



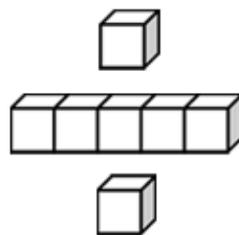
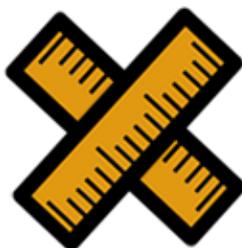
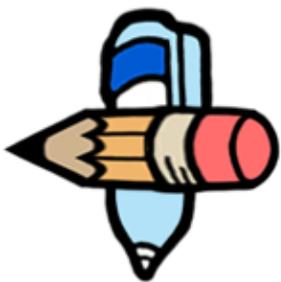
# 基本學習內容：FC-8-2-1、2

常數函數在直角坐標平面上的圖形

一次函數在直角坐標平面上的圖形

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_





## 複習一次函數和常數函數：

我們知道攝氏溫度與華氏溫度的變換，假設攝氏溫度  $x$  度，華氏溫度  $y$  度，可得  $y$  與  $x$  的函數關係式是  $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，像這種形如  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ， $b$  為任意數)， $x$  的次方是一次的函數，稱為一次函數，例如： $y = 2x$  與  $y = -2x + 3$  都是一次函數。在一次函數  $y = ax + b$  中， $ax$  為一次項， $a$  為一次項係數， $b$  為常數項。

有些地方的機車停車格是當日按次收費跟停車時間無關，假設有機車停車格當日停車一律 20 元，假設有機車停車  $x$  (小時)，停車的費用為  $y$  (元)：停車 1 小時的停車費為 20 元，停車 2 小時的停車也是 20 元，此時我們可用  $y = 20$  來表示  $x$ 、 $y$  的關係式。這種形如  $y = b$  的函數，稱為常數函數。

## ◎一次函數 $y = ax$ 在直角坐標平面上的圖形

(1) 麥香烘焙材料坊販賣進口麵粉，單價 1 公克 0.5 元，假設買  $x$  公克進口麵粉需要花費  $y$  元，

①請寫出  $y$  與  $x$  的關係式，請問  $y$  是  $x$  的函數嗎？

②請依上述題意完成下表，將上表五組數對  $(x, y)$  化為五個點坐標並在坐標平面上畫出此五點。

$x$ (公克)	2	4	6	8	10
$y$ (元)					



解：

① 進口麵粉的單價為1公克 $0.5 = \frac{1}{2}$ (元)， $x$ 公克麵粉需要 $\frac{1}{2}x$ 元

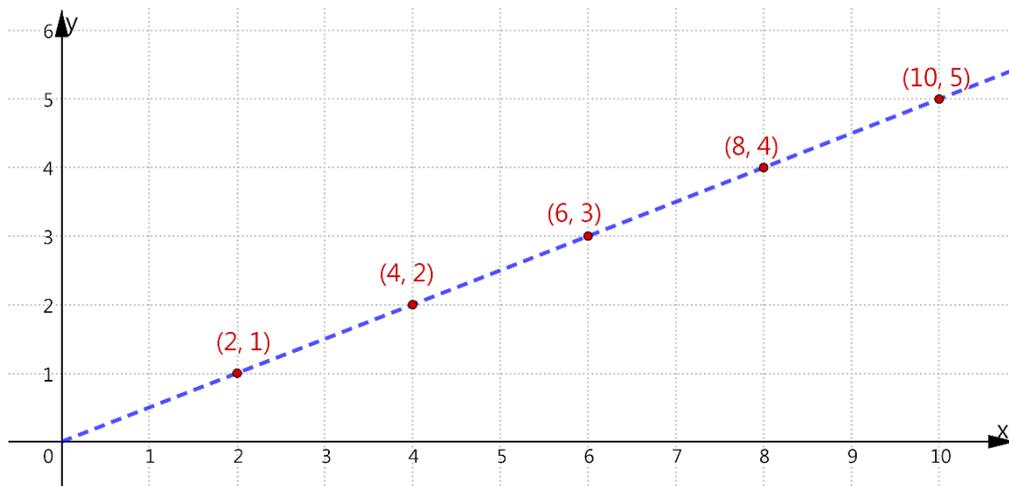
得到 $y$ 與 $x$ 的關係式為 $y = \frac{1}{2}x$ ，表示給定各種麵粉的重量都會得到唯一的價錢

(麵粉重量的公克數 $\times \frac{1}{2}$ )，故 $y$ 是 $x$ 的函數。

②

$x$ (公克)	2	4	6	8	10
$y$ (元)	1	2	3	4	5

由上表得到五個點坐標為(2,1)、(4,2)、(6,3)、(8,4)、(10,5)，再將此五點畫在坐標平面上，發現都落在直線上(藍色虛線)。



(2) 依題(1)我們可以將購買日本進口麵粉(每公克 1 元)的費用假設如下：

$x$ 表示麵粉的重量(公克)， $y$ 表示購買麵粉所需的費用(元)

① 試將 $y$ 表示成 $x$ 的函數關係式。

② 將題(1)五組數對轉換成坐標平面上的五個點坐標，我們發現這五點都落在一條直線上，請找尋直線所通過的其他點，代入①的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

③ 承②，找尋直線以外的點，代入①的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？



基本學習內容：FC-8-2-1、2

解：

$$\textcircled{1} \text{ 當 } x=1 \text{ 時， } y=1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{當 } x=2 \text{ 時， } y=2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{當 } x=3 \text{ 時， } y=3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

...

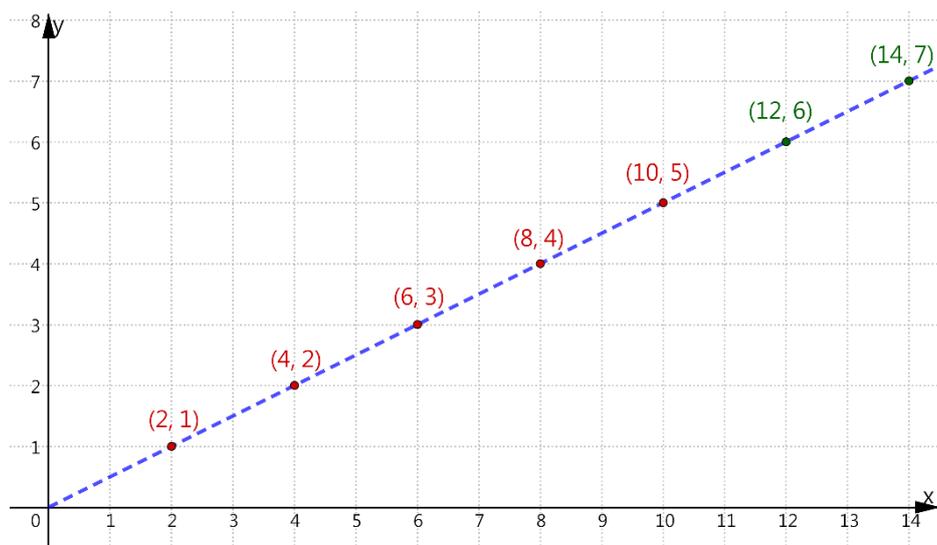
$$\text{當 } x=n \text{ 時， } y=n \times \frac{1}{2} = \frac{n}{2} \text{， 得到 } y \text{ 可 以 寫 成 } x \text{ 的 一 次 函 數 為 } y = \frac{1}{2}x$$

$x=$	1	2	3	...	$n$
$y=$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}=1$	$\frac{3}{2}$	...	$\frac{n}{2}$

② 利用通過題(1)所描繪的五點之直線，我們隨意找到兩個點(12,6)及(14,7)，將

這兩個點代入  $y = \frac{1}{2}x$  檢驗，得到  $6 = \frac{1}{2} \times 12$  及  $7 = \frac{1}{2} \times 14$ ，這兩個點可使  $y = \frac{1}{2}x$  成

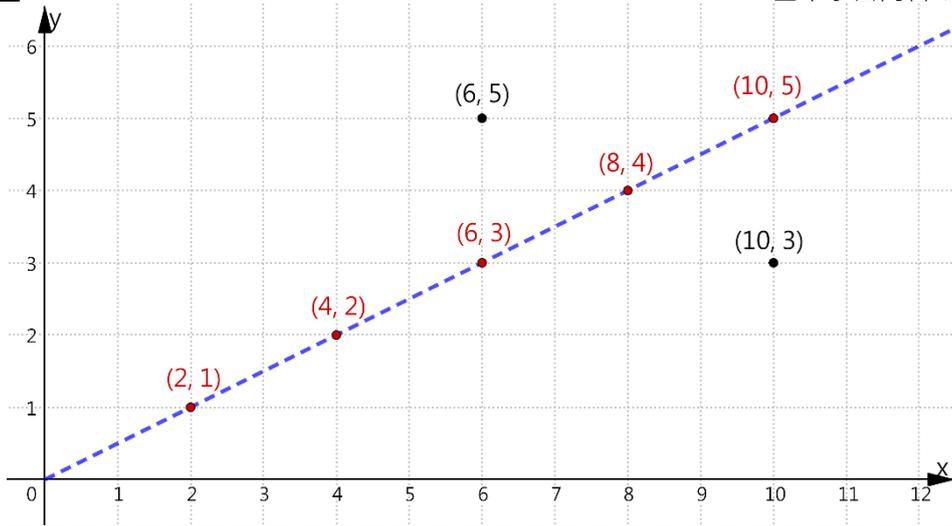
立，故會落在  $y = \frac{1}{2}x$  的圖形上。



③ 利用通過題(1)所描繪的五點之直線，我們隨意找到不在上的兩個點(6,5)及，

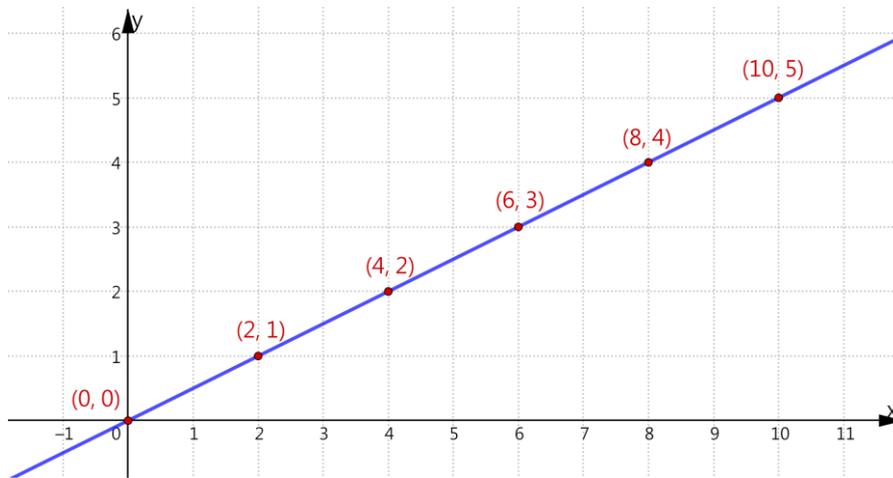
將這兩個點代入  $y = \frac{1}{2}x$  檢驗，得到  $5 \neq \frac{1}{2} \times 6$  及  $3 \neq \frac{1}{2} \times 10$ ，這兩個點不可使  $y = \frac{1}{2}x$

成立，故不落在  $y = \frac{1}{2}x$  的圖形上。



**二元一次方程式  $ax+by=c$  的圖形：**

七年級曾學過二元一次方程式  $ax+by=c$  在坐標平面上的圖形會是一條直線，我們可以將函數關係式： $y=\frac{1}{2}x$ ，經過移項整理後，改記為  $x-2y=0$ ，若  $x$  的範圍沒有限制的話，因為常數項為 0，代入  $(0,0)$  會成立，故圖形也會過原點，下圖藍色直線是  $x-2y=0$  的圖形：



由上可知在直角坐標平面上：

- (1) 一次函數  $y=ax$  的圖形為一條**直線**。
- (2) 因  $x=0, y=0$  必滿足  $y=ax$ ，故一次函數  $y=ax$  圖形會**通過原點**。





(3) 試畫出下列一次函數的圖形：

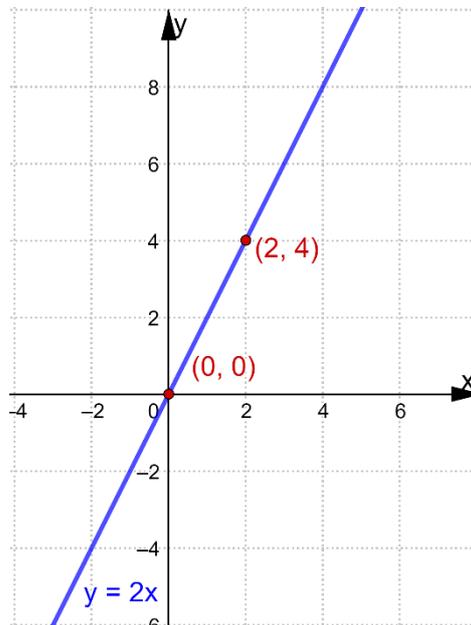
- ①  $y = 2x$     ②  $y = -3x$

解：

- ① 因為  $y = 2x$  是一條直線，我們可以找出滿足  $y = 2x$  的兩組解如下所示：

$x$	0	2
$y$	0	4

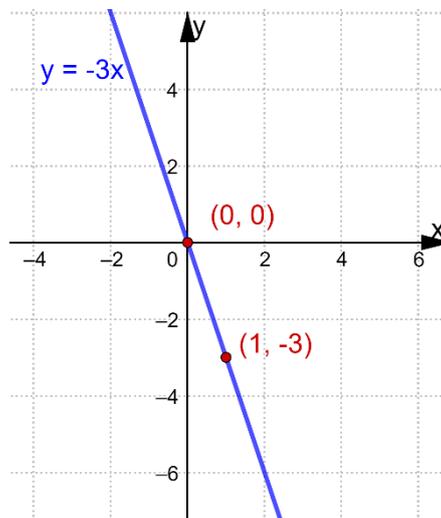
接下來將這兩組解化為兩個點坐標  $(0,0)$  及  $(2,4)$  畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。



- ② 因為  $y = -3x$  是一條直線，我們可以找出滿足  $y = -3x$  的兩組解如下所示：

$x$	0	1
$y$	0	-3

接下來將這兩組解化為兩個點坐標  $(0,0)$  及  $(-1,3)$  畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。



隨堂練習

(1) 試畫出下列一次函數的圖形：

- ①  $y = x$     ②  $y = -\frac{3}{2}x$



## ◎一次函數 $y = ax + b$ 在直角坐標平面上的圖形

(4) 可佳巧克力專賣店販賣 85%苦甜巧克力，1 公克巧克力的單價為 1.5 元。假設購買  $x$  公克的 85%苦甜巧克力加上 1 包 10 元紙袋的費用共需  $y$  元：

① 試將  $y$  表示成  $x$  的函數關係式。

② 小明、小玲和小雯分別買了 20、26 及 30 公克的巧克力，另外每人也都買了一包 10 元的紙袋，試將三人買的巧克力重量(公克)及費用(元)轉成點坐標(重量,費用)，並在坐標平面上畫出這些點，說說看這些點有什麼規律？

解：

① 當  $x=1$  時， $y=1.5 \times 1 + 10 = 11.5$ ，

當  $x=2$  時， $y=1.5 \times 2 + 10 = 13$ ，

當  $x=3$  時， $y=1.5 \times 3 + 10 = 14.5$ ，

...

當  $x=n$  時， $y=1.5 \times n + 10 = 1.5n + 10$

得到  $y$  可以寫成  $x$  的一次函數為  $y = 1.5x + 10$ ，亦即  $y = \frac{3}{2}x + 10$

② 由題①的一次函數  $y = \frac{3}{2}x + 10$ ，

下列為小明、小玲及小雯的費用：

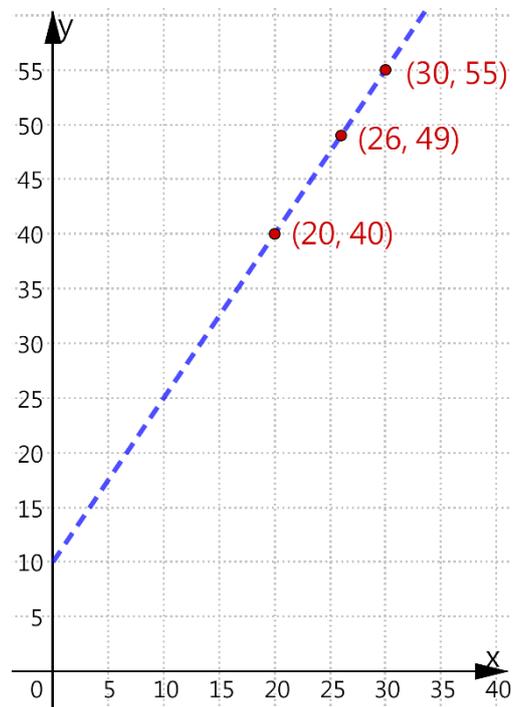
小明的費用： $\frac{3}{2} \times 20 + 10 = 40$ (元)，轉成  $(20, 40)$

小玲的費用： $\frac{3}{2} \times 26 + 10 = 49$ (元)，轉成  $(26, 49)$

小雯的費用： $\frac{3}{2} \times 30 + 10 = 55$ (元)，轉成  $(30, 55)$

將上述三個點畫在坐標平面上後，發現都落在

直線上(藍色虛線)。





(5)①將題(4)的三組數對轉換成坐標平面上的三個點坐標後，我們發現這三點都落在一條直線上，請找尋直線所通過的其他點，代入(4)的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

②承①，找尋直線以外的點，代入(4)的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

解：

① 利用通過題(4)所描繪的三點之直線，我

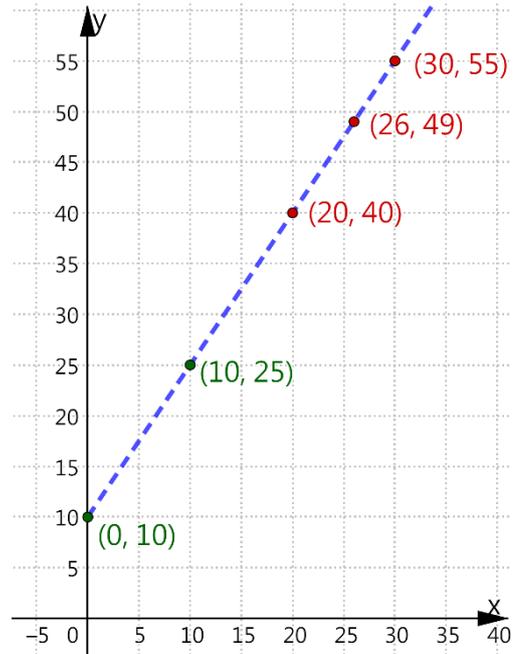
們隨意找到直線上兩個點 (0,10) 及 (10,25)，將這兩個點坐標代入

$y = \frac{3}{2}x + 10$  檢驗，得到  $10 = \frac{3}{2} \times 0 + 10$  及

$25 = \frac{3}{2} \times 10 + 10$ ，所以這兩個點可以使一

次函數  $y = \frac{3}{2}x + 10$  成立，也會落在

$y = \frac{3}{2}x + 10$  的圖形上。



② 利用通過題(4)所描繪的三點之直線，我

們隨意找到不在直線上的兩個點

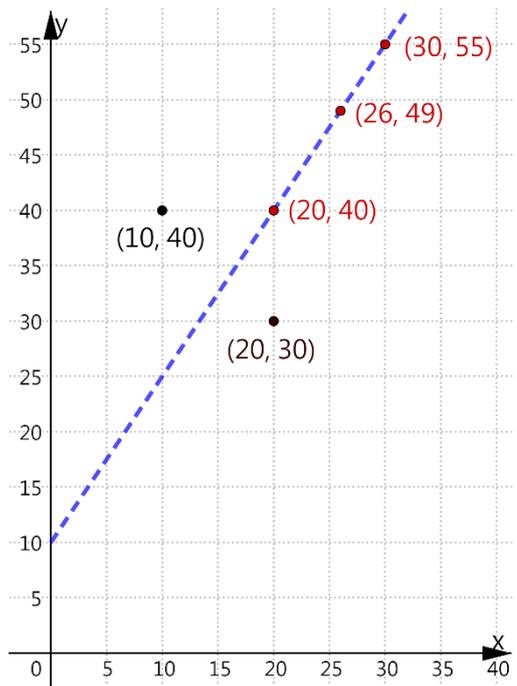
(10,40) 及 (20,30)，將這兩個點代入

$y = \frac{3}{2}x + 10$  檢驗，得到  $40 \neq \frac{3}{2} \times 10 + 10$  及

$30 \neq \frac{3}{2} \times 20 + 10$ ，這兩個點不可使

$y = \frac{3}{2}x + 10$  成立，故不落在  $y = \frac{3}{2}x + 10$

的圖形上。





由上可知在直角坐標平面上：

- (1) 一次函數  $y = ax + b$  的圖形也為一條直線。
- (2) 因  $x=0, y=b$  必滿足  $y = ax + b$ ，故一次函數  $y = ax + b$  的圖形會通過  $(0, b)$ 。



(6) 試畫出下列一次函數的圖形：

- ①  $y = 2x + 1$       ②  $y = -3x - 2$

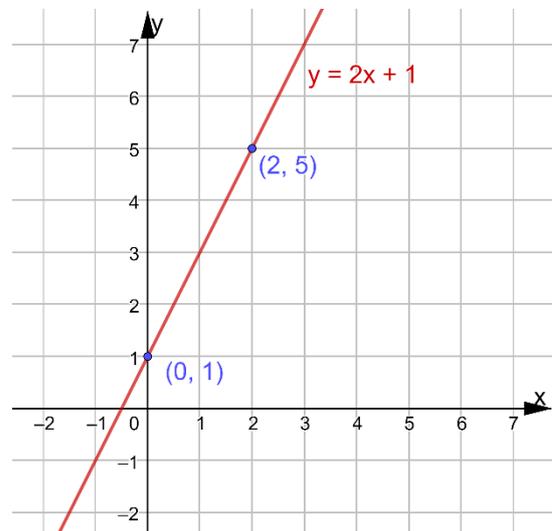
解：

①

因為  $y = 2x + 1$  是 1 條直線，我們可以找出滿足  $y = 2x + 1$  的 2 組解

$x$	0	2
$y$	1	5

接下來將這兩組解化為兩個點坐標  $(0, 1)$  及  $(2, 5)$  畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。

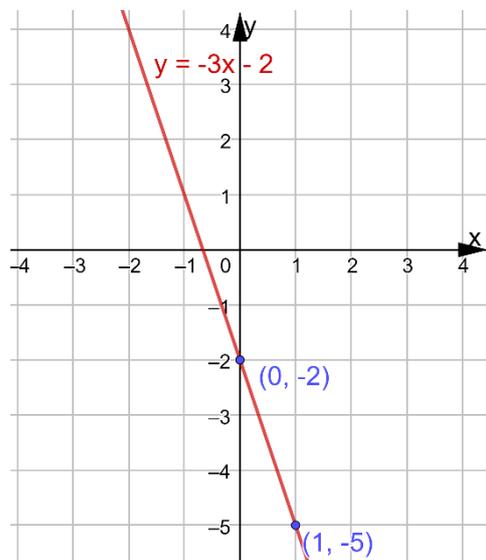


②

因為  $y = -3x - 2$  是 1 條直線，我們可以找出滿足  $y = -3x - 2$  的 2 組解

$x$	0	1
$y$	-2	-5

接下來將這 2 組解化為兩個點坐標  $(0, -2)$  及  $(1, -5)$  畫在坐標平面上後並將此 2 點連成一條直線如右圖所示。





隨堂練習

(1) 試畫出下列一次函數的圖形：

①  $y = 2x + 3$       ②  $y = -\frac{3}{2}x - 2$

◎常數函數  $y = b$  在直角坐標平面上的圖形

(7) 巧果生機飲食店辦理「10元裝到滿」的週年慶活動，顧客只要付10元買一個紙袋，就可以任你裝綜合堅果。假設裝入紙袋的綜合堅果重量為  $x$ (公克)， $y$  表示參加「10元裝到滿」活動所需的費用。

- ① 請寫出  $y$  與  $x$  的關係式，請問  $y$  是  $x$  的函數嗎？
- ② 請依上述題意完成下表，將上表五組數對  $(x, y)$  化為五個點坐標並在坐標平面上畫出此五點。

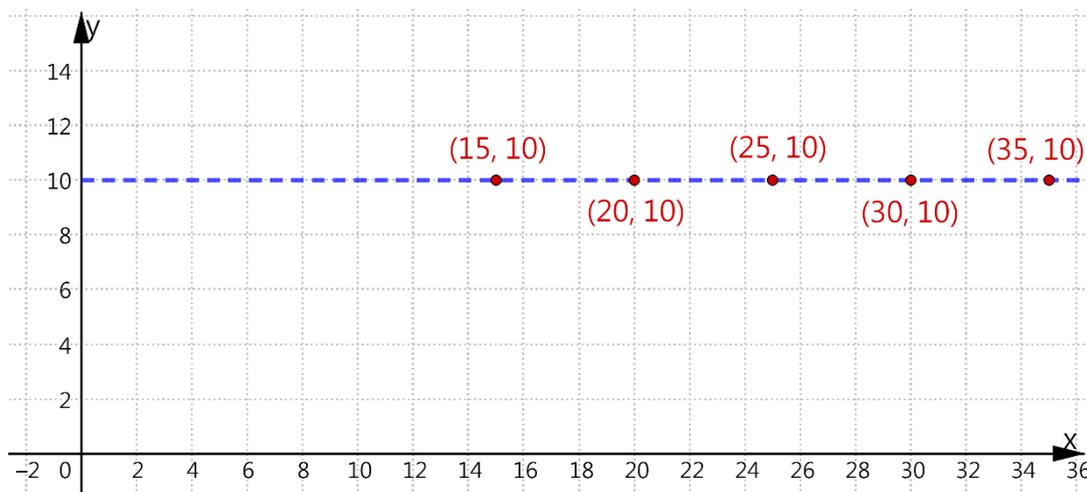
$x$ (公克)	15	20	25	30	35
$y$ (元)					

解：

- ① 無論裝了多少公克的堅果，都只需付10元，故  $y = 10$ ，我們也可以看成  $y = 0x + 10$ ，故  $y$  是  $x$  的函數。

②

$x$ (公克)	15	20	25	30	35
$y$ (元)	10	10	10	10	10





(8)依題(7)我們可以將參加「10元裝到滿」的週年慶活動的費用假設如下：

$x$  表示裝入紙袋綜合堅果的重量(公克)， $y$  表示參加活動的費用(元)

①試將  $y$  表示成  $x$  的函數關係式。

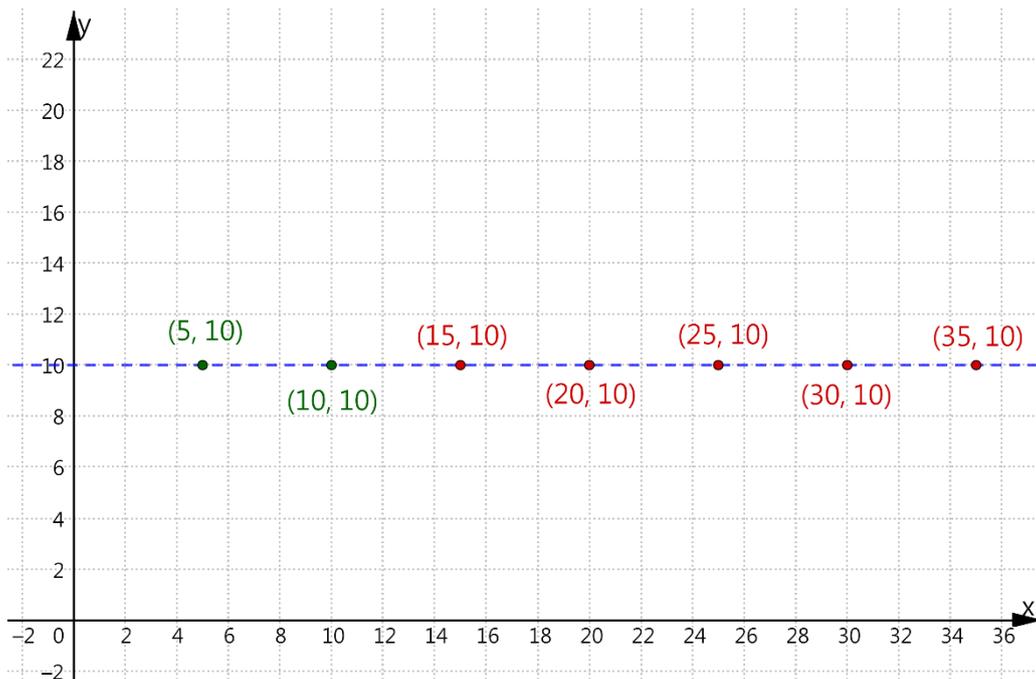
②將題(7)五組數對轉換成坐標平面上的五個點坐標後，我們發現這五點都落在一條直線上，利用這條直線所通過的點，代入①的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

解：

① 當  $x=1、2、3、\dots$  時，都是  $y=0x+10$ ，亦即  $y=10$

得到  $y$  可以寫成  $x$  的常數函數為  $y=10$

② 利用通過題(7)所描繪的五點之直線，我們隨意找到直線上兩個點(5,10)及(10,10)，將這兩個點坐標代入  $y=10$  (也就是  $y=0x+10$ ) 檢驗， $10=0\times 5+10$  及  $10=0\times 10+10$ ，所以這兩個點可以使常數函數  $y=10$  成立，也會落在  $y=10$  的圖形上。



由上可知在直角坐標平面上：  
常數函數  $y=b$  (也就是  $y=0x+b$ ) 的圖形為一條垂直於  $y$  軸的**水平線**。





(9) 試畫出下列常數函數的圖形：

- ①  $y=2$       ②  $y=-3$

解：

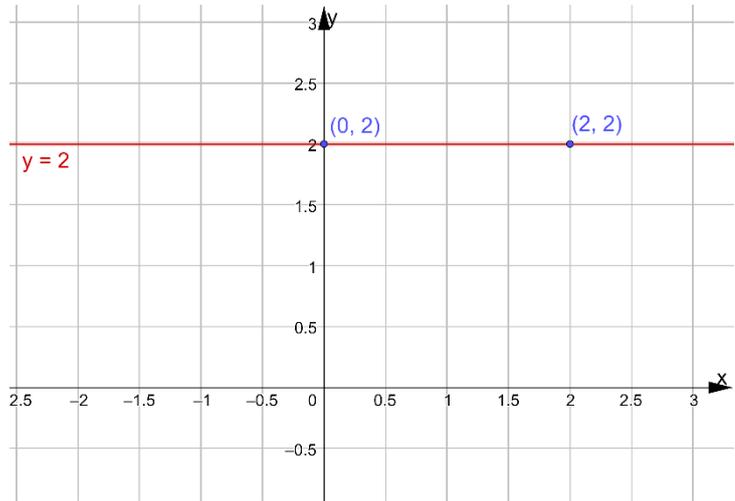
①

因為  $y=2$  是 1 條水平線，  
我們可以找出滿足  $y=2$  的

2 組解

$x$	$0$	$2$
$y$	$2$	$2$

接下來將這兩組解化為兩個點坐標  $(0,2)$  及  $(2,2)$  畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。



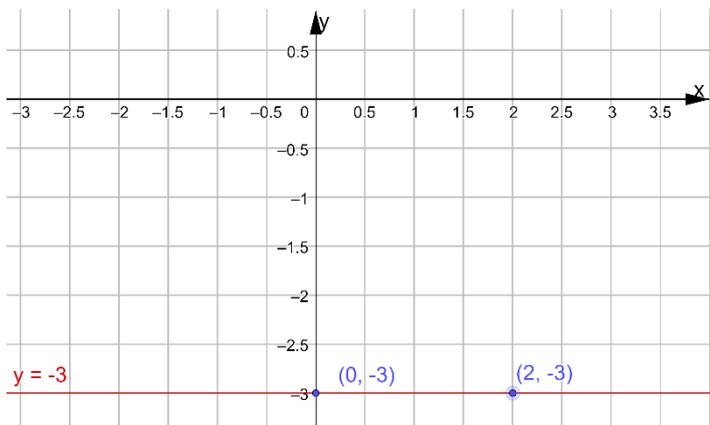
②

因為  $y=-3$  是 1 條直線，我們  
可以找出滿足  $y=-3$  的

2 組解

$x$	$0$	$2$
$y$	$-3$	$-3$

接下來將這兩組解化為兩個點坐標  
 $(0,-3)$  及  $(2,-3)$  畫在坐標  
平面上後並將此兩點連成  
一條直線如右圖所示。



隨堂練習

(1) 試畫出下列常數函數的圖形：

- ①  $y=3$       ②  $y=-2\frac{1}{2}$



## ◎常數函數在直角坐標平面上下平移的圖形

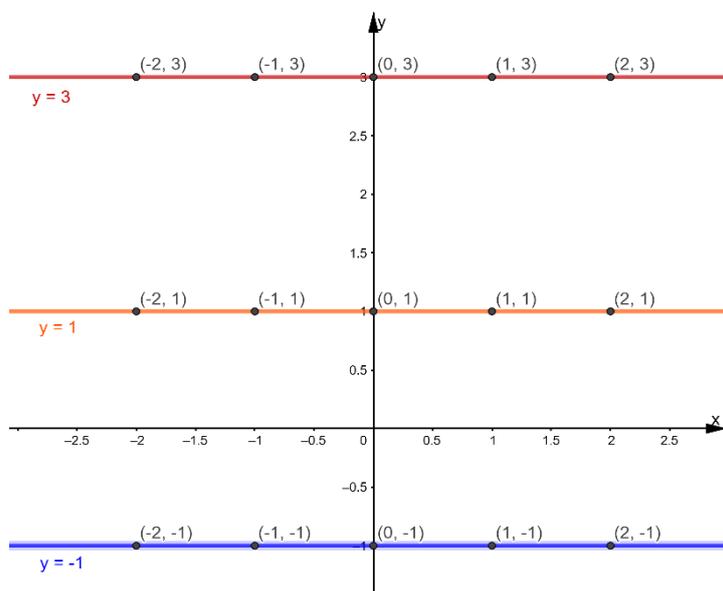
(10) 試在同一個直角坐標平面上畫出下列常數函數的圖形：

- ①  $y=3$     ②  $y=1$     ③  $y=-1$

解：

把  $y=1$  看成  $y=0x+1$ ， $y=3$  看成  $y=0x+3$ ， $y=-1$  看成  $y=0x-1$

$x$ 的值=	-2	-1	0	1	2
① $y=3$ ( $y=0x+3$ ), $y$ 的值=	3	3	3	3	3
② $y=1$ ( $y=0x+1$ ), $y$ 的值=	1	1	1	1	1
③ $y=-1$ ( $y=0x-1$ ), $y$ 的值=	-1	-1	-1	-1	-1



由圖形可以看出：

(1) 當  $x=-2$  時，

常數函數  $y=3$  上的點  $(-2,3)$  比  $y=1$  上的點  $(-2,1)$  高 2 單位

常數函數  $y=-1$  上的點  $(-2,-1)$  比  $y=1$  上的點  $(-2,1)$  低 2 單位

(2) 當  $x=-1$  時，

常數函數  $y=3$  上的點  $(-1,3)$  比  $y=1$  上的點  $(-1,1)$  高 2 單位

常數函數  $y=-1$  上的點  $(-1,-1)$  比  $y=1$  上的點  $(-1,1)$  低 2 單位

：

(3) 當  $x=2$  時，

常數函數  $y=3$  上的點  $(2,3)$  比  $y=1$  上的點  $(2,1)$  高 2 單位

常數函數  $y=-1$  上的點  $(2,-1)$  比  $y=1$  上的點  $(2,1)$  低 2 單位

因此常數函數  $y=3$  的圖形可以視為將  $y=1$  的圖形上移 2 單位。

同理，常數函數  $y=-1$  的圖形可以視為將  $y=1$  的圖形下移 2 單位。



由上可知，若  $k$  為正數，在直角坐標平面上將…

(1) 常數函數  $y=b$  的圖形上移  $k$  單位會得到  $y=b+k$

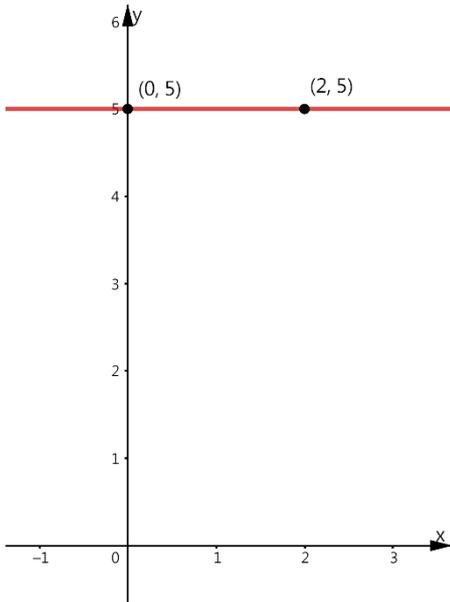
(2) 常數函數  $y=b$  的圖形下移  $k$  單位會得到  $y=b-k$



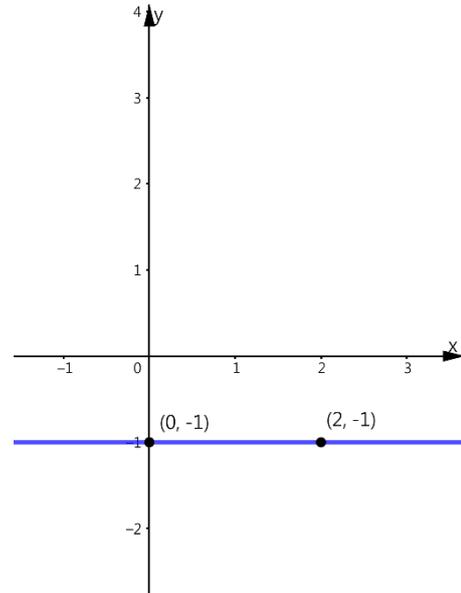
- (11) ① 試繪出將常數函數  $y=2$  圖形上移 3 單位所得圖形  
 ② 試繪出將常數函數  $y=2$  圖形下移 3 單位所得圖形

解：

- ① 將  $y=2$  的圖形上移 3 單位可得  $y=2+3$ ， $y=5$  的圖形



- ② 將  $y=2$  的圖形下移 3 單位可得  $y=2-3$ ， $y=-1$  的圖形





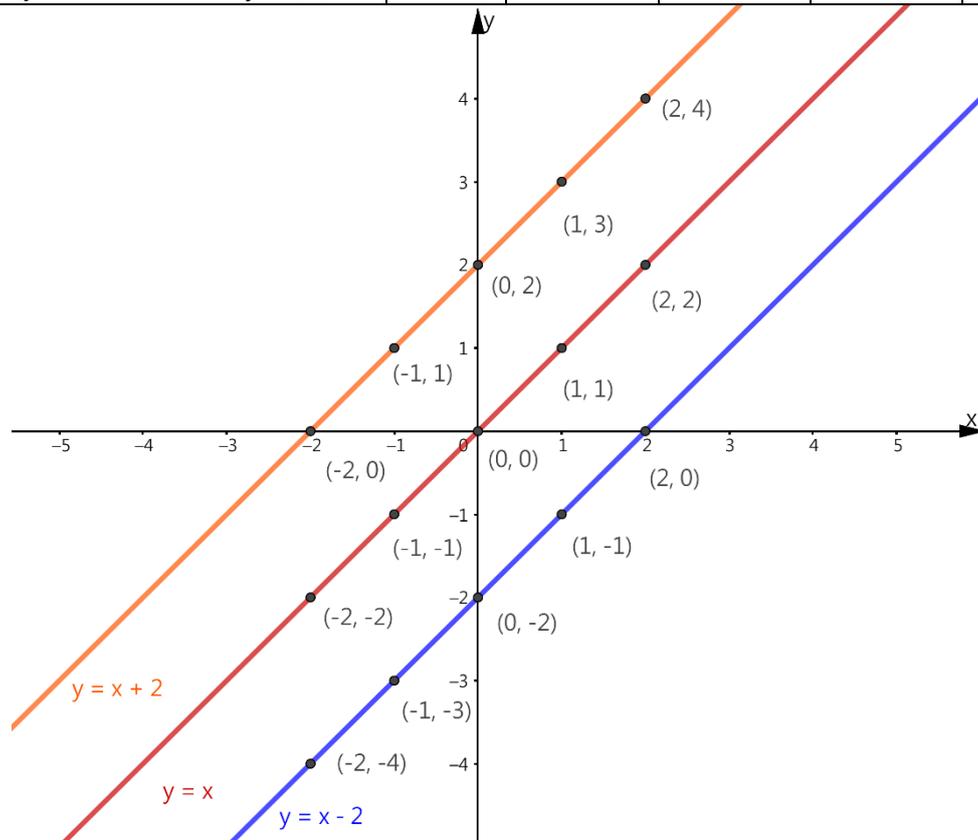
## ◎一次函數在直角坐標平面上下平移的圖形

(12) 試在同一個直角坐標平面上畫出下列一次函數的圖形：

①  $y = x$     ②  $y = x + 2$     ③  $y = x - 2$

解：

	$x$ 的值=	-2	-1	0	1	2
① $y = x$	$y$ 的值=	-2	-1	0	1	2
② $y = x + 2$	$y$ 的值=	0	1	2	3	4
③ $y = x - 2$	$y$ 的值=	-4	-3	-2	-1	0



由圖形可以看出：

(1) 當  $x = -2$  時，

一次函數  $y = x + 2$  上的點  $(-2, 0)$  比  $y = x$  上的點  $(-2, -2)$  高 2 單位

一次函數  $y = x - 2$  上的點  $(-2, -4)$  比  $y = x$  上的點  $(-2, -2)$  低 2 單位

(2) 當  $x = -1$  時，

一次函數  $y = x + 2$  上的點  $(-1, 1)$  比  $y = x$  上的點  $(-1, -1)$  高 2 單位

一次函數  $y = x - 2$  上的點  $(-1, -3)$  比  $y = x$  上的點  $(-1, -1)$  低 2 單位

(3) 當  $x = 2$  時，

一次函數  $y = x + 2$  上的點  $(2, 4)$  比  $y = x$  上的點  $(2, 2)$  高 2 單位

一次函數  $y = x - 2$  上的點  $(2, 0)$  比  $y = x$  上的點  $(2, 2)$  低 2 單位

因此一次函數  $y = x + 2$  的圖形可以視為將  $y = x$  的圖形上移 2 單位。

同理，一次函數  $y = x - 2$  的圖形可以視為將  $y = x$  的圖形下移 2 單位。



由上可知，若  $k$  為正數，在直角坐標平面上將...

(1) 一次函數  $y = ax$  的圖形上移  $k$  單位會得到  $y = ax + k$

(2) 一次函數  $y = ax$  的圖形下移  $k$  單位會得到  $y = ax - k$

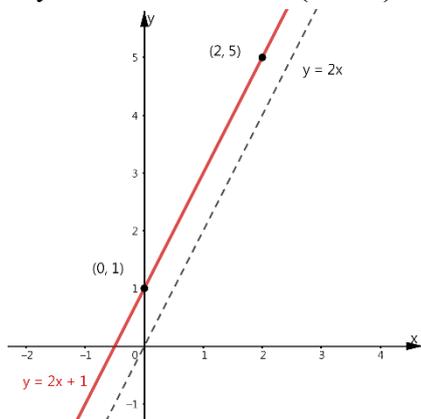


(13) ① 試繪出將一次函數  $y = 2x$  圖形上移 1 單位所得圖形

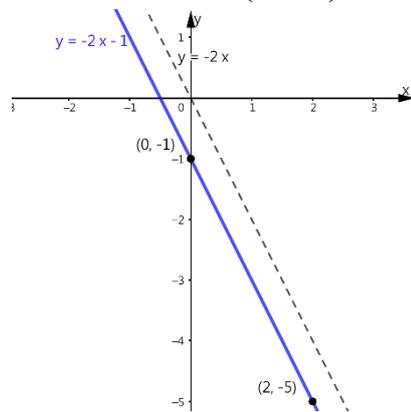
② 試繪出將一次函數  $y = -2x$  圖形下移 1 單位所得圖形

解：

① 將  $y = 2x$  的圖形上移 1 單位  
可得  $y = 2x + 1$  的圖形(紅線)



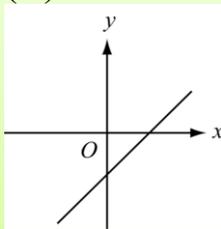
② 將  $y = -2x$  的圖形下移 1 單位可得  
 $y = -2x - 1$  的圖形(藍線)



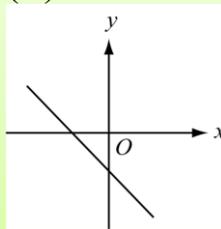
(14) ① 下列何者可能是  $y = x - 3$  的圖形？

② 下列何者可能是  $y = -x + 2$  的圖形？

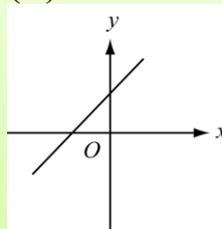
(A)



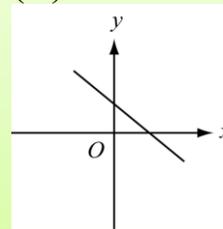
(B)



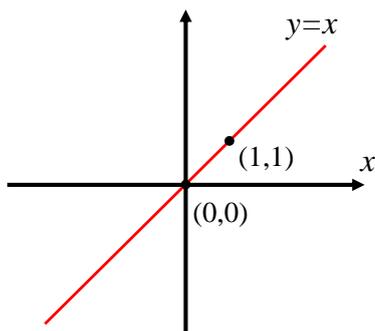
(C)



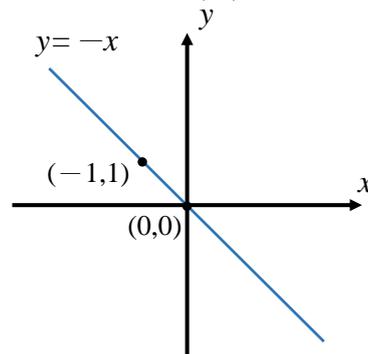
(D)



解：① 我們可以得到  $y = x$  的圖形如下  
圖紅線所示， $y = x - 3$  視為  
 $y = x$  下移 3 單位，故選(A)



② 我們可以得到  $y = -x$  的圖形如下圖  
藍線所示， $y = -x + 2$  視為  $y = -x$   
上移 2 單位，故選(D)





### 小試身手

(1) 試畫出下列一次函數  $y = ax$  的圖形：

①  $y = -x$       ②  $y = -\frac{1}{2}x$

(2) 試畫出下列一次函數  $y = ax + b$  的圖形：

①  $y = x + 2$       ②  $y = -\frac{1}{2}x - 2$

(3) 試畫出下列常數函數  $y = b$  的圖形：

①  $y = 0$       ②  $y = -1\frac{1}{2}$

(4) ① 請問常數函數  $y = -3$  的圖形會過第幾象限？

② 請問一次函數  $y = -2x - 1$  的圖形不過第幾象限？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

