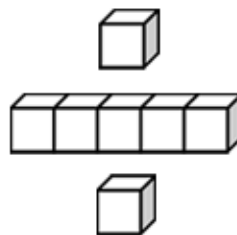


基本學習內容：AC-8-6-1、2

從具體情境中列出一元二次方程式

一元二次方程式及其解的意義

【教師用】





基本學習內容：AC-8-6-1、2

學習內容：

A-8-6 一元二次方程式的意義：一元二次方程式及其解，具體情境中列出一元二次方程式。

基本學習內容：

AC-8-6-1 從具體情境中列出一元二次方程式。

AC-8-6-2 一元二次方程式及其解的意義。

基本學習表現：

ACP-8-6-1-1 認識一元二次方程式的通式為 $ax^2 + bx + c = 0$ ， $a \neq 0$ 。

ACP-8-6-1-2 從具體情境中列出一元二次方程式。

ACP-8-6-2-1 能檢驗整係數一元二次方程式的解或根。



概要說明：

從具體情境中列出一元二次方程式。

- 基本學習內容 AC-8-6-1 為 AC-7-2-1 之後續學習概念，故學生應該已能在具體情境中列出一元一次方程式。

本基本學習內容幫助學生在具體情境中列出一元二次方程式。

- 若方程式經過移項化簡後可整理成形式為 $ax^2+bx+x=0$ 的方程式，且 $a \neq 0$ ，則此方程式稱為一元二次方程式。

- 牽涉一元二次方程式的具體情境在假設未知數或者列方程式時都較為複雜，建議從簡單的情境開始，例如：一條 20 公分的繩子想圍出一面積為 12 平方公尺的長方形，請問寬為多少？

若假設寬為 x ，可以列出 $(10-x)x=12$ 。

一元二次方程式及其解的意義。

- 基本學習內容 AC-8-6-2 為 AC-8-6-1 之後續學習概念，故學生應該已能在具體情境中列出一元二次方程式。

本基本學習內容幫助學生理解一元二次方程式解的意義。

- 學生從一元一次方程式中，已經知道方程式解的意義就是能使方程式的等號成立的值，所以可以將此概念延伸至一元二次方程式解的意義。

- 本學習內容不需要特別強調一元二次方程式的解有 2 個，只需知道解為代入式子後讓等式成立的值。例如：找出 $x^2-5x+6=0$ 的答案。學生只要將 3 和 2 代入得到 $3^2-5 \times 3+6=0$ 及 $2^2-5 \times 2+6=0$ ，來得到 3 和 2 為 $x^2-5x+6=0$ 的解。

- 在 $x^2-6x+9=0$ 中，學生只要將 3 代入得到 $3^2-6 \times 3+9=0$ ，得到 3 為此一元二次方程式的解，但不說明 $x=3$ 為重根。

- 檢驗一元二次方程式的解時需作平方的計算，學生可能會將乘法與平方的計算次序弄錯，教師可以在此強調指數的運算次序優先於乘法運算。例如：將 $x=2$ 代入 $3x^2$ ，誤把 3×2^2 計算成 $(3 \times 2)^2$ 得到的結果是 36，教師強調，將 $x=2$ 代入得到的值為 $3x^2=3 \times 2 \times 2=12$ 。

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

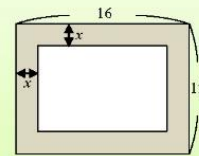
◎從具體情境中列出一元二次方程式

- (1) 「有一塊長方形土地，長比寬的 2 倍多 5 公尺，且面積為 250 平方公尺，請問長方形土地的寬為何？」
- ① 假設長方形土地的寬為 x 公尺，依題意列出方程式？
 - ② 請將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式。

解：

- ① 假設長方形土地的寬為 x 公尺，長為 $(2x+5)$ 公尺，其中 $x>0$ 且 $2x+5>0$ 。
長方形面積＝長×寬＝ $(2x+5) \times x = x(2x+5)$ ，
故可列式為 $x(2x+5) = 250$ 。
- ② 將 $x(2x+5) = 250$ 展開，得 $2x^2 + 5x = 250$ ，
再移項整理，得 $2x^2 + 5x - 250 = 0$ 。

- (2) 「如圖，有一塊長方形圖畫紙，長 16 公分，寬 12 公分，在紙張周圍預留等寬的不作畫區域，中間白色區域為可作畫區域，已知可作畫的區域面積為 96 平方公分，請問不作畫區域的寬為何？」

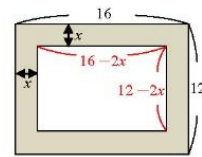


- ① 假設不作畫區域的寬為 x 公分，依題意列出方程式？
- ② 請將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式。

解：① 假設不作畫區域的寬為 x 公分，如右圖，

可作畫區域的長為 $(16-2x)$ 公分，寬為 $(12-2x)$ 公分，
其中 $x>0$ ， $16-2x>0$ ， $12-2x>0$ ，
可作畫區域的面積＝ $(16-2x) \times (12-2x)$ ，
故可列式為 $(16-2x)(12-2x) = 96$ 。

- ② 將 $(16-2x)(12-2x) = 96$ 展開，得 $4x^2 - 56x + 192 = 96$ ，
再移項整理，得 $4x^2 - 56x + 96 = 0$ ，
最後，等號兩邊同除以 4，得 $x^2 - 14x + 24 = 0$ 。



以上兩個例題，都可以將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式。

例如： $2x^2 + 5x - 250 = 0$ 、 $x^2 - 14x + 24 = 0$ 。



像這樣可以整理成只含有一種未知數 x ，且未知數 x 的最高次數為二次的等式，

如 $ax^2 + bx + c = 0$ ，其中 $a \neq 0$ ，稱為 x 的**一元二次方程式**。

例如： $x^2 - 2x - 15 = 0$ 、 $4x^2 - 25 = 0$ 、 $2x^2 + 9x = 0$ 都是一元二次方程式。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～3 頁教學重點在幫助學生掌握在具體情境中列出一元二次方程式的能力。
2. 第(1)題給定「有一塊長方形土地，長比寬的 2 倍多 5 公尺，且面積為 250 平方公尺，請問長方形土地的寬為何？」，要求學生回答兩個子問題
 子問題①：假設長方形土地的寬為 x 公尺，依題意列出方程式為何？
 子問題②：請將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式。
 子問題①方法：教師先幫助學生寫出長為 $2x+5$ ，並宣告 $x > 0$ 且 $2x+5 > 0$ ，
 再依長方形面積為 250 列式，得到 $x(2x+5) = 250$ 。
 子問題②方法：將 $x(2x+5) = 250$ 展開化簡，並整理成 $2x^2 + 5x - 250 = 0$ 。
 ● 本頁引入第(1)題的目的在幫助學生透過情境列出一元二次方程式，如果學生不熟練一元二次式展開化簡，建議教師參考 AC-8-1-1,2 教材進行教學。
3. 第(2)題給定「如圖，有一塊長方形圖畫紙，長 16 公分，寬 12 公分，在紙張周圍預留等寬的不作畫區域，中間白色區域為可作畫區域，已知可作畫的區域面積為 96 平方公分，請問不作畫區域的寬為何？」，要求學生回答兩個子問題：
 子問題①：假設不作畫區域的寬為 x 公分，依題意列出方程式為何？
 子問題②：請將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式。
 子問題①方法：教師先幫助學生寫出可作畫區域的長為 $16-2x$ ，寬為 $12-2x$ ，
 依可作畫的區域面積為 96 列式，得到 $(16-2x)(12-2x) = 96$ ，
 並宣告 $x > 0$ 且 $16-2x > 0$ ， $12-2x > 0$ 。
 子問題②方法：將 $(16-2x)(12-2x) = 96$ 展開化簡，並整理成 $x^2 - 14x + 24 = 0$ 。
4. 本頁學生對話框在說明「將方程式整理成等號左邊為多項式且等號右邊為 0 的等式」在為檢驗是否為一元二次方程式進行前置作業。
5. 本頁教師對話框在說明等式為一元二次方程式的檢驗條件，必須為一個等式，只含有一種未知數 x ，最高次項為二次式，係數不為 0。



基本學習內容：AC-8-6-1、2

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

(3) 判斷下列哪些式子為一元二次方程式？

甲： $x^2+2x+3=2x+3$ 乙： x^2-2x-5

丙： $x^2+2x=x^2-2x+3$ 丁： $x(2x-1)=6$

解：甲： $x^2+2x+3=2x+3$ 可整理成 $x^2=0$ ，為一元二次方程式。乙： x^2-2x-5 為一元二次式。丙： $x^2+2x=x^2-2x+3$ 可整理成 $4x-3=0$ ，為一元一次方程式。丁： $x(2x-1)=6$ 展開為 $2x^2-x=6$ ，可整理成 $2x^2-x-6=0$ ，為一元二次方程式。

所以甲、丁為一元二次方程式。

(4) 「甲、乙兩數皆為正整數，且乙數為甲數的2倍少3，若甲、乙兩數的乘積為77，則甲、乙兩數分別為何？」

① 假設甲數為 x ，依題意列出方程式？

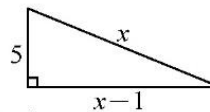
② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

解：① 假設甲數為 x ，乙數為 $2x-3$ ，其中 x 為正整數且 $2x-3>0$ 。兩數的乘積= $x \times (2x-3)$ ，可列式為 $x(2x-3)=77$ 。② 將等式展開為 $2x^2-3x=77$ ，再整理得到 $2x^2-3x-77=0$ 為一元二次方程式。

(5) 「如圖，已知直角三角形一股長為5，斜邊長比另一股長多1，請問直角三角形斜邊長為何？」

① 假設斜邊長為 x ，依題意列出方程式？

② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

解：① 如圖，假設斜邊長為 x ，另一股長為 $x-1$ ，其中 $x>0$ 且 $x-1>0$ 。由畢氏定理，可列式為 $5^2+(x-1)^2=x^2$ 。② 將方程式 $5^2+(x-1)^2=x^2$ 展開為 $25+x^2-2x+1=x^2$ 再整理得到的方程式為 $-2x+26=0$ ，不是一元二次方程式。



教材內容說明：

1. 本教材第 1～3 頁教學重點在幫助學生掌握在具體情境中列出一元二次方程式的能力。
2. 第(3)題給定 $x^2 + 2x + 3 = 2x + 3$ 、 $x^2 - 2x - 5$ 、 $x^2 + 2x = x^2 - 2x + 3$ 、 $x(2x - 1) = 6$ 四個含有 x 的代數式，要求學生選出何者是一元二次方程式。

教師先幫助學生將四個含有 x 的代數式展開化簡整理，分別得到 $x^2 = 0$ 、 $x^2 - 2x - 5$ 、 $4x - 3 = 0$ 、 $2x^2 - x - 6 = 0$ ，只有 $x^2 = 0$ 和 $2x^2 - x - 6 = 0$ 符合等式中最高次項為二次式，所以 $x^2 = 0$ 和 $2x^2 - x - 6 = 0$ 是一元二次方程式。

3. 第(4)題給定「甲、乙兩數皆為正整數，且乙數為甲數的 2 倍少 3，若甲、乙兩數的乘積為 77，則甲、乙兩數分別為何？」，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：假設甲數為 x ，依題意列出方程式為何？

子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？

子問題①方法：教師先幫助學生寫出乙數 $2x - 3$ ，並宣告 x 為正整數且 $2x - 3 > 0$ ，

再依兩數乘積為 77 列式，得到 $x(2x - 3) = 77$ 。

子問題②方法：將 $x(2x - 3) = 77$ 展開化簡，並整理成 $2x^2 - 3x - 77 = 0$ ，

因為等式中最高次項為二次式，所以 $x(2x - 3) = 77$ 是一元二次方程式。

4. 第(5)題給定「如圖，已知直角三角形一股長為 5，斜邊長比另一股長多 1，請問直角三角形斜邊長為何？」，要求學生回答兩個子問題：

子問題①：假設斜邊長為 x ，依題意列出方程式為何？

子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？

子問題①方法：教師先幫助學生寫出另一股常為 $x - 1$ ，並宣告 $x > 0$ 且 $x - 1 > 0$ ，

再依畢氏定理列式，得到 $5^2 + (x - 1)^2 = x^2$ 。

子問題②方法：將 $5^2 + (x - 1)^2 = x^2$ 展開化簡，並整理成 $-2x + 26 = 0$ ，因為等式中最高次項為一次式，所以 $5^2 + (x - 1)^2 = x^2$ 不是一元二次方程式。



基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義



隨堂練習

(1) 是非題：判斷下列何者為一元二次方程式，是打○，錯打×。

① _____ $x^2 + 3x = x^2 - 13$

② _____ $2x^2 = 3x$

③ _____ $6x^2 + 15 = 0$ 答：① × ② ○ ③ ○

(2) 「甲為正整數，甲數加上 4 後再平方，最後減去甲數的 20 倍，得到 29，請問甲數為多少？」

① 假設甲數為 x ，依題意列出方程式？

② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

答：① $(x+4)^2 - 20x = 29$ ② 是， $x^2 - 12x - 13 = 0$

(3) 「如圖，有一塊長方形草皮，長 30 公尺、寬 18 公尺，在內部規劃等寬的十字走道方便行人通行。已知其餘草皮面積為 448 平方公尺，請問走道寬為多少公尺？」

① 假設走道寬為 x 公尺，依題意列出方程式？

② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

答：① $(30-x)(18-x) = 448$ ② 是， $x^2 - 48x + 92 = 0$



教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁教學重點在幫助學生掌握在具體情境中列出一元二次方程式的能力。
2. 第(1)題給定 $x^2 + 3x = x^2 - 13$ 、 $2x^2 = 3x$ 、 $6x^2 + 15 = 0$ 三個含有 x 的方程式，要求學生判斷是否為一元二次方程式。
3. 第(2)題給定「甲為正整數，甲數加上 4 後再平方，最後減去甲數的 20 倍，得到 29，請問甲數為多少？」，要求學生回答兩個子問題：
子問題①：假設甲數為 x ，依題意列出方程式為何？
子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？
4. 第(3)題給定「如圖，有一塊長方形草皮，長 30 公尺、寬 18 公尺，在內部規劃等寬的十字走道方便行人通行。已知其餘草皮面積為 448 平方公尺，請問走道寬為多少公尺？」，要求學生回答兩個子問題：
子問題①：假設走道寬為 x 公尺，依題意列出方程式為何？
子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？



基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

◎方程式的解

我們之前學過，如果將某數代入方程式中，會使方程式的等號左右兩邊的值相等，那麼該數就是此方程式的解。

- (6) ① 判斷下列何者為 $2x-1=3$ 的解？ (A) $x=0$ (B) $x=1$ (C) $x=2$
 ② 判斷下列何者為 $3x+2=-x+6$ 的解？ (A) $x=0$ (B) $x=1$ (C) $x=2$

解：① 將 $x=0$ 代入方程式 $2x-1=3$ ，得到 $2 \times 0 - 1 = -1 \neq 3$... 等式不成立

將 $x=1$ 代入方程式 $2x-1=3$ ，得到 $2 \times 1 - 1 = 1 \neq 3$... 等式不成立

將 $x=2$ 代入方程式 $2x-1=3$ ，得到 $2 \times 2 - 1 = 3$... 等式成立

所以 $x=2$ 為 $2x-1=3$ 的解。

② 將 $x=0$ 代入方程式 $3x+2=-x+6$ ，

等號左邊為 $3 \times 0 + 2 = 2$ ，等號右邊為 $0 + 6 = 6$ ， $2 \neq 6$... 等式不成立

將 $x=1$ 代入方程式 $3x+2=-x+6$ ，

等號左邊為 $3 \times 1 + 2 = 5$ ，等號右邊為 $-1 + 6 = 5$ ， $5 = 5$... 等式成立

將 $x=2$ 代入方程式 $3x+2=-x+6$ ，

等號左邊為 $3 \times 2 + 2 = 8$ ，等號右邊為 $-2 + 6 = 4$ ， $8 \neq 4$... 等式不成立

所以 $x=1$ 為 $3x+2=-x+6$ 的解。

- (7) ① 判斷下列何者為 $2x^2-3x=9$ 的解？ (A) $x=1$ (B) $x=3$ (C) $x=5$
 ② 判斷下列何者為 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ 的解？
 (A) $x=1$ (B) $x=3$ (C) $x=5$

解：① 將 $x=1$ 代入方程式 $2x^2-3x=9$ ，得到 $2 \times 1^2 - 3 \times 1 = -1 \neq 9$... 等式不成立

將 $x=3$ 代入方程式 $2x^2-3x=9$ ，得到 $2 \times 3^2 - 3 \times 3 = 9$... 等式成立

將 $x=5$ 代入方程式 $2x^2-3x=9$ ，得到 $2 \times 5^2 - 3 \times 5 = 35 \neq 9$... 等式不成立

所以 $x=3$ 為 $2x^2-3x=9$ 的解。

② 方法一

將 $x=1$ 代入方程式 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ ，

得到 $2 \times 1^2 - 5 \times 1 + 3 = 1^2 + 1 - 2$... 等式成立

將 $x=3$ 代入方程式 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ ，

得到 $2 \times 3^2 - 5 \times 3 + 3 \neq 3^2 + 3 - 2$... 等式不成立

將 $x=5$ 代入方程式 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ ，

得到 $2 \times 5^2 - 5 \times 5 + 3 = 5^2 + 5 - 2$... 等式成立

所以 $x=1$ 和 $x=5$ 都是 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ 的解。



教材內容說明：

1. 本教材第 4～5 頁教學重點在幫助學生理解方程式解的意義。

2. 第(6)題含有兩個子問題，要求學生選出方程式的解：

子問題①：給定 $2x-1=3$ ，以及三個 x 的值。

子問題②：給定 $3x+2=-x+6$ ，以及三個 x 的值。

子問題①方法：教師先幫助學生將 $x=0, x=1, x=2$ 分別代入 $2x-1=3$ ，

檢驗等式是否成立，發現 $x=2$ 代入時，等式成立，

所以 $x=2$ 為 $2x-1=3$ 的解。

子問題②方法、流程與子問題①相同。

● 本頁引入第(6)題的目的在幫助學生複習一元一次方程式的解的意義。

3. 第(7)題含有兩個子問題，要求學生選出方程式的解：

子問題①：給定 $2x^2-3x=9$ ，以及三個 x 的值。

子問題②：給定 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ ，以及三個 x 的值。

子問題①方法：教師先幫助學生將 $x=1, x=3, x=5$ 分別代入 $2x^2-3x=9$ ，

檢驗等式是否成立，發現 $x=3$ 代入時，等式成立，

所以 $x=3$ 為 $2x^2-3x=9$ 的解。

子問題②方法一：教師先幫助學生將 $x=1, x=3, x=5$ 分別代入 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ ，

檢驗等式是否成立，發現 $x=5$ 代入時，等式成立，

所以 $x=5$ 為 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ 的解。

子問題②方法二：教師先幫助學生 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ 移項化簡整理成 $x^2-6x+5=0$ ，

再將 $x=1, x=3, x=5$ 分別代入 $x^2-6x+5=0$ ，檢驗等式是否成立，

發現 $x=5$ 代入時，等式成立，所以 $x=5$ 為 $x^2-6x+5=0$ 的解，

也是 $2x^2-5x+3=x^2+x-2$ 的解。

● 本頁引入第(7)題的目的在幫助學生理解一元二次方程式的解的意義。

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

方法二

先將 $2x^2 - 5x + 3 = x^2 + x - 2$ 整理，得 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 。

將 $x=1$ 代入方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ ，得到 $1^2 - 6 \times 1 + 5 = 0 \dots$ 等式成立

將 $x=3$ 代入方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ ，得到 $3^2 - 6 \times 3 + 5 = -4 \neq 0 \dots$ 等式不成立

將 $x=5$ 代入方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ ，得到 $5^2 - 6 \times 5 + 5 = 0 \dots$ 等式成立

所以 $x=1$ 和 $x=5$ 都是 $2x^2 - 5x + 3 = x^2 + x - 2$ 的解。

我們發現——

要判斷方程式的解，可以先將方程式做整理，
再來代入 x 值，會較方便計算。



(8) 判斷下列何者為 $(x-2)(x+1)=0$ 的解？

(A) $x=1$ (B) $x=2$ (C) $x=-1$ (D) $x=-2$

解：將 $x=1$ 代入方程式 $(x-2)(x+1)=0$ ，

得到 $(1-2)(1+1)=-2 \neq 0 \dots$ 等式不成立

將 $x=2$ 代入方程式 $(x-2)(x+1)=0$ ，

得到 $(2-2)(2+1)=0(2-2)(2+1)=0 \dots$ 等式成立

將 $x=-1$ 代入方程式 $(x-2)(x+1)=0$ ，

得到 $(-1-2)(-1+1)=0 \dots$ 等式成立

將 $x=-2$ 代入方程式 $(x-2)(x+1)=0$ ，

得到 $(-2-2)(-2+1)=4 \neq 0 \dots$ 等式不成立

所以 $x=2$ 和 $x=-1$ 都是 $(x-2)(x+1)=0$ 的解。

這題直接將數字代入等號左邊計算即可，
可以不用整理後再計算。

由例題知，

如果 $A \times B = 0$ ，得到 $A=0$ 或 $B=0$ 。





教材內容說明：

1. 本教材第 4～5 頁教學重點在幫助學生理解方程式解的意義。

2. 本頁學生對話框提醒學生先將一元二次方程式整理成型如：

$$ax^2+bx+c=0$$

，再代入 x 的值，會較方便計算。

3. 第(8)題給定 $(x-2)(x+1)=0$ ，以及四個 x 的值，要求學生選出方程式的解。

教師先幫助學生將 $x=1$ ， $x=2$ ， $x=-1$ ， $x=-2$ 分別代入 $(x-2)(x+1)=0$ ，檢驗等式是否成立，發現 $x=2$ ， $x=-1$ 代入時，等式都會成立，所以 $x=2$ ， $x=-1$ 為 $(x-2)(x+1)=0$ 的解。

4. 本頁學生對話框提醒學生當一元二次方程式型如： $(x+a)(x+b)=0$ ，可直接將 x 的值代入左式，會較方便計算。

● 本頁引入第(8)題的目的在幫助學生後續學習「如果 $A \times B = 0$ ，得到 $A=0$ 或 $B=0$ 」鋪路。

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

◎一元二次方程式的解

我們知道，將某數代入方程式中，會使方程式的等號左右兩邊的值相等，那麼該數就是此方程式的解。將某數代入一元二次方程式中，如果能讓方程式的等號成立，那麼這個數就是**一元二次方程式的解**。

- (9) 「有一張長方形紙張，寬比長少 2 公分，且紙張面積為 24 平方公分，請問長方形紙張的長為多少公分？」

解：假設長方形紙張的長為 x 公分，寬為 $(x-2)$ 公尺，其中 $x>0$ 且 $x-2>0$ 。

長方形面積 = 長 \times 寬 = $x(x-2)$ ，

故可列式為 $x(x-2)=24$ ，將方程式整理為 $x^2-2x-24=0$ 。

將 $x=1,2,3,\dots,9$ 代入 $x^2-2x-24$ 的結果如下表：

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x^2-2x-24$	-25	-24	-21	-16	-9	0	11	24	39

將 $x=0,-1,-2,\dots,-7$ 代入 $x^2-2x-24$ 的結果如下表：

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
$x^2-2x-24$	39	24	11	0	-9	-16	-21	-24

我們發現當 $x=6$ 和 $x=-4$ 時，都可使一元二次方程式 $x^2-2x-24=0$ 成立，

$x=6$ 和 $x=-4$ 都是一元二次方程式 $x^2-2x-24=0$ 的解，

因為 x 的範圍為 $x>0$ 且 $x-2>0$ ，只有 $x=6$ 滿足此範圍，

所以長方形紙張的長為 6 公分。

由以上表格，我們發現一元二次方程式的解不只 1 個。





教材內容說明：

1. 本教材第 6～7 頁教學重點在幫助學生理解一元二次方程式解的意義。
2. 第(9)題給定「有一張長方形紙張，寬比長少 2 公分，且紙張面積為 24 平方公分，請問長方形紙張的長為多少公分？」，以及 x 與 $x^2-2x-24$ 的表格，要求學生完成表格並找出一元二次方程式的解。
 - 教師先幫助學生依題意列式，並化簡整理成 $x^2-2x-24=0$ ，再依 x 的值代入 $x^2-2x-24$ 計算結果，完成表格。

接著，引導學生觀察表格內容 $x=6$ ， $x=-4$ 代入 $x^2-2x-24$ ，它們的值都為 0，可以說明 $x=6$ ， $x=-4$ 為 $x^2-2x-24=0$ 的解。
3. 本頁學生對話框提醒學生透過表格內容知道當 $x=6$ ， $x=-4$ 代入 $x^2-2x-24$ ，它們的值為 0，也就是說 $x=6$ ， $x=-4$ 為 $x^2-2x-24=0$ 的解，也可知道一元二次方程式的解不只一個。

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義

(10) 完成下列表格，並找出一元二次方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解。

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x^2 - 6x + 5$										

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$x^2 - 6x + 5$						

解：

x	1	2	3	4	5	6	7	8
$x^2 - 6x + 5$	0	-3	-4	-3	0	5	12	21

將 $x=1$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $1^2 - 6 \times 1 + 5 = 0$ ，

將 $x=2$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $2^2 - 6 \times 2 + 5 = -3$ ，

將 $x=3$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $3^2 - 6 \times 3 + 5 = -4$ ，

將 $x=4$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $4^2 - 6 \times 4 + 5 = -3$ ，

將 $x=5$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $5^2 - 6 \times 5 + 5 = 0$ ，

將 $x=6$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $6^2 - 6 \times 6 + 5 = 5$ ，

將 $x=7$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $7^2 - 6 \times 7 + 5 = 12$ ，

將 $x=8$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $8^2 - 6 \times 8 + 5 = 21$ 。

x	-5	-4	-3	-2	-1	0
$x^2 - 6x + 5$	60	45	32	21	12	5

將 $x=0$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $0^2 - 6 \times 0 + 5 = 5$ ，

將 $x=-1$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $(-1)^2 - 6 \times (-1) + 5 = 12$ ，

將 $x=-2$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $(-2)^2 - 6 \times (-2) + 5 = 21$ ，

將 $x=-3$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $(-3)^2 - 6 \times (-3) + 5 = 32$ ，

將 $x=-4$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $(-4)^2 - 6 \times (-4) + 5 = 45$ ，

將 $x=-5$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，得 $(-5)^2 - 6 \times (-5) + 5 = 60$ 。

我們發現當 $x=1$ 或 $x=5$ 時， $x^2 - 6x + 5 = 0$ 方程式成立，

所以一元二次方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解為 $x=1$ 或 $x=5$ 。



由表格知，

當 $x < 1$ 時， $x^2 - 6x + 5$ 的值都會比 $x=1$ 時還大，
且 x 越小， $x^2 - 6x + 5$ 的值越大；

當 $x > 5$ 時， $x^2 - 6x + 5$ 的值都會比 $x=5$ 時還大，
且 x 越大， $x^2 - 6x + 5$ 的值越大；

不可能再找到其它 x 值，使方程式 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 成立，

而當 $1 < x < 5$ 時， $x^2 - 6x + 5$ 的值都不為 0，

所以 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解有 2 個。



教材內容說明：

1. 本教材第 6～7 頁教學重點在幫助學生理解一元二次方程式解的意義。
2. 第(10)題給定 $x^2 - 6x + 5 = 0$ ，以及 x 與 $x^2 - 6x + 5$ 的表格，要求學生完成表格並找出一元二次方程式的解。
 - 教師先幫助學生依 x 的值代入 $x^2 - 6x + 5$ 計算結果，完成表格。
接著，引導學生觀察表格內容當 $x=1$ ， $x=5$ 代入 $x^2 - 6x + 5$ ，它們的值都為 0，
可以說明 $x=1$ ， $x=5$ 為 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解。
3. 本頁教師對話框提醒學生透過表格內容知道除了 $x=1$ ， $x=5$ 為 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 的解，也可從其他 x 的值與 $x^2 - 6x + 5$ 的值觀察發現有遞增或遞減趨勢，但就不為 0。

基本學習內容：AC-8-6-1,2 從具體情境中列出一元二次方程式、一元二次方程式及其解的意義



小試身手

(1) 是非題：判斷下列何者為一元二次方程式，是打○，錯打×。

① $x^2 + 3x = -x^2 - 5x$

② $x(x-6) + 9 = 0$

③ $5^2 - 6x + 8 = 0$

答：①○ ②○ ③×

(2) 「七年級新生有 225 位學生，依每班人數相等方式編班，發現每班的人數剛好是班級數的 3 倍少 2，請問每班的人數為多少人？」

① 假設每班 x 人，依題意列出方程式為何？

② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

答：① $x(3x-2) = 225$ ② 是， $3x^2 - 2x - 225 = 0$

(3) 「一塊長方形田地的面積為 55 平方公尺，長邊比短邊長 6 公尺，請問短邊長是多少公尺？」

① 假設短邊為 x 公尺，依題意列出方程式為何？

② 請問此方程式是否為一元二次方程式？

答：① $x(x+6) = 55$ ② 是， $x^2 + 6x + 55 = 0$

(4) 判斷下列何者為 $x(x+6) = 55$ 的解？

(A) $x = -11$ (B) $x = -6$ (C) $x = 5$ (D) $x = 11$

答：(A)、(C)

(5) 判斷下列何者為 $x^2 - 7x + 18 = 0$ 的解？

(A) $x = -18$ (B) $x = -2$ (C) $x = 7$ (D) $x = 9$

答：(B)、(D)



教材內容說明：

1. 本教材第 8 頁為小試身手。
2. 第(1)題給定 $x^2 + 3x = -x^2 - 5x$ 、 $x(x-6) + 9 = 0$ 、 $5^2 - 6x + 8 = 0$ 三個含有 x 的方程式，要求學生判斷是否為一元二次方程式。
3. 第(2)題給定「七年級新生有 225 位學生，依每班人數相等方式編班，發現每班的人數剛好是班級數的 3 倍少 2，請問每班的人數為多少人？」，要求學生回答兩個子問題：
子問題①：假設每班 x 人，依題意列出方程式為何？
子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？
4. 第(3)題給定「一塊長方形田地的面積為 55 平方公尺，長邊比短邊長 6 公尺，請問短邊長是多少公尺？」，要求學生回答兩個子問題：
子問題①：假設短邊為 x 公尺，依題意列出方程式為何？
子問題②：請問此方程式是否為一元二次方程式？
5. 第(4)題給定 $x(x+6) = 55$ 及四個 x 的值，要求學生選出一元二次方程式的解。
6. 第(5)題給定 $x^2 - 7x + 18 = 0$ 及四個 x 的值，要求學生選出一元二次方程式的解。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

