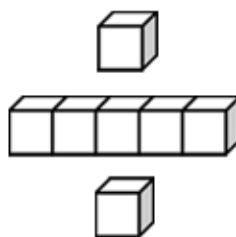


# 基本學習內容：AC-8-3-2

## 整係數多項式的乘法運算 【教師用】







## 基本學習內容：AC-8-3-2

### 學習內容：

**A-8-3 多項式的四則運算：**直式、橫式的多項式加法與減法；直式的多項式乘法（乘積最高至三次）；被除式為二次之多項式的除法運算。

### 基本學習內容：

AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算。

### 基本學習表現：

ACP-8-3-1-1 熟練以橫式及直式進行整係數多項式的乘法運算。

### 概要說明：

#### 整係數多項式的乘法運算。

■ 基本學習內容 AC-8-3-2 為 AC-8-1-1、AC-8-3-1 之後續學習概念，故學生應該已能進行乘法公式運算及兩整係數多項式的橫式及直式加法運算。

本基本學習內容幫助學生運用橫式或直式熟練多項式乘法運算。

■ 本基本學習內容最多只評量兩次乘以一次（或一次乘以兩次）的多項式，多數學生習慣使用乘法公式的方式進行運算，因此不限制學生使用橫式或直式來運算，只要能算出答案即可。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

## ◎多項式的乘法運算

(1)請寫出下列各式的結果。

①  $5+5+5$

②  $x+x+x$

③  $5 \times 5 \times 5$

④  $x \cdot x \cdot x$

⑤  $2x^2 \times 5$

⑥  $2x^2 \times 5x^3$

解：

①  $5+5+5=5 \times 3=15$

②  $x+x+x=x \times 3=3x$

③  $5 \times 5 \times 5=5^3$

④  $x \cdot x \cdot x = x^1 \cdot x^1 \cdot x^1 = x^3$

⑤  $2x^2 \times 5$

$=2 \cdot x^2 \cdot 5$

$=2 \cdot 5 \cdot x^2$

$=10x^2$

⑥  $2x^2 \times 5x^3$

$=2 \cdot x^2 \cdot 5 \cdot x^3$

$=2 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot 5$

$=2 \cdot x^{2+3} \cdot 5$

$=2 \cdot 5 \cdot x^5$

$=10x^5$

我們作  $ax^m \times bx^n$  運算時，可以先將兩項係數  $a$ 、 $b$  相乘，再利用指數律將以  $x$  為底數的  $m$ 、 $n$  次方相加，得到  $(ab)x^{m+n}$ 。

例如： $3x^5 \times 4x^6 = (3 \cdot 4)x^{5+6} = 12x^{11}$ 。

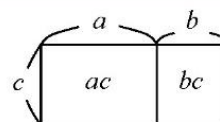
另外，作  $ax^m \times bx$  運算時，其中  $bx = bx^1$ ，所以  $ax^m \times bx = (ab)x^{m+1}$ 。



(2)  $2x+3$  的 4 倍是多少？請用乘法算式記錄下來。

解：

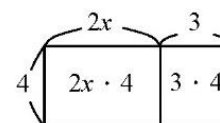
我們學過用長方形面積來說明乘法對加法分配律  $(a+b) \cdot c = ac + bc$ ，如圖一。



圖一

$2x+3$  的 4 倍可以記為  $(2x+3) \cdot 4$ ，型式與  $(a+b) \cdot c$  相同，

所以也可用面積來說明  $(2x+3) \cdot 4$  的結果，令  $a=2x$ ， $b=3$ ， $c=4$ ，如圖二。



圖二

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。
2. 第(1)題給定五個數字算式或含有  $x$  的算式，要求學生利用乘法運算、指數律寫出各式的結果。

子問題①： $5+5+5$ 子問題②： $x+x+x$ 子問題③： $5\times 5\times 5$ 子問題④： $x\cdot x\cdot x$ 子問題⑤： $2x^2\times 5$ 子問題⑥： $2x^2\times 5x^3$ 

- 本頁引入第(1)題的目的幫助學生複習數、式的乘法與指數律的運算，如果學生無法掌握這些運算，可參考 NC-7-7-1、AC-7-1-1 教材進行教學。

3. 本頁教師對話框在幫助學生複習指數律。
4. 第(3)題：給定  $2x+3$  的 4 倍，要求學生計算出結果，並用乘法算式記錄。

教師先透過長方形面積幫助學生複習  $(a+b)c=ac+bc$ ， $2x+3$  的 4 倍可記為  $(2x+3)\cdot 4$ ，再類比成計算長方形面積。

接著，令小長方形的長邊  $a=2x$ ，令一個長邊  $b=3$ ，相等的寬邊  $c=4$ 。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

我們從圖二看到：可以用兩個較小的長方形拼接得到大長方形，表示大長方形的面積  $(2x+3) \cdot 4$ ，也等於兩個較小長方形面積和  $2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$ ，所以  $(2x+3) \cdot 4 = 2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$ 。



也可以用橫式記錄說明：

將  $(a+b) \cdot c = ac + bc$

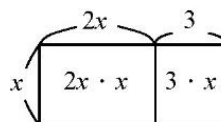
改寫  $(2x+3) \cdot 4 = 2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$   
 $= 8x + 12$

(3)  $2x+3$  的  $x$  倍是多少？ $2x+3$  的  $4x$  倍是多少？  
 請用乘法算式記錄下來。

解：

①  $2x+3$  的  $x$  倍可以記為  $(2x+3) \cdot x$ ，

可以用面積來說明  $(2x+3) \cdot x$  的結果，  
 如圖一。



圖一

也可以用橫式記錄說明：

已知  $(a+b) \cdot c = ac + bc$

令  $a = 2x$ ， $b = 3$ ， $c = x$

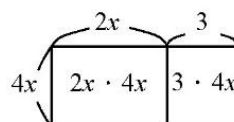
改寫  $(2x+3) \cdot x = 2x \cdot x + 3 \cdot x$   
 $= 2x^2 + 3x$

「 $x$  倍」、「 $4x$  倍」中的  $x$ 、 $4x$  各代表一個數與  $2x+3$  來進行乘法運算。



②  $2x+3$  的  $4x$  倍可以記為  $(2x+3) \cdot 4x$ ，

可以用面積來說明  $(2x+3) \cdot 4x$  的結果，  
 如圖二。



圖二

也可以用橫式記錄說明：

已知  $(a+b) \cdot c = ac + bc$

令  $a = 2x$ ， $b = 3$ ， $c = 4x$

改寫  $(2x+3) \cdot 4x = 2x \cdot 4x + 3 \cdot 4x$   
 $= 8x^2 + 12x$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。
2. 本頁教師對話框幫助學生從第(2)題發現兩個小長方形的面積分別為  $2x \cdot 4$  與  $3 \cdot 4$  的和，即為大長方形面積  $(2x+3) \cdot 4$ 。
3. 第(3)題：給定一元一次式的未知數倍，要求學生計算出結果，並用乘法算式記錄，並回答兩個子問題：

子問題①： $2x+3$  的  $x$  倍。

子問題②： $2x+3$  的  $4x$  倍。

子問題①方法：教師幫助學生將  $2x+3$  的  $x$  倍記成  $(2x+3) \cdot x$ ，再類比成計算長方形面積。

接著，以橫式記錄說明，令  $a=2x$ ， $b=3$ ， $c=x$  代入  $(a+b)c=ac+bc$ ，  
得到  $2x^2+3x$ 。

子問題②方法：教師幫助學生將  $2x+3$  的  $4x$  倍記成  $(2x+3) \cdot 4x$ ，再類比成計算長方形面積。

接著，以橫式記錄說明，令  $a=2x$ ， $b=3$ ， $c=4x$  代入  $(a+b)c=ac+bc$ ，  
得到  $8x^2+12x$ 。

- 本頁引入第(3)題的目的幫助學生直觀理解多項式乘法。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

我們從圖一、圖二知道計算  $(mx+n) \cdot px$  時，可以看成大長方形的面積  $(mx+n) \cdot px$ ，也等於兩個較小長方形面積和  $mx \cdot px + n \cdot px$ ，所以  $(mx+n) \cdot px = mx \cdot px + n \cdot px = mpx^2 + npx$ 。  
例如： $(3x+4) \cdot 5x = 3x \cdot 5x + 4 \cdot 5x = 15x^2 + 20x$ 。

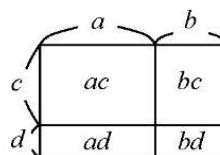


(4) 請計算  $(2x+3) \cdot (3x+4)$  的結果。

解：

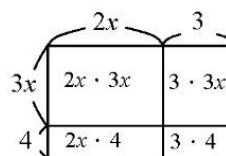
方法一、

我們學過用長方形面積來說明乘法對加法分配律  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ ，如圖一。



圖一

$(2x+3) \cdot (3x+4)$ ，型式與  $(a+b)(c+d)$  相同，所以也可用面積來說明  $(2x+3) \cdot (3x+4)$  的結果，令  $a=2x$ ， $b=3$ ， $c=3x$ ， $d=4$ ，如圖二。



圖二

也可以用橫式記錄說明：

將  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

改寫  $(2x+3) \cdot (3x+4) = 2x \cdot 3x + 3 \cdot 3x + 2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$   
 $= 6x^2 + 9x + 8x + 12$   
 $= 6x^2 + 17x + 12$

我們從圖二看到：可以用四個較小的長方形拼接得到大長方形，表示大長方形的面積  $(2x+3) \cdot (3x+4)$ ，也等於四個較小長方形面積和  $2x \cdot 3x + 3 \cdot 3x + 2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$ ，所以  $(2x+3) \cdot (3x+4) = 2x \cdot 3x + 3 \cdot 3x + 2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$ 。





**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。
2. 本頁對話框幫助學生從第(3)題發現計算  $(mx+n) \cdot px$  時，可看成大長方形面積  $(mx+n) \cdot px$ ，等於兩個小長方形的面積和  $mx \cdot px + n \cdot px$ 。

● 本頁對話框的目的幫助學生將幾何關係連結多項式乘法

$$(mx+n) \cdot px = mx \cdot px + n \cdot px = mpx^2 + npx。$$

3. 第(4)題：給定  $(2x+3)(3x+4)$ ，要求學生計算出結果。

方法一：教師先透過長方形面積幫助學生複習

$(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ ，再將  $(2x+3)(3x+4)$  類比成計算長方形面積。

接著，令小長方形的長邊  $a = 2x$ ，另一個長邊  $b = 3$ ；

小長方形的寬邊  $c = 3x$ ，另一個寬邊  $d = 4$ 。

最後以橫式記錄說明，令  $a = 2x$ ， $b = 3$ ， $c = 3x$ ， $d = 4$

代入  $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ ，得到  $6x^2 + 17x + 12$ 。

4. 本頁對話框幫助學生從第(4)題發現四個小長方形的面積分別為  $2x \cdot 3x$ 、 $3 \cdot 3x$ 、 $2x \cdot 4$  與  $3 \cdot 4$  的和，即為大長方形面積  $(2x+3)(3x+4)$ 。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

我們從圖一、圖二知道計算  $(mx+n) \cdot (px+q)$  時，可以看成大長方形的面積  $(mx+n) \cdot (px+q)$ ，也等於四個較小長方形面積和  $mx \cdot px + n \cdot px + mx \cdot q + n \cdot q$ ，所以

$$(mx+n) \cdot (px+q) = mx \cdot px + n \cdot px + mx \cdot q + n \cdot q$$

$$= (mp)x^2 + (np + mq)x + n \cdot q$$

例如：

$$(3x+4)(5x+6) = 3x \cdot 5x + 4 \cdot 5x + 3x \cdot 6 + 4 \cdot 6 = 15x^2 + 38x + 24$$



方法二、

①

直式乘法：

$$\begin{array}{r}
 2x \quad + 3 \\
 \times \quad 3x \quad + 4 \\
 \hline
 2x \cdot 4 \quad + 3 \cdot 4 \quad \leftarrow (2x+3) \cdot 4 \\
 2x \cdot 3x \quad + 3 \cdot 3x \quad \leftarrow (2x+3) \cdot 3x \\
 \hline
 6x^2 \quad + 17x \quad + 12
 \end{array}$$

圖二

將直式乘法過程改寫成橫式記錄：

$$\begin{aligned}
 (2x+3) \cdot (3x+4) &= (2x+3) \cdot 3x + (2x+3) \cdot 4 \\
 &= 6x^2 + 17x + 12
 \end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}
 &\text{由乘法交換律知道 } (2x+3) \cdot (3x+4) = (3x+4)(2x+3), \\
 &(3x+4) \cdot (2x+3) = (3x+4) \cdot 2x + (3x+4) \cdot 3 \\
 &= 6x^2 + 17x + 12
 \end{aligned}$$

由①、②知道：

$$(2x+3) \cdot (3x+4) = (3x+4) \cdot (2x+3)$$

$$\begin{aligned}
 \text{表示 } (2x+3) \cdot 3x + (2x+3) \cdot 4 &= (3x+4) \cdot 2x + (3x+4) \cdot 3 \\
 &= 2x \cdot (3x+4) + 3 \cdot (3x+4)
 \end{aligned}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。
2. 本頁對話框幫助學生從第(4)題發現計算  $(mx+n)(px+q)$  時，可看成大長方形面積

$(mx+n)(px+q)$ ，等於四個小長方形的面積和  $mx \cdot px + n \cdot px + mx \cdot q + n \cdot q$ 。

- 本頁對話框的目的幫助學生將幾何關係連結多項式乘法

$$(mx+n)(px+q) = mx \cdot px + n \cdot px + mx \cdot q + n \cdot q。$$

3. 第(4)題給定  $(2x+3)(3x+4)$ ，要求學生計算出結果。

方法二：教師先幫助學生將  $(2x+3)(3x+4)$  用直式乘法記錄，再將四個小長方形面積分別

對應到  $2x \cdot 4 + 3 \cdot 4$  和  $2x \cdot 3x + 3 \cdot 3x$  兩個算式，最後再加總算出總和  $6x^2 + 17x + 12$ 。

- 本頁引入第(4)題方法二的目的幫助學生將幾何關係連結多項式乘法的直式記錄，使得學生逐漸改用橫式、直式記錄來計算多項式乘法算式，供後續非情境的多項式乘法應用。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

我們從上面知道：

$$(2x+3)(3x+4) = (2x+3) \cdot 3x + (2x+3) \cdot 4 ;$$

$(2x+3)(3x+4) = 2x \cdot (3x+4) + 3 \cdot (3x+4)$ ，這樣乘開過程，我們稱之為乘法對加法的分配律；

所以

$$(2x+3) \cdot (3x+4) = (2x+3) \cdot 3x + (2x+3) \cdot 4 = 2x \cdot (3x+4) + 3 \cdot (3x+4)。$$



(5) 請計算  $(2x^2 + 3x + 4)(5x + 6)$  的結果。

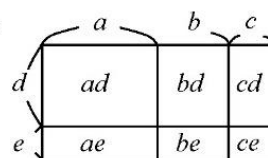
解：

方法一、

我們學過用長方形面積來說明乘法對加法分配律

$$(a+b+c)(d+e) = ad + bd + cd + ae + be + ce，$$

如圖一。



圖一

$(2x^2 + 3x + 4)(5x + 6)$  的型式

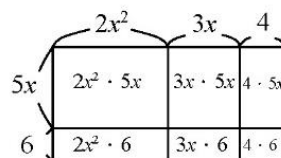
與  $(a+b+c)(d+e)$  相同，

所以也可用面積來說明  $(2x^2 + 3x + 4)(5x + 6)$

的結果，

令  $a = 2x^2$ ， $b = 3x$ ， $c = 4$ ， $d = 5x$ ， $e = 6$ ，

如圖二。



圖二

也可以用橫式記錄說明：

$$\text{將 } (a+b+c)(d+e) = ad + bd + cd + ae + be + ce$$

改寫

$$\begin{aligned} (2x^2 + 3x + 4) \cdot (5x + 6) &= 2x^2 \cdot 5x + 3x \cdot 5x + 4 \cdot 5x + 2x^2 \cdot 6 + 3x \cdot 6 + 4 \cdot 6 \\ &= 10x^3 + 15x^2 + 20x + 12x^2 + 18x + 24 \\ &= 10x^3 + 27x^2 + 38x + 24 \end{aligned}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。

2. 本頁對話框幫助學生從第(4)題發現計算  $(2x+3)(3x+4)$  時，可由

$$(2x+3) \cdot (3x+4) = (2x+3) \cdot 3x + (2x+3) \cdot 4 \text{ 或 } (2x+3) \cdot (3x+4) = 2x \cdot (3x+4) + 3 \cdot (3x+4),$$

兩種使用分配律不同方法得到相等的結果。

3. 第(5)題給定  $(2x^2+3x+4)(5x+6)$ ，要求學生計算出結果。

方法一：教師先透過長方形面積幫助學生複習

$$(a+b+c)(d+e) = ad+bd+cd+ae+be+ce,$$

再將  $(2x^2+3x+4)(5x+6)$  類比成計算長方形面積。

接著，以橫式記錄說明，令  $a=2x^2$ ， $b=3x$ ， $c=4$ ， $d=5x$ ， $e=6$

$$\text{代入 } (a+b+c)(d+e) = ad+bd+cd+ae+be+ce,$$

得到  $10x^3+27x^2+38x+24$ 。

4. 本頁引入第(5)題的目的幫助學生熟練二次式乘以一次式的多項式乘法運算。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

方法二、

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 2x^2 \\ + 3x \\ + 4 \end{array} \\
 \times \begin{array}{r} 5x \\ + 6 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 2x^2 \cdot 6 \\ + 3x \cdot 6 \\ + 4 \cdot 6 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 2x^2 \cdot 5x \\ + 3x \cdot 5x \\ + 4 \cdot 5x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 10x^3 \\ + 27x^2 \\ + 38x \\ + 24 \end{array}
 \end{array}$$

(6) 請用直式乘法計算  $(2x^2 + 4)(5x + 6)$ 。

解：

多項式  $2x^2 + 4$  缺了  $x$  項， $x$  項係數為 0，  
表示  $2x^2 + 4 = 2x^2 + 0x + 4$ ，也可以寫成  $2x^2 + 0 + 4$ ，

接著，以直式乘法計算  $(2x^2 + 0 + 4)(5x + 6)$ ：

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 2x^2 \\ + 0 \\ + 4 \end{array} \\
 \times \begin{array}{r} 5x \\ + 6 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 2x^2 \cdot 6 \\ + 0 \cdot 6 \\ + 4 \cdot 6 \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 2x^2 \cdot 5x \\ + 0 \cdot 5x \\ + 4 \cdot 5x \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{r} 10x^3 \\ + 12x^2 \\ + 20x \\ + 24 \end{array}
 \end{array}$$

所以  $(2x^2 + 4)(5x + 6) = 10x^3 + 12x^2 + 20x + 24$

我們作多項式有缺項的乘法運算  $(2x^2 + 4) \cdot (5x + 6)$  時，將缺的  $x$  項補 0，得到  $(2x^2 + 0 + 4) \cdot (5x + 6)$ ，再進行多項式直式乘法運算。



隨堂練習

(1) 計算下列各式：

①  $(x^2 + 2x + 3)(3x + 4)$  答： $9x^3 + 10x^2 + 17x + 12$

②  $(7x^2 + 6)(2x + 3)$  答： $14x^3 + 21x^2 + 12x + 18$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 1～6 頁的教學重點在幫助學生理解多項式的乘法運算。

2. 第(5)題給定  $(2x^2 + 3x + 4)(5x + 6)$ ，要求學生計算出結果。

方法二：教師幫助學生將  $(2x^2 + 3x + 4)(5x + 6)$  用直式乘法記錄，

再依照直式乘法計算出總和  $10x^3 + 27x^2 + 38x + 24$ 。

3. 第(6)題給定  $(2x^2 + 4)(5x + 6)$ ，要求學生計算出結果。

教師幫助學生將  $(2x^2 + 4)(5x + 6)$  記成  $(2x^2 + 0 + 4)(5x + 6)$ ，再用直式乘法記錄，

最後依照直式乘法計算出總和  $10x^3 + 12x^2 + 20x + 24$ 。

4. 本頁對話框提醒學生當多項式遇缺項需要先補 0，才能進行多項式乘法運算。

5. 本頁隨堂練習給定兩個多項式乘法算式，要求學生熟練多項式乘法運算的能力。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

(7) ① 請計算  $-(2x^2 + 3x - 4)$  的結果。

②  $-(2x^2 + 3x - 4)$  的結果與  $(-2)x^2 + (-3)x + [-(-4)]$  的結果相等嗎？

解：

$$\begin{aligned} \text{① } -(2x^2 + 3x - 4) &\text{ 可記為 } (-1)(2x^2 + 3x - 4), \\ (-1)(2x^2 + 3x - 4) &= (-1) \cdot 2x^2 + (-1) \cdot 3x + (-1) \cdot (-4) \\ &= -2x^2 - 3x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② 因為 } -(2x^2 + 3x - 4) &= -2x^2 - 3x + 4 \\ (-2)x^2 + (-3)x + [-(-4)] &= -2x^2 - 3x + 4 \\ \text{所以 } -(2x^2 + 3x - 4) &\text{ 的結果與 } (-2)x^2 + (-3)x + [-(-4)] \text{ 的結果相等。} \end{aligned}$$

因為

$$\begin{aligned} -(ax^2 + bx + c) &= (-a)x^2 + (-b)x + (-c), \\ (-1) \cdot (ax^2 + bx + c) &= (-a)x^2 + (-b)x + (-c), \\ \text{所以 } -(ax^2 + bx + c) &= (-1) \cdot (ax^2 + bx + c), \text{ 也表示 } -(ax^2 + bx + c) \text{ 的} \\ &\text{各項係數剛好是 } a、b、c \text{ 的相反數，分別為 } (-a)、(-b)、(-c)。 \end{aligned}$$



(8) ① 請計算  $-2(3x^2 - 5x + 1)$  的結果。

② 請計算  $-2x(3x^2 - 5x + 1)$  的結果。

解：

$$\begin{aligned} \text{① } -2(3x^2 - 5x + 1) &= 2(-3x^2 + 5x - 1) \\ &= -6x^2 + 10x - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{② } -2x(-4x^2 + 3x - 2) &= 2x(4x^2 - 3x + 2) \\ &= 8x^3 - 6x^2 + 4x \end{aligned}$$





## 教材內容說明：

1. 本教材第 7～9 頁的教學重點在幫助學生熟練多項式的乘法運算。

- 本頁在幫助學生遇到  $k(ax^2+bx+c)$ ， $k$  為負數時的多項式乘法運算，如何以相反數的觀點進行去括號。

2. 第(7)題含有兩個子問題：

子問題①：給定  $-(2x^2+3x-4)$ ，要求學生計算出結果。

子問題②：要求學生比較  $-(2x^2+3x-4)$  的結果與  $(-2)x^2+(-3)x+[-(-4)]$  的結果是否相等。

子問題①的方法：教師先幫助學生將  $-(2x^2+3x-4)$  記成  $(-1)(2x^2+3x-4)$ ，

再利用分配律計算，得到  $-2x^2-3x+4$ 。

子問題②的方法：因為  $-(2x^2+3x-4)=-2x^2-3x+4$ ，教師幫助學生將整係數多項式

$(-2)x^2+(-3)x+[-(-4)]$  改記成自然係數多項式  $-2x^2-3x+4$ ，

所以  $(-2)x^2+(-3)x+[-(-4)]=-2x^2-3x+4$ ，

因此  $-(2x^2+3x-4)$  的結果與  $(-2)x^2+(-3)x+[-(-4)]$  的結果相等。

3. 本頁對話框在幫助學生從第(7)題發現  $-(ax^2+bx+c)$  多項式乘法運算，可先記成整係數多項式  $(-a)x^2+(-b)x+(-c)$ ，再改記成自然係數多項式  $-ax^2-bx-c$ 。

而  $-(ax^2+bx+c)$  括號內的係數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  剛好與  $(-a)x^2+(-b)x+(-c)$  的係數  $(-a)$ 、 $(-b)$ 、 $(-c)$  互為相反數。

4. 第(8)題含有兩個子問題：

子問題①： $-2(3x^2-5x+1)$ ，要求學生計算出結果。

子問題②：給定  $-2(3x^2-5x+1)$ ，要求學生計算出結果。

子問題①的方法：教師幫助學生利用相反係數先將  $-2(3x^2-5x+1)$  改記成  $2(-3x^2+5x-1)$ ，

再利用分配律計算，得到  $-6x^2+10x-2$ 。

子問題②的方法：與子問題①一樣。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

(9) 請計算  $(x^2 - x - 5)(3x - 2)$ 。

解：

方法一、利用「加法」連結各項，再作兩多項式乘法運算：

$$\begin{aligned} & (x^2 - x - 5)(3x - 2) \\ &= [1x^2 + (-1)x + (-5)][3x + (-2)] \\ &= (1 \cdot 3)x^3 + [(-1) \cdot 3]x^2 + (-5) \cdot 3x \\ &\quad + [1 \cdot (-2)]x + [(-1) \cdot (-2)]x + (-5) \cdot (-2) \\ &= 3x^3 + [(-3) + (-2)]x^2 + [(-15) + 2]x + 10 \\ &= 3x^3 - 5x^2 - 13x + 10 \end{aligned}$$

方法二、將兩式各項係數利用乘法對加法的分配律作兩多項式乘法運算：

$$\begin{aligned} & (x^2 - x - 5)(3x - 2) \\ &= (x^2 - x - 5) \cdot 3x + (x^2 - x - 5)(-2) \\ &= 3x^3 - 3x^2 - 15x - 2x^2 + 2x + 10 \\ &= 3x^3 - 5x^2 - 13x + 10 \end{aligned}$$

(10) 請計算下列各式：

①  $(2x + 3)^2$

②  $(3x - 4)^2$

解：

① 方法一、利用乘法公式計算：

$$\begin{aligned} (2x + 3)^2 &= (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 \end{aligned}$$

方法二、

$$\begin{aligned} (2x + 3)^2 &= (2x + 3)(2x + 3) \\ &= 2x \cdot 2x + 3 \cdot 2x + 2x \cdot 3 + 3 \cdot 3 \\ &= 4x^2 + 12x + 9 \end{aligned}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 7～9 頁的教學重點在幫助學生熟練多項式的乘法運算。

2. 第(9)題給定  $(x^2 - x - 5)(3x - 2)$ ，要求學生計算出結果。

方法一：教師先幫助學生將  $(x^2 - x - 5)(3x - 2)$  改記成整係數多項式乘法運算  $[1x^2 + (-1)x + (-5)][3x + (-2)]$ ，再利用分配律計算結果。

方法二：教師幫助學生利用相反係數觀點對  $(x^2 - x - 5)(3x - 2)$  進行自然係數多項式乘法運算，再利用分配律計算結果。

3. 第(10)題含有兩個子問題：

子問題①：給定  $(2x + 3)^2$ ，要求學生計算出結果。

子問題②：給定  $(3x - 4)^2$ ，要求學生計算出結果。

子問題①方法一：利用  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  進行多項式乘法運算；

子問題①方法二：利用分配律計算結果。

子問題②方法一：利用  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  進行多項式乘法運算；

子問題②方法二：利用分配律計算結果。

4. 本頁引入第(10)題的目的除了幫助學生熟練多項式乘法運算之外，也提醒學生多項式乘法運算有型如： $(a + b)^2$ ， $(a - b)^2$ ，可透過乘法公式展開各式。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算

② 方法一、利用乘法公式計算：

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 &= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4 + 4^2 \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

方法二、

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 &= (3x-4)(3x-4) \\ &= 3x \cdot 3x - 4 \cdot 3x + 3x \cdot (-4) + (-4) \cdot (-4) \\ &= 9x^2 - 24x + 16\end{aligned}$$

$(2x+3)^2$  改記成  $(2x+3)(2x+3)$ ，  
 $(3x-4)^2$  改記成  $(3x-4)(3x-4)$  來計算，  
 表示利用乘法公式作計算，也可以直接透過多項式乘法運算得到。



多項式算式型如： $(ax \pm b)^2$ ，可以利用乘法公式作計算，也可以直接透過多項式乘法運算得到。



### 隨堂練習

(1) 計算下列各式：

- ①  $-3x(2x+6)$
- ②  $(x^2-5x+3)(x-4)$
- ③  $(3x+4)(-3+x^2)$
- ④  $(3x-1)^2$

答：①  $-6x^2-18x$  ②  $x^3-9x^2+23x-12$   
 ③  $3x^3+4x^2-9x-12$  ④  $9x^2-6x+1$



**教材內容說明：**

3. 本教材第 7～9 頁的教學重點在幫助學生熟練多項式的乘法運算。

2. 本頁教師對話框在幫助學生發現多項式乘法運算有型如：

$(a+b)^2$ ， $(a-b)^2$ ，可透過乘法公式展開各式。

3. 本頁隨堂練習四個多項式乘法算式，要求學生熟練多項式乘法運算的能力。



基本學習內容：AC-8-3-2 整係數多項式的乘法運算



### 小試身手

請計算下列各式：

- |                        |                       |
|------------------------|-----------------------|
| (1) $(2x+3)(4x+1)$     | 答： $8x^2+14x+13$      |
| (2) $(x^2+3x-4)(2x-1)$ | 答： $2x^3+5x^2-11x+4$  |
| (3) $(4x^2+7)(x-3)$    | 答： $4x^3-12x^2+7x-21$ |
| (4) $(7x-1)^2$         | 答： $49x^2-14x+1$      |
| (5) $(3x+5)^2$         | 答： $9x^2+30x+25$      |



**教材內容說明：**

1. 本教材第 10 頁為小試身手。
2. 第(1)題： $(2x+3)(4x+1)$ ，要求學生計算其結果。
3. 第(2)題： $(x^2+3x-4)(2x-1)$ ，要求學生計算其結果。
4. 第(3)題： $(4x^2+7)(x-3)$ ，要求學生計算其結果。
5. 第(4)題： $(7x-1)^2$ ，要求學生計算其結果。
6. 第(5)題： $(3x+5)^2$ ，要求學生計算其結果。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

