

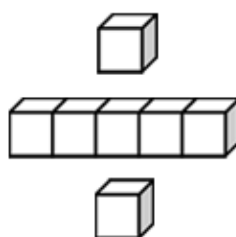
基本學習內容：FC-8-2-1、2

常數函數在直角坐標平面上的圖形

一次函數在直角坐標平面上的圖形

班級：_____

姓名：_____





複習一次函數和常數函數：

我們知道攝氏溫度與華氏溫度的變換，假設攝氏溫度 x 度，華氏溫度 y 度，可得 y 與 x 的函數關係式是 $y = \frac{9}{5}x + 32$ ，像這種形如 $y = ax + b$ ($a \neq 0$ ， b 為任意數)， x 的次方是一次的函數，稱為一次函數，例如： $y = 2x$ 與 $y = -2x + 3$ 都是一次函數。在一次函數 $y = ax + b$ 中， ax 為一次項， a 為一次項係數， b 為常數項。

有些地方的機車停車格是當日按次收費跟停車時間無關，假設有機車停車格當日停車一律 20 元，假設有機車停車 x (小時)，停車的費用為 y (元)：停車 1 小時的停車費為 20 元，停車 2 小時的停車也是 20 元，此時我們可用 $y = 20$ 來表示 x 、 y 的關係式。這種形如 $y = b$ 的函數，稱為常數函數。

◎一次函數 $y = ax$ 在直角坐標平面上的圖形

- (1) 麥香烘焙材料坊販賣進口麵粉，單價 1 公克 0.5 元，假設買 x 公克進口麵粉需要花費 y 元，

①請寫出 y 與 x 的關係式，請問 y 是 x 的函數嗎？

②請依上述題意完成下表，將上表五組數對 (x, y) 化為五個點坐標並在坐標平面上畫出此五點。

x (公克)	2	4	6	8	10
y (元)					



解：

- ① 進口麵粉的單價為1公克 $0.5=\frac{1}{2}$ (元)， x 公克麵粉需要 $\frac{1}{2}x$ 元

得到 y 與 x 的關係式為 $y=\frac{1}{2}x$ ，表示給定各種麵粉的重量都會得到唯一的價錢

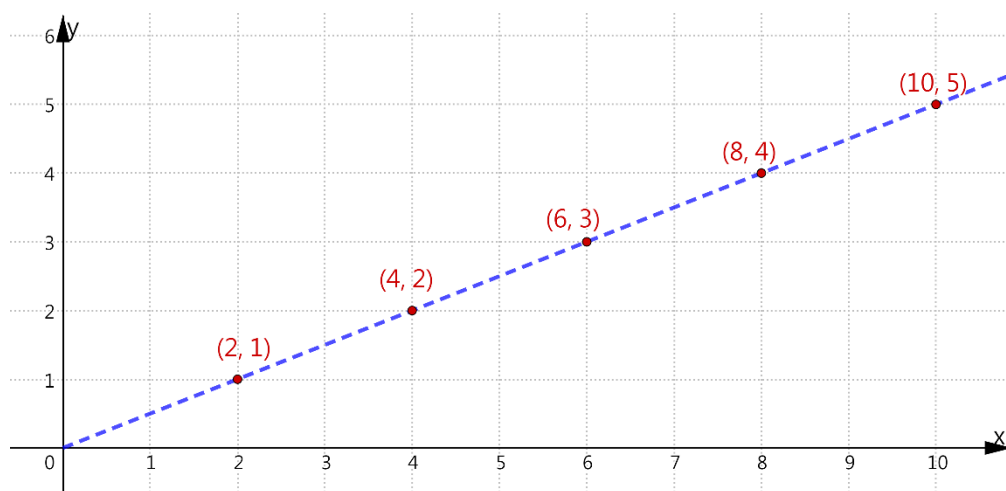
(麵粉重量的公克數 $\times\frac{1}{2}$)，故 y 是 x 的函數。

②

x (公克)	2	4	6	8	10
y (元)	1	2	3	4	5

由上表得到五個點坐標為 $(2,1)$ 、 $(4,2)$ 、 $(6,3)$ 、 $(8,4)$ 、 $(10,5)$ ，

再將此五點畫在坐標平面上，發現都落在直線上(藍色虛線)。



(2) 依題(1)我們可以將購買日本進口麵粉(每公克 1 元)的費用假設如下：

x 表示麵粉的重量(公克)， y 表示購買麵粉所需的費用(元)

①試將 y 表示成 x 的函數關係式。

②將題(1)五組數對轉換成坐標平面上的五個點坐標，我們發現這五點都落在
一條直線上，請找尋直線所通過的其他點，代入①的函數關係式，看看是否
可以使函數關係成立？

③承②，找尋直線以外的點，代入①的函數關係式，看看是否可以使函數關係
成立？



基本學習內容：FC-8-2-1、2

解：

① 當 $x=1$ 時， $y=1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

當 $x=2$ 時， $y=2 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

當 $x=3$ 時， $y=3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

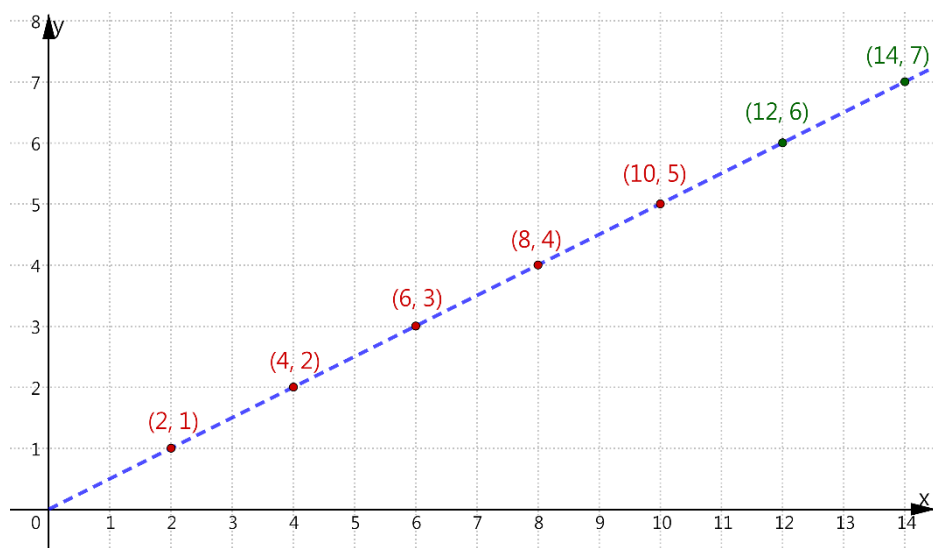
...

當 $x=n$ 時， $y=n \times \frac{1}{2} = \frac{n}{2}$ ，得到 y 可以寫成 x 的一次函數為 $y = \frac{1}{2}x$

$x=$	1	2	3	...	n
$y=$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{2}=1$	$\frac{3}{2}$...	$\frac{n}{2}$

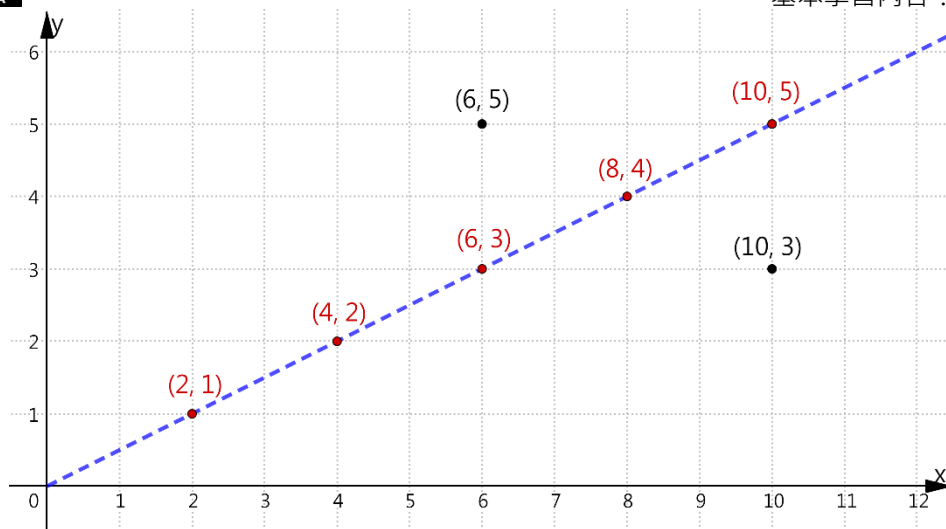
② 利用通過題(1)所描繪的五點之直線，我們隨意找到兩個點(12,6)及(14,7)，將

這兩個點代入 $y = \frac{1}{2}x$ 檢驗，得到 $6 = \frac{1}{2} \times 12$ 及 $7 = \frac{1}{2} \times 14$ ，這兩個點可使 $y = \frac{1}{2}x$ 成立，故會落在 $y = \frac{1}{2}x$ 的圖形上。



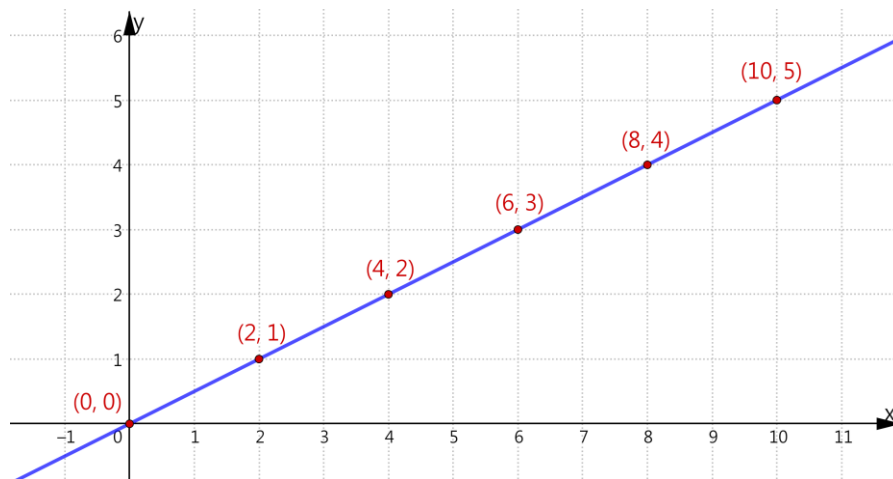
③ 利用通過題(1)所描繪的五點之直線，我們隨意找到不在上的兩個點(6,5)及，

將這兩個點代入 $y = \frac{1}{2}x$ 檢驗，得到 $5 \neq \frac{1}{2} \times 6$ 及 $3 \neq \frac{1}{2} \times 10$ ，這兩個點不可使 $y = \frac{1}{2}x$ 成立，故不落在 $y = \frac{1}{2}x$ 的圖形上。



二元一次方程式 $ax+by=c$ 的圖形：

七年級曾學過二元一次方程式 $ax+by=c$ 在坐標平面上的圖形會是一條直線，我們可以將函數關係式： $y=\frac{1}{2}x$ ，經過移項整理後，改記為 $x-2y=0$ ，若 x 的範圍沒有限制的話，因為常數項為 0，代入 $(0,0)$ 會成立，故圖形也會過原點，下圖藍色直線是 $x-2y=0$ 的圖形：



由上可知在直角坐標平面上：

- (1) 一次函數 $y=ax$ 的圖形為一條**直線**。
- (2) 因 $x=0, y=0$ 必滿足 $y=ax$ ，故一次函數 $y=ax$ 圖形會**通過原點**。





(3) 試畫出下列一次函數的圖形：

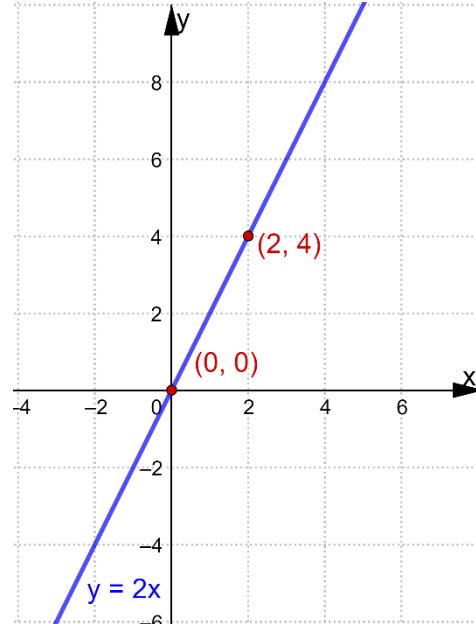
- ① $y = 2x$ ② $y = -3x$

解：

- ① 因為 $y = 2x$ 是一條直線，我們可以找出滿足 $y = 2x$ 的兩組解如下所示：

x	0	2
y	0	4

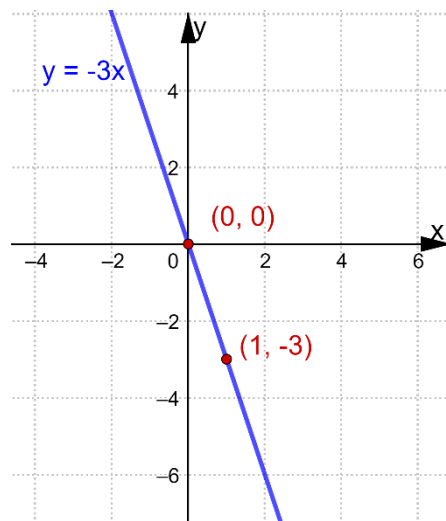
接下來將這兩組解化為兩個點坐標 $(0,0)$ 及 $(2,4)$ 畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。



- ② 因為 $y = -3x$ 是一條直線，我們可以找出滿足 $y = -3x$ 的兩組解如下所示：

x	0	1
y	0	-3

接下來將這兩組解化為兩個點坐標 $(0,0)$ 及 $(-1,3)$ 畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。



隨堂練習

(1) 試畫出下列一次函數的圖形：

- ① $y = x$ ② $y = -\frac{3}{2}x$



◎一次函數 $y = ax + b$ 在直角坐標平面上的圖形

(4) 可佳巧克力專賣店販賣 85%苦甜巧克力，1 公克巧克力的單價為 1.5 元。假設購買 x 公克的 85%苦甜巧克力加上 1 包 10 元紙袋的費用共需 y 元：

① 試將 y 表示成 x 的函數關係式。

② 小明、小玲和小雯分別買了 20、26 及 30 公克的巧克力，另外每人也都買了一包 10 元的紙袋，試將三人買的巧克力重量(公克)及費用(元)轉成點坐標(重量,費用)，並在坐標平面上畫出這些點，說說看這些點有什麼規律？

解：

① 當 $x=1$ 時， $y=1.5 \times 1 + 10 = 11.5$ ，

當 $x=2$ 時， $y=1.5 \times 2 + 10 = 13$ ，

當 $x=3$ 時， $y=1.5 \times 3 + 10 = 14.5$ ，

...

當 $x=n$ 時， $y=1.5 \times n + 10 = 1.5n + 10$

得到 y 可以寫成 x 的一次函數為 $y = 1.5x + 10$ ，亦即 $y = \frac{3}{2}x + 10$

② 由題①的一次函數 $y = \frac{3}{2}x + 10$ ，

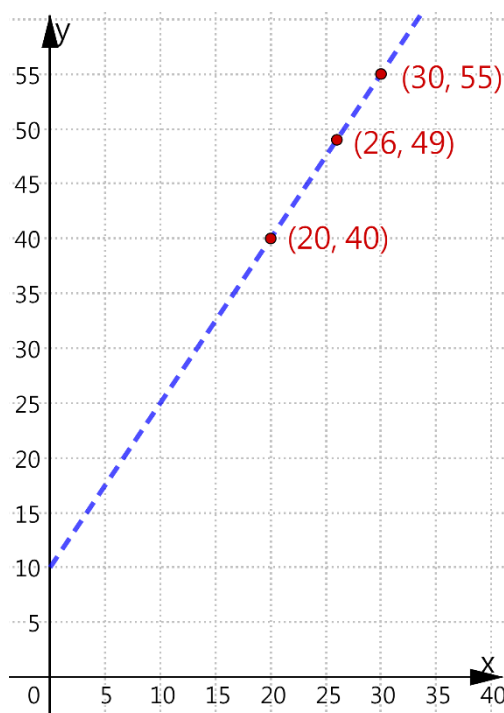
下列為小明、小玲及小雯的費用：

小明的費用： $\frac{3}{2} \times 20 + 10 = 40$ (元)，轉成(20, 40)

小玲的費用： $\frac{3}{2} \times 26 + 10 = 49$ (元)，轉成(26, 49)

小雯的費用： $\frac{3}{2} \times 30 + 10 = 55$ (元)，轉成(30, 55)

將上述三個點畫在坐標平面上後，發現都落在直線上(藍色虛線)。





(5)①將題(4)的三組數對轉換成坐標平面上的三個點坐標後，我們發現這三點都落在一條直線上，請找尋直線所通過的其他點，代入(4)的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

②承①，找尋直線以外的點，代入(4)的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

解：

① 利用通過題(4)所描繪的三點之直線，我

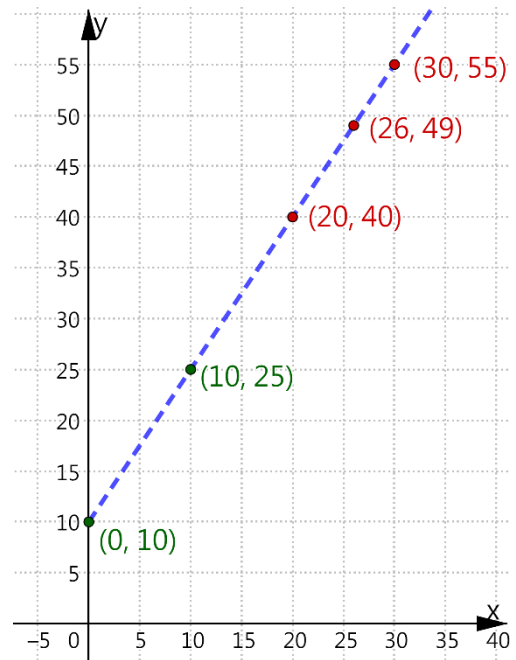
們隨意找到直線上兩個點 $(0,10)$ 及 $(10,25)$ ，將這兩個點坐標代入

$y = \frac{3}{2}x + 10$ 檢驗，得到 $10 = \frac{3}{2} \times 0 + 10$ 及

$25 = \frac{3}{2} \times 10 + 10$ ，所以這兩個點可以使一

次函數 $y = \frac{3}{2}x + 10$ 成立，也會落在

$y = \frac{3}{2}x + 10$ 的圖形上。



② 利用通過題(4)所描繪的三點之直線，我

們隨意找到不在直線上的兩個點

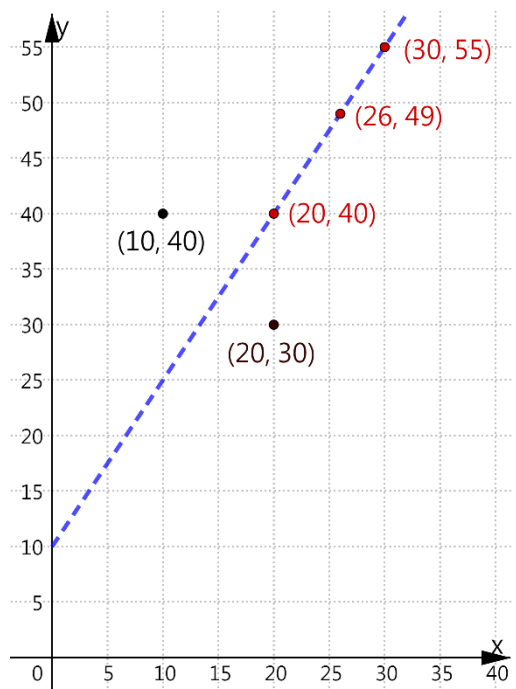
$(10,40)$ 及 $(20,30)$ ，將這兩個點代入

$y = \frac{3}{2}x + 10$ 檢驗，得到 $40 \neq \frac{3}{2} \times 10 + 10$ 及

$30 \neq \frac{3}{2} \times 20 + 10$ ，這兩個點不可使

$y = \frac{3}{2}x + 10$ 成立，故不落在 $y = \frac{3}{2}x + 10$

的圖形上。





由上可知在直角坐標平面上：

- (1) 一次函數 $y = ax + b$ 的圖形也為一條直線。
- (2) 因 $x=0, y=b$ 必滿足 $y = ax + b$ ，故一次函數 $y = ax + b$ 的圖形會通過 $(0, b)$ 。



(6) 試畫出下列一次函數的圖形：

- ① $y = 2x + 1$ ② $y = -3x - 2$

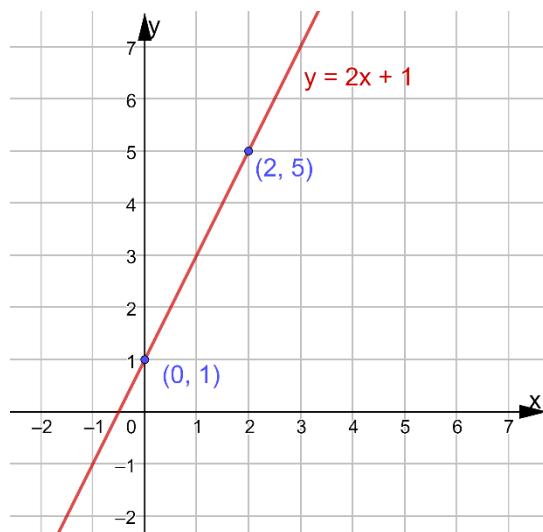
解：

①

因為 $y = 2x + 1$ 是1條直線，我們可以找出滿足 $y = 2x + 1$ 的2組解

x	0	2
y	1	5

接下來將這兩組解化為兩個點坐標 $(0, 1)$ 及 $(2, 5)$ 畫在坐標平面上後並將此兩點連成一條直線如右圖所示。

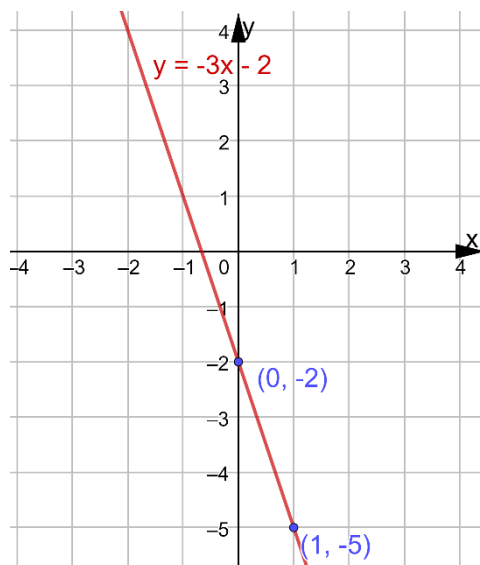


②

因為 $y = -3x - 2$ 是1條直線，我們可以找出滿足 $y = -3x - 2$ 的2組解

x	0	1
y	-2	-5

接下來將這2組解化為兩個點坐標 $(0, -2)$ 及 $(1, -5)$ 畫在坐標平面上後並將此2點連成一條直線如右圖所示。





隨堂練習

(1) 試畫出下列一次函數的圖形：

① $y = 2x + 3$ ② $y = -\frac{3}{2}x - 2$

◎常數函數 $y = b$ 在直角坐標平面上的圖形

(7) 巧果生機飲食店辦理「10 元裝到滿」的週年慶活動，顧客只要付 10 元買一個紙袋，就可以任你裝綜合堅果。假設裝入紙袋的綜合堅果重量為 x (公克)， y 表示參加「10 元裝到滿」活動所需的費用。

- ① 請寫出 y 與 x 的關係式，請問 y 是 x 的函數嗎？
 ② 請依上述題意完成下表，將上表五組數對 (x, y) 化為五個點坐標並在坐標平面上畫出此五點。

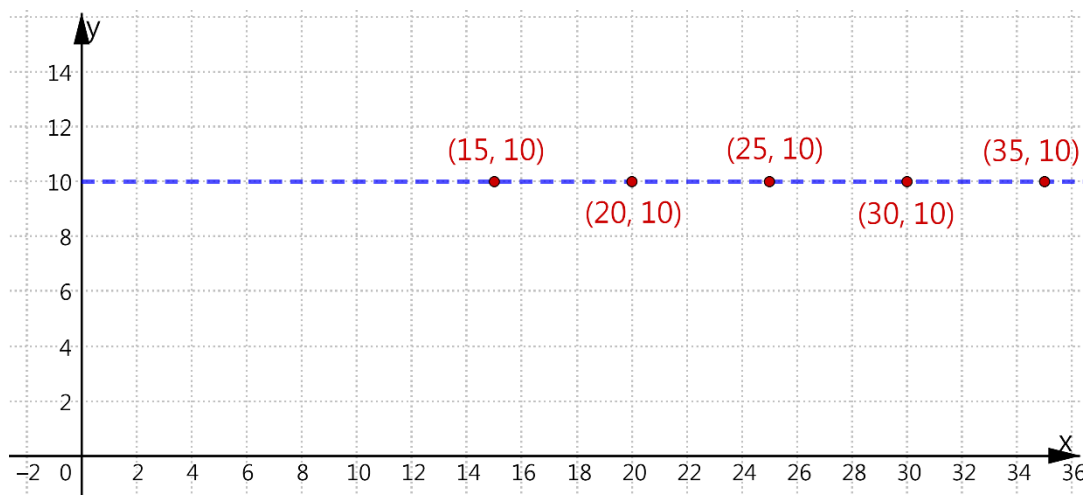
x (公克)	15	20	25	30	35
y (元)					

解：

- ① 無論裝了多少公克的堅果，都只需付 10 元，故 $y = 10$ ，我們也可以看成 $y = 0x + 10$ ，故 y 是 x 的函數。

②

x (公克)	15	20	25	30	35
y (元)	10	10	10	10	10





(8)依題(7)我們可以將參加「10元裝到滿」的週年慶活動的費用假設如下：

x 表示裝入紙袋綜合堅果的重量(公克)， y 表示參加活動的費用(元)

①試將 y 表示成 x 的函數關係式。

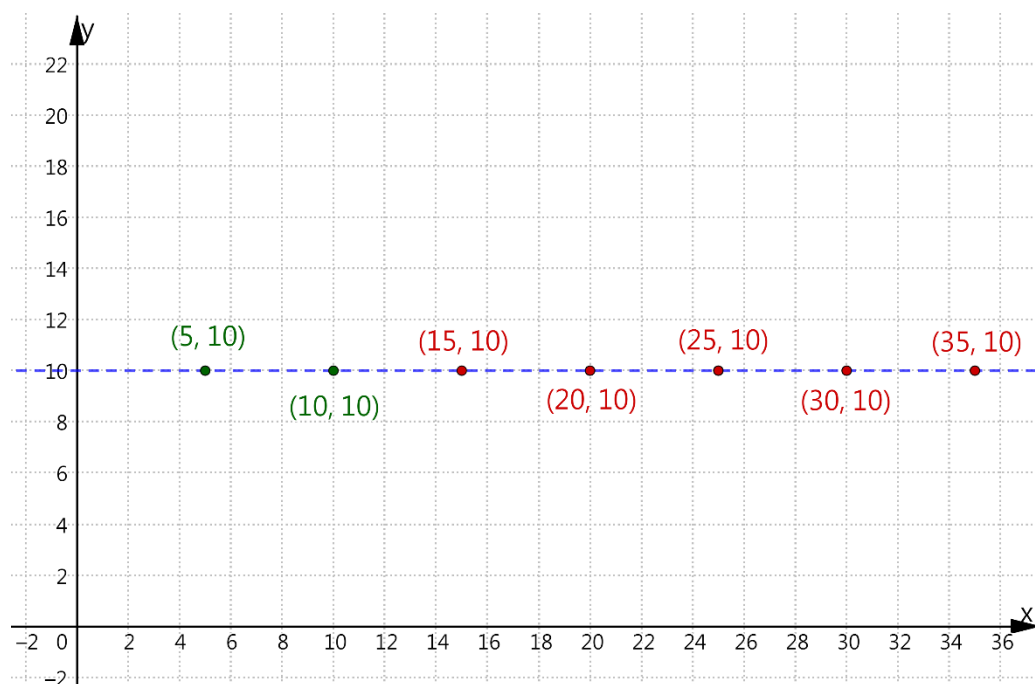
②將題(7)五組數對轉換成坐標平面上的五個點坐標後，我們發現這五點都落在一條直線上，利用這條直線所通過的點，代入①的函數關係式，看看是否可以使函數關係成立？

解：

① 當 $x=1、2、3、\dots$ 時，都是 $y=0x+10$ ，亦即 $y=10$

得到 y 可以寫成 x 的常數函數為 $y=10$

② 利用通過題(7)所描繪的五點之直線，我們隨意找到直線上兩個點(5,10)及(10,10)，將這兩個點坐標代入 $y=10$ (也就是 $y=0x+10$) 檢驗， $10=0\times 5+10$ 及 $10=0\times 10+10$ ，所以這兩個點可以使常數函數 $y=10$ 成立，也會落在 $y=10$ 的圖形上。



由上可知在直角坐標平面上：

常數函數 $y=b$ (也就是 $y=0x+b$) 的圖形為一條垂直於 y 軸的**水平線**。





(9) 試畫出下列常數函數的圖形：

- ① $y=2$ ② $y=-3$

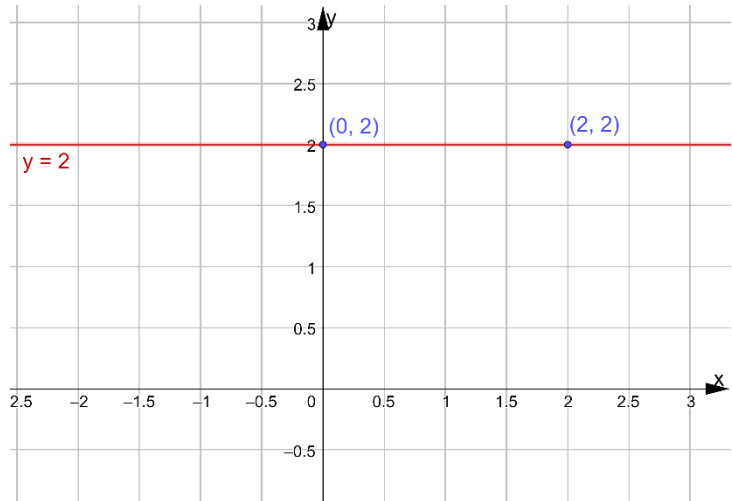
解：

①

因為 $y=2$ 是 1 條水平線，
我們可以找出滿足 $y=2$ 的
2 組解

x	0	2
y	2	2

接下來將這兩組解化為兩
個點坐標 $(0,2)$ 及 $(2,2)$ 畫在
坐標平面上後並將此兩點
連成一條直線如右圖所
示。

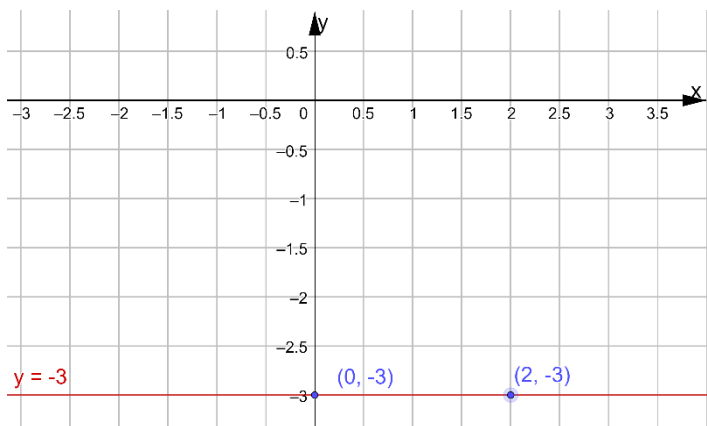


②

因為 $y=-3$ 是 1 條直線，我
們可以找出滿足 $y=-3$ 的
2 組解

x	0	2
y	-3	-3

接下來將這兩組解化為兩
個點坐標
 $(0,-3)$ 及 $(2,-3)$ 畫在坐標
平面上後並將此兩點連成
一條直線如右圖所示。



隨堂練習

(1) 試畫出下列常數函數的圖形：

- ① $y=3$ ② $y=-2\frac{1}{2}$



◎常數函數在直角坐標平面上下平移的圖形

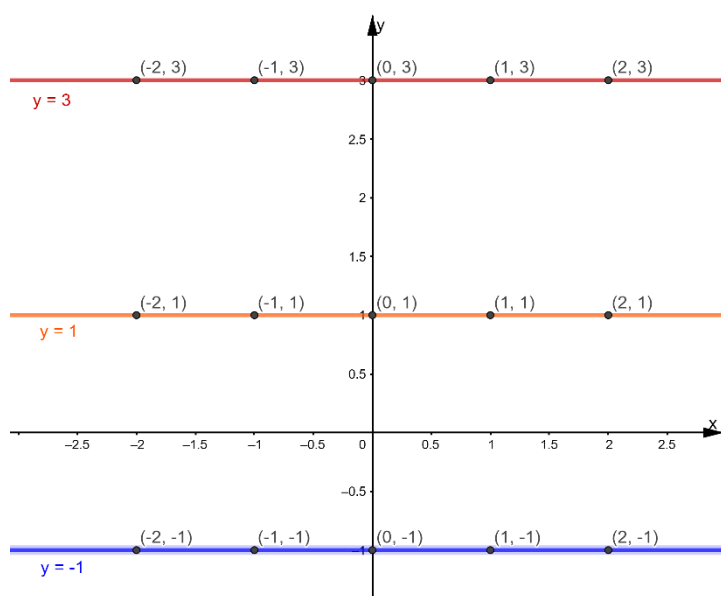
(10) 試在同一個直角坐標平面上畫出下列常數函數的圖形：

① $y=3$ ② $y=1$ ③ $y=-1$

解：

把 $y=1$ 看成 $y=0x+1$ ， $y=3$ 看成 $y=0x+3$ ， $y=-1$ 看成 $y=0x-1$

x 的值=	-2	-1	0	1	2
① $y=3$ ($y=0x+3$), y 的值=	3	3	3	3	3
② $y=1$ ($y=0x+1$), y 的值=	1	1	1	1	1
③ $y=-1$ ($y=0x-1$), y 的值=	-1	-1	-1	-1	-1



由圖形可以看出：

(1) 當 $x=-2$ 時，

常數函數 $y=3$ 上的點 $(-2, 3)$ 比 $y=1$ 上的點 $(-2, 1)$ 高 2 單位

常數函數 $y=-1$ 上的點 $(-2, -1)$ 比 $y=1$ 上的點 $(-2, 1)$ 低 2 單位

(2) 當 $x=-1$ 時，

常數函數 $y=3$ 上的點 $(-1, 3)$ 比 $y=1$ 上的點 $(-1, 1)$ 高 2 單位

常數函數 $y=-1$ 上的點 $(-1, -1)$ 比 $y=1$ 上的點 $(-1, 1)$ 低 2 單位

：

(3) 當 $x=2$ 時，

常數函數 $y=3$ 上的點 $(2, 3)$ 比 $y=1$ 上的點 $(2, 1)$ 高 2 單位

常數函數 $y=-1$ 上的點 $(2, -1)$ 比 $y=1$ 上的點 $(2, 1)$ 低 2 單位

因此常數函數 $y=3$ 的圖形可以視為將 $y=1$ 的圖形上移 2 單位。

同理，常數函數 $y=-1$ 的圖形可以視為將 $y=1$ 的圖形下移 2 單位。

由上可知，若 k 為正數，在直角坐標平面上將…

(1) 常數函數 $y=b$ 的圖形上移 k 單位會得到 $y=b+k$

(2) 常數函數 $y=b$ 的圖形下移 k 單位會得到 $y=b-k$

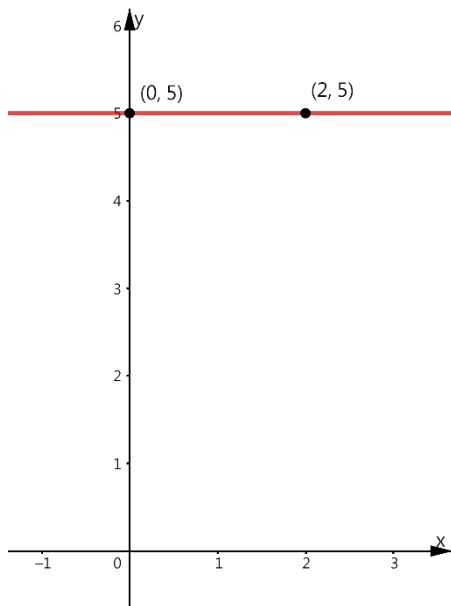


(11) ① 試繪出將常數函數 $y=2$ 圖形上移 3 單位所得圖形

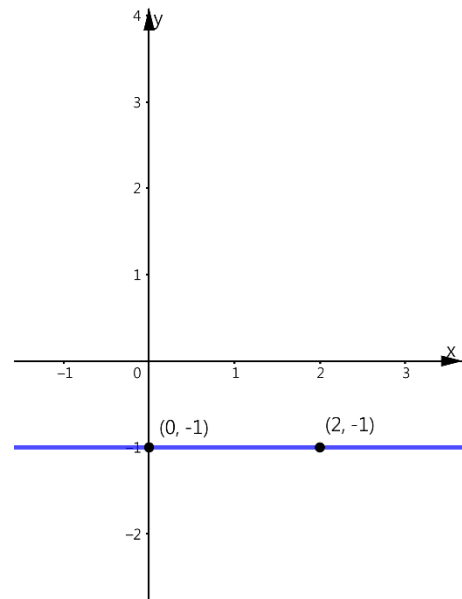
② 試繪出將常數函數 $y=2$ 圖形下移 3 單位所得圖形

解：

① 將 $y=2$ 的圖形上移 3 單位可得 $y=2+3$ ， $y=5$ 的圖形



② 將 $y=2$ 的圖形下移 3 單位可得 $y=2-3$ ， $y=-1$ 的圖形





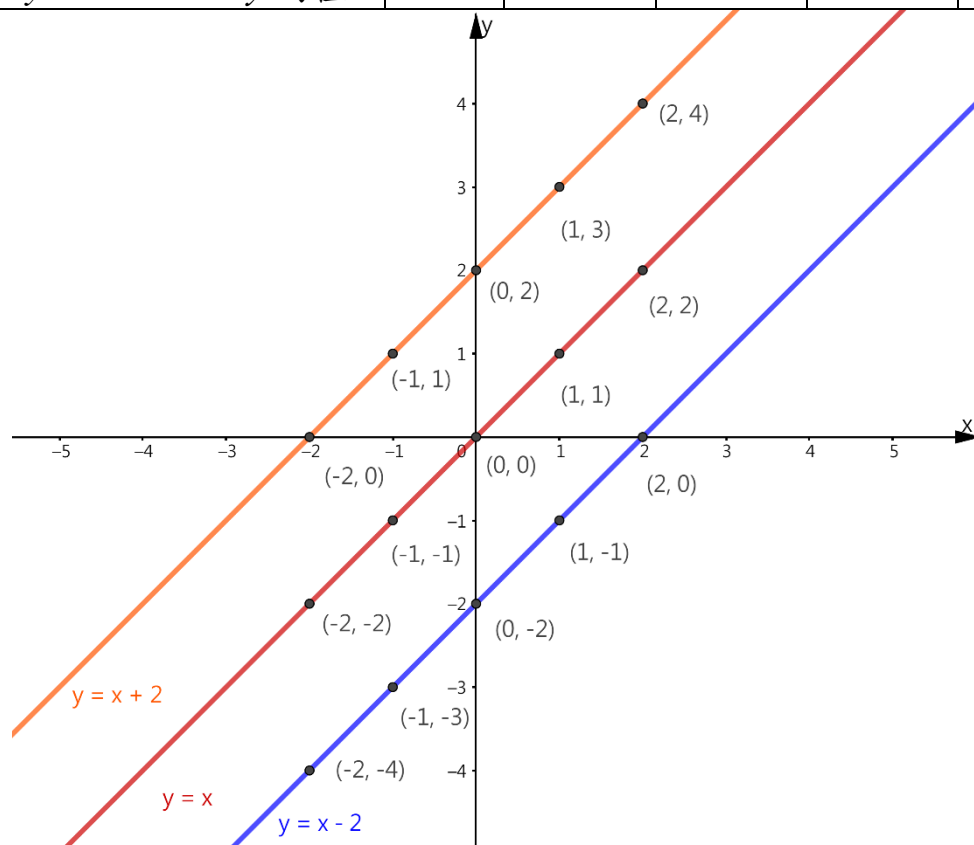
◎一次函數在直角坐標平面上下平移的圖形

(12) 試在同一個直角坐標平面上畫出下列一次函數的圖形：

① $y = x$ ② $y = x + 2$ ③ $y = x - 2$

解：

x 的值=	-2	-1	0	1	2
① $y = x$ y 的值=	-2	-1	0	1	2
② $y = x + 2$ y 的值=	0	1	2	3	4
③ $y = x - 2$ y 的值=	-4	-3	-2	-1	0



由圖形可以看出：

(1) 當 $x = -2$ 時，

一次函數 $y = x + 2$ 上的點 $(-2, 0)$ 比 $y = x$ 上的點 $(-2, -2)$ 高 2 單位

一次函數 $y = x - 2$ 上的點 $(-2, -4)$ 比 $y = x$ 上的點 $(-2, -2)$ 低 2 單位

(2) 當 $x = -1$ 時，

一次函數 $y = x + 2$ 上的點 $(-1, 1)$ 比 $y = x$ 上的點 $(-1, -1)$ 高 2 單位

一次函數 $y = x - 2$ 上的點 $(-1, -3)$ 比 $y = x$ 上的點 $(-1, -1)$ 低 2 單位

(3) 當 $x = 2$ 時，

一次函數 $y = x + 2$ 上的點 $(2, 4)$ 比 $y = x$ 上的點 $(2, 2)$ 高 2 單位

一次函數 $y = x - 2$ 上的點 $(2, 0)$ 比 $y = x$ 上的點 $(2, 2)$ 低 2 單位

因此一次函數 $y = x + 2$ 的圖形可以視為將 $y = x$ 的圖形上移 2 單位。

同理，一次函數 $y = x - 2$ 的圖形可以視為將 $y = x$ 的圖形下移 2 單位。



由上可知，若 k 為正數，在直角坐標平面上將...

(1) 一次函數 $y = ax$ 的圖形上移 k 單位會得到 $y = ax + k$

(2) 一次函數 $y = ax$ 的圖形下移 k 單位會得到 $y = ax - k$

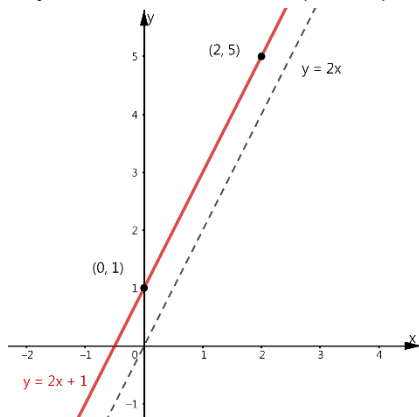


(13) ① 試繪出將一次函數 $y = 2x$ 圖形上移 1 單位所得圖形

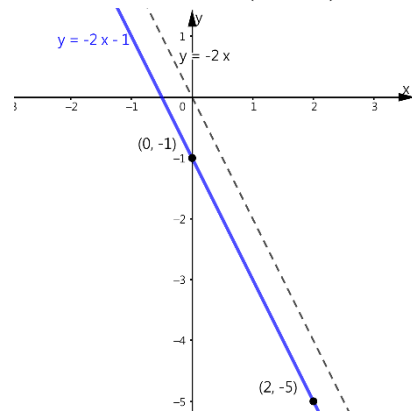
② 試繪出將一次函數 $y = -2x$ 圖形下移 1 單位所得圖形

解：

① 將 $y = 2x$ 的圖形上移 1 單位
可得 $y = 2x + 1$ 的圖形(紅線)



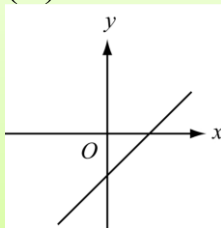
② 將 $y = -2x$ 的圖形下移 1 單位可得
 $y = -2x - 1$ 的圖形(藍線)



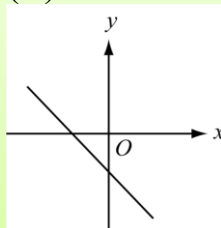
(14) ① 下列何者可能是 $y = x - 3$ 的圖形？

② 下列何者可能是 $y = -x + 2$ 的圖形？

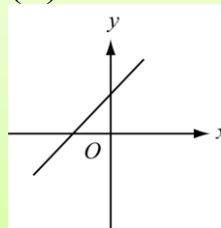
(A)



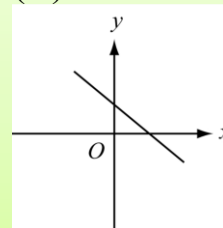
(B)



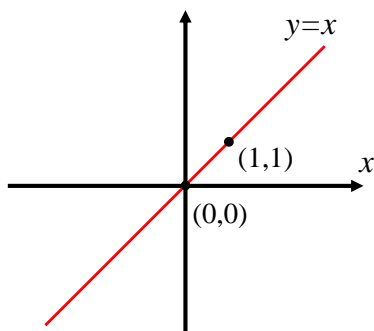
(C)



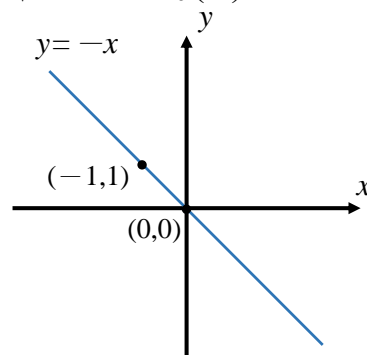
(D)



解：① 我們可以得到 $y = x$ 的圖形如下
圖紅線所示， $y = x - 3$ 視為
 $y = x$ 下移 3 單位，故選(A)



② 我們可以得到 $y = -x$ 的圖形如下圖
藍線所示， $y = -x + 2$ 視為 $y = -x$ 上
移 2 單位，故選(D)





小試身手

(1) 試畫出下列一次函數 $y = ax$ 的圖形：

① $y = -x$ ② $y = -\frac{1}{2}x$

(2) 試畫出下列一次函數 $y = ax + b$ 的圖形：

① $y = x + 2$ ② $y = -\frac{1}{2}x - 2$

(3) 試畫出下列常數函數 $y = b$ 的圖形：

① $y = 0$ ② $y = -1\frac{1}{2}$

(4) ①請問常數函數 $y = -3$ 的圖形會過第幾象限？

②請問一次函數 $y = -2x - 1$ 的圖形不過第幾象限？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

