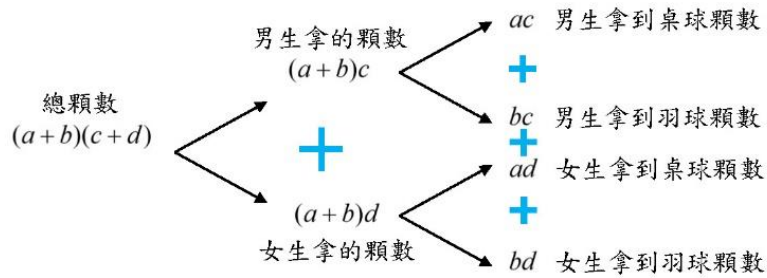
$$\text{記為 } (a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

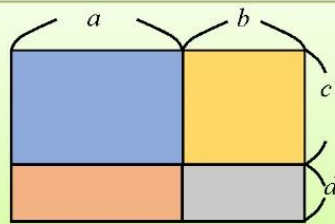
可以利用下方樹狀圖來說明第(2)題的「方法二」：



記為 $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$ 。

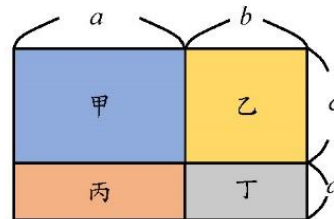


(3)如圖，有四個小長方形，
拼成一個大長方形，
請問大長方形面積為多少？



解：

方法一、 如圖一，大長方形的
長為 $(a+b)$ ，寬為 $(c+d)$ ，
大長方形面積
 $= (a+b) \cdot (c+d) = (a+b)(c+d)$ 。



圖一



教材內容說明：

1. 本教材第 5～9 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

2. 本頁對話框利用樹狀圖幫助學生理解第(2)題計算總顆數的方法二，因為情境答案唯一，預期兩算式 $(a+b)(c+d)$ ， $(a+b)c + (a+b)d$ 會相等，

$$\text{記為 } (a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd。$$

3. 第(3)題給定四個小長方形拼接的大長方形，要求學生計算出它的面積。

教師可以提供兩種解法：

方法一：已知長為 $a+b$ ，寬為 $c+d$ ，再利用長 \times 寬，計算大長方形面積。

方法二：分別算出四個小長方形的面積，再將它們相加計算總和，得到大長方形面積。

- 本頁引入第(3)題是幫助學生理解在連續量情境問題下，乘法公式仍會成立，也幫助記憶乘法公式。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

方法二、如圖一，甲長方形面積 $= ac$ ，乙長方形面積 $= bc$ ，
丙長方形面積 $= ad$ ，丁長方形面積 $= bd$ ，所以
大長方形面積 $=$ 甲長方形面積 $+$ 乙長方形面積 $+$ 丙長方形面積
 $+$ 丁長方形面積 $= ac + bc + ad + bd$ 。

答： $ac + bc + ad + bd$

從第(3)題發現：

大長方形面積可記為 $(a+b)(c+d)$ ，也可記為 $ac + bc + ad + bd$ ，

所以當 a 、 b 、 c 、 d 為任意正數時，

$(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 也會成立，

因此，我們將 $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 稱為乘法公式。



重點整理

乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 。

(4)利用乘法公式 1 計算下列各式：

① $(a-3)(-2+d)$

② $(-4-b)(c-5)$

③ $(3x+2v)(w-4z)$

解：

$$\begin{aligned} \text{① } (a-3)(-2+d) &= [a+(-3)][(-2)+d] \\ &= a \cdot [(-2)+d] + (-3) \cdot [(-2)+d] \\ &= a \cdot (-2) + a \cdot d + (-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot d \\ &= -2a + ad + 6 - 3d \\ &= ad - 2a - 3d + 6 \end{aligned}$$



教材內容說明：

1. 本教材第 5～9 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

2. 第(3)題給定四個小長方形拼接的大長方形，要求學生計算出它的面積。

教師可以提供兩種解法：

方法一：已知長為 $a+b$ ，寬為 $c+d$ ，再利用長×寬，計算大長方形面積。

方法二：分別算出四個小長方形的面積，再將它們相加計算總和，得到大長方形面積。

3. 本頁對話框幫助學生理解在連續量的情境下，也就是說未知數代入任何數值，都能預期兩算式 $(a+b)(c+d)$ ， $ac+bc+ad+bd$ 會相等，記為 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 。
4. 本頁重點整理框幫助學生將 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 標記成乘法公式 1，方便後續介紹其他公式時，用序號稱呼它們。

5. 第(4)題給定型如： $(a+b)(c+d)$ 的四個算式，要求學生利用乘法公式 1 展開各式。

教師先幫助學生將題目對照 $(a+b)(c+d)$ ，再進行計算：

① 將 $(a-3)(-2+d)$ 改記 $[a+(-3)][(-2)+d]$ ，得到 $ad-2a-3d+6$ 。

② 將 $(-4-b)(c-5)$ 改記 $[(-4)+(-b)][c+(-5)]$ ，得到 $-bc+5b-4c+20$ 。

③ 令 $a=3x$ ， $b=2y$ ， $c=w$ ， $d=-4z$ ，將 $(3x+2y)(w-4z)$ 改記

$$(3x+2y)[w+(-4z)]，得到 3xw-12xz+2yw-8yz。$$

- 如果學生仍無法直接利用乘法公式 1 展開各式，建議教師可利用第(3)題代入數值的方法幫助學生展開各式。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1 乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2 乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。AC-8-1-3 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & (-4-b)(c-5) = [(-4)+(-b)][c+(-5)] \\ & = (-4)[c+(-5)] + (-b)[c+(-5)] \\ & = (-4) \cdot c + (-4) \cdot (-5) + (-b) \cdot c + (-b) \cdot (-5) \\ & = -4c + 20 - bc + 5b \\ & = -bc + 5b - 4c + 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad & \text{令 } a=3x, b=2y, c=w, d=-4z, \\ & \text{因為 } (a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd, \\ & \text{所以 } (3x+2y)(w-4z) = (3x+2y)[w+(-4z)] \\ & = 3x \cdot w + 3x \cdot (-4z) + 2y \cdot w + 2y \cdot (-4z) \\ & = 3xw - 12xz + 2yw - 8yz \\ & \text{答：} \textcircled{1} \quad ad - 2a - 3d + 6 \\ & \quad \textcircled{2} \quad -bc + 5b - 4c + 20 \\ & \quad \textcircled{3} \quad 3xw - 12xz + 2yw - 8yz \end{aligned}$$

從第(4)題發現：
當 $a、b、c、d$ 為任意數時，
 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 也成立。



隨堂練習

(1) 展開下列各式：

$$\textcircled{1} \quad (a+3)(5+d)$$

$$\textcircled{2} \quad (-3-b)(c-4)$$

$$\textcircled{3} \quad (2x+5y)(-3z-w)$$

$$\textcircled{4} \quad (-x-4y)(5z-2w)$$

$$\text{答：} \textcircled{1} \quad ad + 5a + 3d + 15$$

$$\textcircled{2} \quad -bc + 4b - 3c + 12$$

$$\textcircled{3} \quad -6xz - 15yz - 2xw - 5yw$$

$$\textcircled{4} \quad -5xz - 20yz + 2xw + 8yw$$



教材內容說明：

1. 本教材第 5～9 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd。$$

2. 第(4)題給定型如： $(a+b)(c+d)$ 的四個算式，要求學生利用乘法公式 1 展開各式。

教師先幫助學生將題目對照 $(a+b)(c+d)$ ，再進行計算：

① 將 $(a-3)(-2+d)$ 改記 $[a+(-3)][(-2)+d]$ ，得到 $ad - 2a - 3d + 6。$

② 將 $(-4-b)(c-5)$ 改記 $[(-4)+(-b)][c+(-5)]$ ，得到 $-bc + 5b - 4c + 20。$

③ 令 $a = 3x$ ， $b = 2y$ ， $c = w$ ， $d = -4z$ ，將 $(3x+2y)(w-4z)$ 改記

$$(3x+2y)[w+(-4z)]，得到 3xw - 12xz + 2yw - 8yz。$$

- 如果學生仍無法直接利用乘法公式 1 展開各式，建議教師可利用第(3)題代入數值的方法幫助學生展開各式。

3. 本頁對話框在幫助學生透過第(4)題的四個算式，理解當未知數代入任何數時，乘法公式 1 都會成立。

4. 本頁隨堂練習給定型如： $(a+b)(c+d)$ 的四個算式，要求學生利用乘法公式 1 展開各式的能力。

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ◎ 乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(1)請利用乘法公式 1 計算下列各式的結果：

- ① $(a+b)^2$
 ② $(a-b)^2$

解：

$$\begin{aligned}
 \text{① } (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\
 &= (a+b)(a+b) \\
 &= a(a+b) + b(a+b) \\
 &= a^2 + ab + ba + b^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

a 、 b 為任意數，
 $b \cdot a = a \cdot b$ ，記為 $ba = ab$ 。



$$\begin{aligned}
 \text{② } (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\
 &= [a+(-b)][a+(-b)] \\
 &= a[a+(-b)] + (-b)[a+(-b)] \\
 &= a^2 + a(-b) + (-b)a + (-b)^2 \\
 &= a^2 - ab - ab + b^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

a 、 b 為任意數，
 $(-b) \cdot a = a \cdot (-b)$ ，
 記為 $-ba = -ab$ 。

答：① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

從第(1)題發現：

利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 將 $(a+b)^2$ 乘開得到 $a^2 + 2ab + b^2$ ；將 $(a-b)^2$ 乘開得到 $a^2 - 2ab + b^2$ ，表示 a 、 b 為任意數，我們將 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 這等式，稱為和的平方公式； $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 這等式，稱為差的平方公式。



教材內容說明：

1. 本教材第 10～14 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

- 本教材第 10～14 頁透過 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 來導出 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，
 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 兩個公式，也就是說，教師可以幫助學生理解後續介紹的乘法公式
 都可看成乘法公式 1 的延伸，減低對於背誦公式的負擔。

2. 第(1)題給定兩個平方算式，要求學生利用乘法公式 1 展開各式，回答兩個子問題：

子問題①： $(a+b)^2$ 。

子問題②： $(a-b)^2$ 。

子問題①的方法：將 $(a+b)^2$ 改記 $(a+b)(a+b)$ ，利用乘法公式 1 展開，得到 $a^2 + 2ab + b^2$ 。

子問題②的方法：將 $(a-b)^2$ 改記 $[a+(-b)][a+(-b)]$ ，利用乘法公式 1 展開，得到 $a^2 - 2ab + b^2$ 。

3. 本頁教師對話框在幫助學生歸納第(1)題公式的意義，

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 為 a 、 b 先計算和，再取其和的平方，故稱和的平方公式；

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 為 a 、 b 先計算差，再取其差的平方，故稱差的平方公式。



基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。

重點整理

乘法公式 2： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

乘法公式 3： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 。

(2)請利用乘法公式 2 計算下列各式的結果：

- ① 103^2
- ② 10.1^2

解：

$$\begin{aligned} \text{①} \quad 103 &= 100 + 3, \text{ 令 } a=100, b=3 \\ \text{因為 } (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2, \\ \text{所以 } 103^2 &= (100+3)^2 \\ &= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 = 10609 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad 10.1 &= 10 + 0.1, \text{ 令 } a=10, b=0.1 \\ \text{因為 } (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2, \\ \text{所以 } 10.1^2 &= (10+0.1)^2 \\ &= 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0.1 + 0.1^2 = 102.01 \end{aligned}$$

答：① 10609 ② 102.01

(3)請利用乘法公式 3 計算下列各式的結果：

- ① 98^2
- ② 9.7^2

解：

$$\begin{aligned} \text{①} \quad 98 &= 100 - 2, \text{ 令 } a=100, b=2 \\ \text{因為 } (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2, \\ \text{所以 } 98^2 &= (100-2)^2 \\ &= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 99604 \end{aligned}$$



教材內容說明：

1. 本教材第 10～14 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

2. 本頁重點整理框幫助學生將 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 標記成乘法公式 2, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 標記成乘法公式 3, 方便後續介紹其他公式時, 用序號稱呼它們。

3. 第(2)題給定兩個數的平方算式, 要求學生利用乘法公式 2 計算兩式, 回答兩個子問題：

子問題①： 103^2

子問題②： 10.1^2 。

子問題①的方法：令 $a=100$, $b=3$ 代換 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 再進行數的四則運算, 得到 10609。

子問題②的方法：令 $a=10$, $b=0.1$ 代換 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 再進行數的四則運算, 得到 102.01。

● 本頁第(2)題引入目的為幫助學生熟練利用乘法公式 2 在數的算式中簡化計算。

4. 第(3)題給定兩個數的平方算式, 要求學生利用乘法公式 3 計算兩式, 回答兩個子問題：

子問題①： 98^2

子問題②： 9.7^2 。

子問題①的方法：令 $a=100$, $b=2$ 代換 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 再進行數的四則運算, 得到 99604。

子問題②的方法：令 $a=10$, $b=0.3$ 代換 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 再進行數的四則運算, 得到 94.09。

● 本頁第(3)題引入目的為幫助學生熟練利用乘法公式 3 在數的算式中簡化計算。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{因為 } 9.7 = 10 - 0.3, \text{ 令 } a = 10, b = 0.3 \\ & \text{因為 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \\ & \text{所以 } 9.7^2 = (10-0.3)^2 \\ & = 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0.3 + 0.3^2 = 94.09 \end{aligned}$$

答：① 99604 ② 94.09

從第(2)題發現：

將 103^2 寫成 $(100+3)^2$ ， 10.1^2 寫成 $(10+0.1)^2$ ，
可利用 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 來簡化計算。

從第(3)題發現：

將 98^2 寫成 $(100-2)^2$ ， 9.7^2 寫成 $(10-0.3)^2$ ，
可利用 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 來簡化計算。



(4)①請計算 $(2x+3y)^2$ 的結果。

②請計算 $(5m-4n)^2$ 的結果。

解：

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \text{令 } a = 2x, b = 3y, \\ & \text{因為 } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \\ & \text{所以 } (2x+3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 \\ & = 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \quad & \text{令 } a = 5m, b = 4n, \\ & \text{因為 } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \\ & \text{所以 } (5m-4n)^2 = (5m)^2 - 2 \cdot 5m \cdot 4n + (4n)^2 \\ & = 25m^2 - 20mn + 16n^2 \end{aligned}$$

答：① $4x^2 + 12xy + 9y^2$
② $25m^2 - 20mn + 16n^2$



教材內容說明：

1. 本教材第 10～14 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

2. 本頁教師對話框幫助學生建立在第(2)(3)題利用乘法公式 2、3 簡化計算的流程，將一個數寫成為兩個數 a 、 b 的和，再利用 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 計算和的平方；將一個數寫成為兩個數 a 、 b 的差，再利用 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 計算差的平方。

- 第(2)(3)題一開始選擇將一個數寫成為兩個數的和或差時，學生可能會困惑為何要使用 $10m+n$ 的組合，教師可幫助學生多嘗試幾個不同的兩個數組合，代入乘法公式，
例如： $103 = 100 + 3 = 99 + 4$ ； $98 = 100 - 2 = 99 - 1$ ，比較不同的組合在計算上何者較有效率，學生應該會發現 $10m+n$ ，能達成簡化計算的目的。
- 本頁第(4)題引入目的為幫助學生熟練應用乘法公式 2、3 的能力。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ ·

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① 89^2

答：① 721

② $(13\frac{1}{2})^2$

② $182\frac{1}{4}$

③ 15.2^2

③ 231.04

(2) 計算下列各式：

① $(3x-5y)^2$

答：① $9x^2 - 30xy + 25y^2$

② $(4m+n)^2$

② $16m^2 + 8mn + n^2$

(5) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 改寫成 $a^2 + 2ab + b^2$ 的算式。

②算算看， $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 的結果等於多少？

解：

① 因為 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2 = 97^2 + 2 \times 3 \times 97 + 3^2$
 $= 97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$

對照 $a^2 + 2ab + b^2$ ，可令 $a = 97$ ， $b = 3$ 。

② 因為 $a = 97$ ， $b = 3$

又 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ，

所以 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2 = 97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$
 $= (97+3)^2 = 100^2 = 10000$

答：① $a = 97$ ， $b = 3$ ② 10000



教材內容說明：

1. 本教材第 10～14 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

2. 本頁隨堂練習：

第(1)題給定三個數的平方算式，要求學生利用乘法公式 2、3 計算各式的能力。

第(2)題給定如： $(a+b)^2$ 、 $(a-b)^2$ 兩個算式，要求學生利用乘法公式 2、3 展開各式的能力。

3. 第(5)題給定如： $a^2 + 2ab + b^2$ 數的算式，要求學生利用乘法公式 2 簡化計算，並回答兩個子問題：

子問題①： $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 改寫成 $a^2 + 2ab + b^2$ 。

子問題②：計算 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 的結果。

子問題①的方法：因為 $6 \times 97 = 2 \times 3 \times 97 = 2 \times 97 \times 3$ ，令 $a = 97$ ， $b = 3$ ，

將 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 利用 $a^2 + 2ab + b^2$ 改寫成 $97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$ 。

子問題②的方法：計算 $97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$ 時，將 $a = 97$ ， $b = 3$ 代入 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ，

再進行數的四則運算，得到 10000。

- 本頁引入第(5)題的目的幫助學生能利用乘法公式 2 逆向形式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 來簡化計算。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

從第(5)題發現：

將 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 寫成 $97^2 + 2 \times 3 \times 97 + 3^2$ ，可利用
 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 簡化計算，得到 $(97+3)^2$ 。



(6) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 改寫成 $a^2 - 2ab + b^2$ 的算式。

②算算看， $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 的結果等於多少？

解：

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \text{因為 } 104^2 - 8 \times 104 + 4^2 = 104^2 - 2 \times 4 \times 104 + 4^2 \\ & = 104^2 - 2 \times 104 \times 4 + 4^2 \end{aligned}$$

對照 $a^2 - 2ab + b^2$ ，可令 $a = 104$ ， $b = 4$ 。

$$\text{②} \quad \text{因為 } a = 104, b = 4$$

$$\text{又 } a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2,$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 104^2 - 8 \times 104 + 4^2 &= 104^2 - 2 \times 104 \times 4 + 4^2 \\ &= (104-4)^2 = 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

答：① $a = 104$ ， $b = 4$ ② 10000

從第(6)題發現：

將 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 寫成 $104^2 - 2 \times 4 \times 104 + 4^2$ ，可利用
 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 簡化計算，得到 $(104-4)^2$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 10～14 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2。$$

2. 本頁教師對話框幫助學生發現第(5)題可利用乘法公式 2 逆向形式來簡化計算。

3. 第(6)題給定如： $a^2 - 2ab + b^2$ 數的算式，要求學生利用乘法公式 3 簡化計算，並回答兩個子問題：

子問題①： $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 改寫成 $a^2 - 2ab + b^2$ 。

子問題②：計算 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 的結果。

子問題①的方法：因為 $8 \times 104 = 2 \times 4 \times 104 = 2 \times 104 \times 4$ ，令 $a = 104$ ， $b = 4$ ，將 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 利用 $a^2 - 2ab + b^2$ 改寫成 $104^2 - 2 \times 104 \times 4 + 4^2$ 。

子問題②的方法：計算 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 時，將 $a = 104$ ， $b = 4$ 代入 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ ，再進行數的四則運算，得到 10000。

- 本頁引入第(6)題的目的幫助學生能利用乘法公式 3 逆向形式 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 來簡化計算。

4. 本頁教師對話框幫助學生發現第(6)題可利用乘法公式 3 逆向形式來簡化計算。

基本學習內容：AC-8-1-1 乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2 乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。AC-8-1-3 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

◎ 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(1) 請利用乘法公式 1 計算 $(a+b)(a-b)$ 的結果。

解：

方法一、

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= (a+b)[a+(-b)] \\ &= a[a+(-b)] + b[a+(-b)] \\ &= a \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot a + b \cdot (-b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

因為 $ab = ba$ ，
所以 $-ab + ba = 0$ 。



方法二、

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= (a+b)[a+(-b)] \\ &= (a+b)a + (a+b)(-b) \\ &= a \cdot a + b \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot (-b) \\ &= a^2 + ba - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

因為 $ab = ba$ ，
所以 $ba - ab = 0$ 。



答： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

從第(1)題發現：

利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$

將 $(a+b)(a-b)$ 乘開得到 $a^2 - b^2$ ，表示 a 、 b 為任意數，我們將 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 這等式，稱為平方差公式。



重點整理

乘法公式 4： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



教材內容說明：

1. 本教材第 15～19 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

- 本教材第 15～19 頁透過 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 來導出 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，也就是說，教師可以幫助學生理解這個乘法公式可看成乘法公式 1 的延伸，減低對於背誦公式的負擔。

2. 第(1)題給定 $(a+b)(a-b)$ 算式，要求學生利用乘法公式 1 展開算式，

方法一：將 $(a+b)(a-b)$ 改記 $(a+b)[a+(-b)]$ ，利用乘法公式 1 展開，

得到 $a[a+(-b)]+b[a+(-b)]$ ，經計算化簡後得到 a^2-b^2 。

方法二：將 $(a+b)(a-b)$ 改記 $(a+b)[a+(-b)]$ ，利用乘法公式 1 展開，

得到 $(a+b)a+(a+b)(-b)$ ，經計算化簡後得到 a^2-b^2 。

3. 本頁教師對話框在幫助學生歸納第(1)題公式的意義

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 為 a 、 b 先分別計算和、差，再將和與差相乘，得到 a^2 、 b^2 的差，故稱平方差公式。

4. 本頁重點整理框幫助學生將 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 標記成乘法公式 4，方便後續使用各種乘法公式時，用序號稱呼它們。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(2) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 1004×996 改寫成 $(a+b)(a-b)$ 的算式。

②算算看， 1004×996 的結果等於多少？

解：

① 因為 $1004 = 1000 + 4$ ， $996 = 1000 - 4$
 所以 $1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$
 對照 $(a+b)(a-b)$ ，可令 $a = 1000$ ， $b = 4$ 。

② 因為 $a = 1000$ ， $b = 4$
 又 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，
 所以 $1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$
 $= 1000^2 - 4^2$
 $= 1000000 - 16 = 999984$

答：① $a = 1000$ ， $b = 4$ ② 999984

從第(2)題發現：

$1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$ 利用 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 來簡化計算。

如果將 1004×996 改記成 $(2000 - 996) \times (1000 - 4)$ ，
 或改記成 $(1000 + 4) \times (990 + 6)$ ，那麼無法利用
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 來簡化計算。

也可以利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 計算結果。





教材內容說明：

1. 本教材第 15～19 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

2. 第(2)題給定兩數的乘法算式，要求學生利用乘法公式 4 簡化計算，並回答兩個子問題：

子問題①：1004×996 改寫成 $(a+b)(a-b)$ 。

子問題②：計算 1004×996 的結果。

子問題①的方法：因為 $1004=1000+4$ ， $996=1000-4$ ，令 $a=1000$ ， $b=4$ ，將 1004×996 利用 $(a+b)(a-b)$ 改寫成 $(1000+4)\times(1000-4)$ 。

子問題②的方法：計算 1004×996 時，即計算 $(1000+4)\times(1000-4)$ ，將 $a=1000$ ， $b=4$ 代入 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ，再進行數的四則運算，得到 999984。

3. 本頁教師對話框在幫助學生發現第(2)題能利用乘法公式 4 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 來簡化計算。

也提出如果不是利用 $(1000+4)\times(1000-4)$ 來計算，而是 $(2000-996)\times(1000-4)$

也可透過乘法公式 1 來計算。

- 本頁引入第(2)題的目的在於幫助學生利用乘法公式 4 來簡化計算，如果學生無法順利找到如 $(a+b)(a-b)$ 適合的 a 、 b 兩數，教師也可以幫助學生透過乘法公式 1 計算。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1 乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2 乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(3) 請利用乘法公式 4 計算下列各式的結果：

① $20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$

② 40.1×39.9

解：

① 令 $a+b=20\frac{1}{3}$ ， $a-b=19\frac{2}{3}$ ，

解聯立方程式 $\begin{cases} a+b=20\frac{1}{3} \\ a-b=19\frac{2}{3} \end{cases}$ ，得到 $\begin{cases} a=20 \\ b=\frac{1}{3} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3} &= (20 + \frac{1}{3}) \times (20 - \frac{1}{3}) \\ &= 20^2 - (\frac{1}{3})^2 \\ &= 400 - \frac{1}{9} = 399\frac{8}{9} \end{aligned}$$

② 令 $a+b=40.1$ ， $a-b=39.9$ ，

解聯立方程式 $\begin{cases} a+b=40.1 \\ a-b=39.9 \end{cases}$ ，得到 $\begin{cases} a=40 \\ b=0.1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 40.1 \times 39.9 &= (40 + 0.1) \times (40 - 0.1) \\ &= 40^2 - 0.1^2 \\ &= 1600 - 0.01 = 1599.99 \end{aligned}$$

答：① $399\frac{8}{9}$ ② 1599.99

從第(3)題發現：

利用乘法公式 4 簡化計算時，可令

$a+b$ 等於乘式的大數， $a-b$ 等於乘式的小數，透過這兩式解聯立方程式，算出 a 和 b 的值，最後代入 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 計算出結果。





教材內容說明：

1. 本教材第 15～19 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

2. 第(3)題給定兩個兩數乘法算式，要求學生利用乘法公式 4 簡化計算，並回答兩個子問題：

子問題①：計算 $20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$ 的結果。

子問題②：計算 40.1×39.9 的結果。

子問題①的方法：對照 $(a+b)(a-b)$ ，令 $a+b=20\frac{1}{3}$ ， $a-b=19\frac{2}{3}$ ，解聯立方程式，

得到 $a=20$ ， $b=\frac{1}{3}$ ，代入 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 計算，得到 $399\frac{8}{9}$ 。

子問題②的方法：對照 $(a+b)(a-b)$ ，令 $a+b=40.1$ ， $a-b=39.9$ ，解聯立方程式，

得到 $a=40$ ， $b=0.1$ ，代入 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 計算，得到 1599.99 。

3. 本頁教師對話框在幫助學生建立「利用 $a+b$ 為算式的大數， $a-b$ 為算式的小數，列出聯立方程式，可解得 a 、 b 的值，最後代入乘法公式 4 計算結果」的流程。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① 497×503

答：① 491

② $10\frac{3}{4} \times 9\frac{1}{4}$

② $99\frac{7}{16}$

③ 15.3×14.7

③ 224.81

(4) 請計算下列各式：

① $355^2 - 145^2$

② $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2$

③ $13.45^2 - 3.45^2$

解：

① 因為 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，
可記為 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 355$ ， $b = 145$ ，
所以 $355^2 - 145^2 = (355+145) \times (355-145)$
 $= 500 \times 210 = 105000$

② 對照 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 9\frac{3}{7}$ ， $b = 2\frac{3}{7}$ ，
所以 $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2 = (9\frac{3}{7} + 2\frac{3}{7}) \times (9\frac{3}{7} - 2\frac{3}{7})$
 $= 11\frac{6}{7} \times 7 = 83$

③ 對照 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 13.45$ ， $b = 3.45$
所以 $13.45^2 - 3.45^2 = (13.45+3.45) \times (13.45-3.45)$
 $= 16.9 \times 10 = 169$

答：① 105000 ② 83 ③ 169



教材內容說明：

1. 本教材第 15～19 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

2. 本頁隨堂練習：

第(1)題給定三個兩數的乘法算式，要求學生利用乘法公式 4 計算各式的能力。

3. 第(4)題給定三個的兩平方數減法算式，要求學生利用乘法公式 4 簡化計算，並回答三個子問題：

子問題①：計算 355^2-145^2 的結果。

子問題②：計算 $(9\frac{3}{7})^2-(2\frac{3}{7})^2$ 的結果。

子問題③：計算 $13.45^2-3.45^2$ 的結果。

子問題①的方法：對照 a^2-b^2 ，令 $a=355$ ， $b=145$ ，代入 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 計算，

得到 1050000。

子問題②的方法：對照 a^2-b^2 ，令 $a=9\frac{3}{7}$ ， $b=2\frac{3}{7}$ ，代入 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 計算，

得到 83。

子問題③的方法：對照 a^2-b^2 ，令 $a=13.45$ ， $b=3.45$ ，代入 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 計算，

得到 169。

- 本頁第(4)題引入目的為幫助學生利用乘法公式 4 逆向形式來簡化計算。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ 。AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

從第(4)題發現：

計算 $355^2 - 145^2$ ， $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2$ ， $13.45^2 - 3.45^2$ 時，

可利用 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 來簡化計算。



隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① $93^2 - 13^2$

答：① 8480

② $(12\frac{2}{5})^2 - (2\frac{2}{5})^2$

② 148

③ $16.3^2 - 11.3^2$

③ 138

重點整理

回顧一下，我們學了下列四個公式：

乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 。

乘法公式 2： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

乘法公式 3： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 。

乘法公式 4： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



教材內容說明：

1. 本教材第 15～19 頁的教學重點在幫助學生理解乘法公式

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2。$$

2. 本頁教師對話框在幫助學生可利用乘法公式 4 逆向形式簡化計算。

3. 本頁隨堂練習：

第(1)題給定三個兩數平方差的算式，要求學生利用乘法公式 4 逆向形式計算各式的能力。

4. 本頁重點整理框幫助學生回顧四個乘法公式，方便後續使用各種乘法公式時，用序號稱呼它們。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

基本學習內容：AC-8-1-1_乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ ·

AC-8-1-2_乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ · AC-8-1-3_乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



小試身手

1. 請計算下列各式：

① 50.31^2

② $79\frac{1}{2}^2$

③ 1003×997

④ $33\frac{1}{4} \times 32\frac{3}{4}$

答：① 2531.0961 ② $6320\frac{1}{4}$

③ 999991 ④ $1088\frac{15}{16}$

2. 請計算下列各式：

① $99\frac{1}{2}^2 + 2 \times 99\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2$

② $80.11^2 - 80.11 \times 0.22 + 0.11^2$

答：① 10000 ② 6400

3. 請乘開下列各式：

① $(3x-y)(-2z+5w)$

② $(-a+2b)^2$

③ $(3c-4d)^2$

④ $(6m+7n)(6m-7n)$

答：① $-6xz+2yz+15xw-5yw$ ② $a^2-4ab+4b^2$

③ $9c^2-24cd+16d^2$ ④ $36m^2-49n^2$

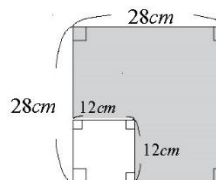
4.

有一個正方形的邊長為 $2x+3y$ ，請問它的面積為多少？

答： $4x^2+12xy+9y^2$

5. 如圖，請問灰色面積為多少平方公分？

答：640 平方公分





教材內容說明：

1. 本教材第 20 頁為小試身手。

2. 第(1)題含有四個子問題，要求學生利用乘法公式計算各式的結果：

子問題①： 50.31^2

子問題②： $79\frac{1}{2}^2$

子問題③： 1003×997

子問題④： $33\frac{1}{4} \times 32\frac{3}{4}$

3. 第(2)題含有兩個子問題，要求學生利用乘法公式計算各式的結果：

子問題①： $99\frac{1}{2}^2 + 2 \times 99\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2$

子問題②： $80.11^2 - 80.11 \times 0.22 + 0.11^2$

4. 第(3)題含有四個子問題，要求學生利用乘法公式展開各式：

子問題①： $(3x - y)(-2z + 5w)$

子問題②： $(-a + 2b)^2$

子問題③： $(3c - 4d)^2$

子問題④： $(6m + 7n)(6m - 7n)$

5. 第(4)題給定正方形的邊長 $2x + 3y$ ，要求學生計算正方形面積。

6. 第(5)題給定一個大正方形減去消正方形的複合圖形，要求學生計算剩餘面積(灰色)。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

