

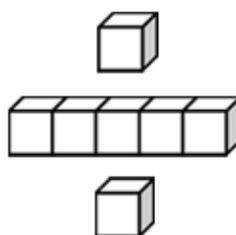
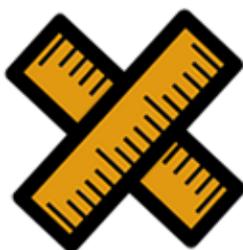


基本學習內容：NC-8-1-2

根式的四則運算

班級：_____

姓名：_____





◎ $n\sqrt{a}$ 的意義

- (1) ① 請將 $x+x+x$ 改寫成一個乘法算式，並簡記。
 ② 請將 $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$ 改寫成一個乘法算式，並簡記。

解：

- ① $x+x+x=x\times 3$ 或 $3\times x$ ，3 個 x 合起來可以簡記為 $3x$ 。
 ② $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}\times 3$ 或 $3\times\sqrt{2}$ ，3 個 $\sqrt{2}$ 合起來可以簡記為 $3\sqrt{2}$ 。

3 個 x 合起來記為 $3x$ ，3 個 $\sqrt{2}$ 合起來記為 $3\sqrt{2}$ ，所以 $3\sqrt{2}$ 就是 $\sqrt{2}$ 的 3 倍，同理 $\sqrt{2}$ 的 $\frac{5}{4}$ 倍就記為 $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ 。像這樣帶有根號的簡記稱為「根式」。例如： $3\sqrt{2}$ 、 $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ 、 $-2\sqrt{5}$ 、 $-\sqrt{7}$ 都是「根式」。



- (2) ① 簡記 $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$?

② 簡記 $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}$?

解：① $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

② $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}=10\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}$



隨堂練習

(1) 簡記 $\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{7}=?$

(2) 簡記 $\overbrace{\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}+\dots+\sqrt{5}}^{100\text{個}}=?$



(3) 計算下列各式：① $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ ② $12\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$ ③ $\frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$

解：① $3\sqrt{5}$ 是 3 個 $\sqrt{5}$ ， $4\sqrt{5}$ 是 4 個 $\sqrt{5}$ ，合起來就是 7 個 $\sqrt{5}$ ，

$$\text{所以 } 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

② $12\sqrt{3}$ 是 12 個 $\sqrt{3}$ ， $8\sqrt{3}$ 是 8 個 $\sqrt{3}$ ，因為 $12 - 8 = 4$

$$\text{所以 } 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

③ $\frac{2}{3}\sqrt{5}$ 是 $\frac{2}{3}$ 個 $\sqrt{5}$ ， $\frac{1}{4}\sqrt{5}$ 是 $\frac{1}{4}$ 個 $\sqrt{5}$ ，因為 $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

$$\text{所以 } \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{5} = \frac{11}{12}\sqrt{5}$$



隨堂練習

(1) 計算下列各式：① $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$ ② $15\sqrt{7} - 7\sqrt{7}$ ③ $\frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{5}{4}\sqrt{5}$

(4) ① $\frac{4\sqrt{10}}{7}$ 和下列哪些數相等？(a) $\frac{4 \times \sqrt{10}}{7}$ (b) $\frac{4}{7} \times \sqrt{10}$ (c) $\frac{4}{7}\sqrt{10}$

② $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 和下列哪些數相等？(a) $\sqrt{6} \div 3$ (b) $\sqrt{6} \times \frac{1}{3}$ (c) $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

解：① $\frac{4\sqrt{10}}{7} = \frac{4 \times \sqrt{10}}{7} = 4 \times \sqrt{10} \times \frac{1}{7} = (4 \times \frac{1}{7}) \times \sqrt{10} = \frac{4}{7} \times \sqrt{10} = \frac{4}{7}\sqrt{10}$

故 $\frac{4\sqrt{10}}{7}$ 和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。

② $\frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6} \div 3 = \sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$ ，故 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。



一般而言，若 $a \geq 0$ ， $c \neq 0$

(1) $b \times \sqrt{a}$ 或是 $\sqrt{a} \times b$ 可以簡記成 $b\sqrt{a}$

(2) $\frac{b}{c} \times \sqrt{a}$ 可以簡記成 $\frac{b\sqrt{a}}{c}$ 或 $\frac{b}{c}\sqrt{a}$

(3) $\sqrt{a} \div c$ 可以簡記成 $\frac{\sqrt{a}}{c}$ 或 $\frac{1}{c}\sqrt{a}$



(5) 計算下列各式的值：① $(-3) \times 2\sqrt{5}$ ② $7\sqrt{11} \div 4$ ③ $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5}$

解：① $(-3) \times 2\sqrt{5} = (-3) \times 2 \times \sqrt{5} = -6 \times \sqrt{5} = -6\sqrt{5}$

② $7\sqrt{11} \div 4 = 7 \times \sqrt{11} \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4}\sqrt{11}$ 或 $\frac{7\sqrt{11}}{4}$

③ $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} \times \sqrt{3} = \frac{8}{35} \sqrt{3}$ 或 $\frac{8\sqrt{3}}{35}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式的值：① $4 \times (-2\sqrt{3})$ ② $5\sqrt{10} \div 6$ ③ $\frac{4}{5} \times \frac{10\sqrt{2}}{3}$



◎ 根式的乘除運算

(6) 請使用計算機計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ ，並觀察 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ 和 $\sqrt{2 \times 3}$ 的關係。

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{} \rightarrow =$

得到 2.449489743

② 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2 \times 3}$ ：

鍵入 $2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2 \times 3}$ ：

方法一： 鍵入 $2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

方法二： 鍵入 $[(\text{---}) \rightarrow 2 \rightarrow \times \rightarrow 3 \rightarrow \text{---}] \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{}$

得到 2.449489743

由①②的結果可以發現 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ 。

(7) ① 甲正方形的邊長為 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ，乙正方形的邊長為 $\sqrt{2 \times 5}$ ，

請問甲、乙兩個正方形面積一樣大嗎？

② 請問 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 和 $\sqrt{2 \times 5}$ 相等嗎？

解：① 甲正方形的面積 $= (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 2 \times 5 = 10$

乙正方形的面積 $= (\sqrt{2 \times 5}) \times (\sqrt{2 \times 5}) = \sqrt{10} \times \sqrt{10} = (\sqrt{10})^2 = 10$

所以甲、乙兩個正方形的面積一樣大。

② 因為甲、乙兩個正方形的面積相等，邊長也相等，所以 $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$

重點整理

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \text{ 其中 } a \geq 0, b \geq 0$$



(8) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

- ① $\sqrt{5} \times \sqrt{7}$
 ② $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

解：① $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

② 方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$

方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} = \sqrt{30}$

(9) 將算式 $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7}$ 化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

解： $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} = 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{7} = (2 \times 3) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{7}) = 6 \times \sqrt{5 \times 7} = 6\sqrt{35}$

重點整理

$$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}, \text{ 其中 } b, d \text{ 皆為正數。}$$

(10) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

- ① $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2}$ ② $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}$

解：① 方法一：把 $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ 改記為 $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

$$\text{原式} = 4\sqrt{7} \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = (4 \times \frac{5}{2}) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3}) = 10 \times \sqrt{21} = 10\sqrt{21}$$

方法二： $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{7}}{1} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{(4^2 \times 5) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3})}{1 \times 2^1} = 10\sqrt{21}$

② 方法一：把 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 改記為 $\frac{1}{4}\sqrt{7}$

$$\text{原式} = (-\sqrt{3}) \times \frac{1}{4}\sqrt{7} = [(-1) \times \sqrt{3}] \times (\frac{1}{4} \times \sqrt{7}) = -\frac{1}{4}\sqrt{21}$$

方法二： $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{(-\sqrt{3})}{1} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{-\sqrt{21}}{4}$

③ $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{(-1 \times 4^2)}{2^1 \times 3} \times (\sqrt{\frac{4^2}{3^1} \times \frac{9^3}{2^1}}) = -\frac{2}{3}\sqrt{6}$



隨堂練習

(1) 將下列算式化簡成 \sqrt{a} 的形式，其中 a 為正整數。

① $3\sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{3}}{7}$ ② $\sqrt{7} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$ ③ $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{3}} \times \left(-\frac{6}{7}\sqrt{\frac{9}{5}}\right)$

(11) 試比較 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$ 的大小關係。

解：

方法一： 假設甲、乙兩正方形的邊長分別為 $2\sqrt{3}$ 及 $3\sqrt{2}$
 甲的面積 = $2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3 \times 3} = 4 \times 3 = 12$
 乙的面積 = $3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2 \times 2} = 9 \times 2 = 18$
 因為甲正方形的面積 12 比乙正方形面積 18 小，
 所以甲邊長 $2\sqrt{3}$ 比乙邊長 $3\sqrt{2}$ 小，得到 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



方法二： 先比較 $(2\sqrt{3})^2$ 和 $(3\sqrt{2})^2$ 的大小
 $(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3 \times 3} = 4 \times 3 = 12$
 $(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2 \times 2} = 9 \times 2 = 18$
 得 $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ ，所以 $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



(12) 請問 $\sqrt{2^5}$ 和 $(\sqrt{2})^5$ 一樣大嗎？

解：方法一： $(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^5}$

方法二： $\sqrt{2^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5$

所以 $\sqrt{2^5}$ 和 $(\sqrt{2})^5$ 一樣大。

重點整理

$$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n, \text{ 其中 } n \text{ 為正整數}$$



- (13) ① 請問 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大嗎？
 ② $\sqrt{32} = a\sqrt{2}$ ， a 是正整數，請問 a 是多少？
 ③ $\sqrt{12} = b\sqrt{3}$ ， b 是正整數，請問 b 是多少？
 ④ $\sqrt{216} = c\sqrt{6}$ ， c 是正整數，請問 c 是多少？

- 解： ① $\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，得到 $\sqrt{2^3}$ 和 $2\sqrt{2}$ 一樣大
- ② $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = (\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$
 $= (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 得到 $a = 4$
- ③ $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，得到 $b = 3$
- ④ $\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}$
 $= (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$
 得到 $c = 6$

重點整理

(1) 像這種 $r\sqrt{n}$ 的形式，其中 r 為整數或分數，正整數 n 的標準分解式中每一個質因數的指數都是 1 次方，我們稱 $r\sqrt{n}$ 為**最簡根式**。

(2) 要將根式化成最簡根式 $r\sqrt{n}$ 的形式時，先將 n 化成標準分解式，再利用 $\sqrt{p} \times \sqrt{p} = p$ 化簡，最後再將剩下的一些 \sqrt{q} 合併成一個根式。

例如：
$$\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2})(\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3})$$

$$= (2 \times \sqrt{2}) \times (3 \times \sqrt{3}) = (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$



(14) 請判斷 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、……、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$ 哪些是最簡根式？

解：

所有質因數的指數都是 1 次方， 所以下列根式都是最簡根式。		有些質因數的指數不是 1 次方， 所以下列根式都不是最簡根式。	
$\sqrt{2}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$	$\sqrt{16} = \sqrt{2^4}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$	$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7}$	$\sqrt{9} = \sqrt{3^2}$	$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5}$
$\sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3}$	$\sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5}$	$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3}$	
$\sqrt{7}$	$\sqrt{17}$		
$\sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5}$	$\sqrt{19}$		

(15) 請將下列根式化為最簡根式：① $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5}$ ② $\sqrt{40}$ ③ $\frac{2}{5}\sqrt{18}$

解：① $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{10} = 6\sqrt{10}$

② $\sqrt{40} = \sqrt{2^3 \times 5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10}$

得到 $\sqrt{40}$ 的最簡根式為 $2\sqrt{10}$

③ $\frac{2}{5}\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = \frac{2}{5} \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{2}{5} \times 3 \times \sqrt{2} = \frac{6}{5}\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$

得到 $\frac{2}{5}\sqrt{18}$ 的最簡根式為 $\frac{6}{5}\sqrt{2}$ (或 $\frac{6\sqrt{2}}{5}$)



隨堂練習

(1) 請將下列根式化為最簡根式：① $\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7}$ ② $\sqrt{90}$ ③ $\frac{3}{4}\sqrt{32}$



(16) 請將下列算式化為最簡根式：① $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8}$ ② $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10}$

解：① 方法一：
$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 3 \times 8} = \sqrt{2 \times 3 \times 2^3} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$$

方法二：
$$\begin{aligned} \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} &= \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2^3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times (\sqrt{2})^3 \\ &= (\sqrt{2})^4 \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

② 方法一：
$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} &= \sqrt{480} = \sqrt{2^5 \times 3 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2 \times 3 \times 5} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30} \end{aligned}$$

方法二：
$$\begin{aligned} \sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} &= (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \\ &= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30} \end{aligned}$$



隨堂練習

(1) 請將下列算式的值化成最簡根式：① $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{125}$ ② $\sqrt{10} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15}$

(17) ① 請問 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大嗎？ ② 請問 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 一樣大嗎？

解：①
$$\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2}{5}$$
；另外
$$\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5}$$

因為 $\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2$ ，所以 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ 和 $\sqrt{\frac{2}{5}}$ 一樣大。

②
$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$$
；另外
$$\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$$

因為 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$ ，所以 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 一樣大。



重點整理

(1) $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$ ，其中 $a、b$ 是正數 (2) $\frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{1}{a}}$ ，其中 a 是正數

(18) 請計算下列算式的值：① $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}$

解：① 方法一： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

方法二： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

② 方法一： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21}{6}} \times \sqrt{\frac{18}{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

方法二： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$



隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：① $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$ ② $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{7}}$

(19) 請計算下列算式的值：① $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7}$ ② $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8}$

解：① $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7} = (-\sqrt{35}) \times \frac{1}{\sqrt{7}} = -\sqrt{35 \times \frac{1}{7}} = -\sqrt{5}$

② $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8} = 2\sqrt{24} \times \frac{1}{3\sqrt{8}} = (2 \times \frac{1}{3}) \times (\sqrt{24} \times \frac{1}{\sqrt{8}}) = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{24}{8}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$



隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：① $\sqrt{65} \div \sqrt{13}$ ② $3\sqrt{40} \div (-2\sqrt{8})$

(20) 比比看，下列兩組根式都一樣大嗎？① $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

解：① $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

因為 $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 一樣大。

② $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = \frac{2}{3}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{6}}{3})^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

因為 $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{6}}{3})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 一樣大。

① $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的最簡根式是 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 的最簡根式別是 $\frac{\sqrt{6}}{3}$



(21) 請問 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大嗎？

解： $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = \frac{b}{a}$ ；另外 $(\frac{\sqrt{ab}}{a})^2 = \frac{\sqrt{ab}}{a} \times \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{ab}{a \times a} = \frac{b}{a}$

因為 $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = (\frac{\sqrt{ab}}{a})^2$ ，所以 $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 和 $\frac{\sqrt{ab}}{a}$ 一樣大。



重點整理

$$\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a} \quad \text{例如：} \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5 \times 7}}{7} = \frac{\sqrt{35}}{7}, \quad \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3 \times 10}}{10} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

(22) 請將下列算式化成最簡根式：① $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}}$ ② $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}}$

解：① $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{5 \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}} = \sqrt{5 \times \frac{1}{\cancel{2}^1} \times \frac{\cancel{4}^2}{3}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{10 \times 3}}{3} = \frac{\sqrt{30}}{3}$

因為 $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，所以 $\frac{\sqrt{30}}{3}$ 是最簡根式。

② $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{4} \times \frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$



隨堂練習

(1) 請將下列算式化成最簡根式：① $\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{4}{5}}$ ② $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{5}{4}} \times \sqrt{\frac{9}{6}}$



基本學習內容：NC-8-1-2

◎ 同類方根

(23) ① 請檢查下列根式是否為最簡根式，若不是請化為最簡根式。

$$\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}, \sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}, \sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

② 哪些根式是 $\sqrt{2}$ 的分數倍？③ 哪些根式是 $\sqrt{3}$ 的分數倍？④ 哪些根式是 $\sqrt{6}$ 的分數倍？

解：①

$\sqrt{18}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\sqrt{8}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$-3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$\sqrt{12}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$3\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$\sqrt{24}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{54}$ 不是最簡根式。 $-\sqrt{54} = -\sqrt{2 \times 3^3} = -3\sqrt{6}$ 是最簡根式。
$4\sqrt{6}$ 是最簡根式	$\frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$ 是最簡根式。

② $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 是 $\sqrt{2}$ 的分數倍。③ $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$ 是 $\sqrt{3}$ 的分數倍。④ $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$ 是 $\sqrt{6}$ 的分數倍。

當兩個或兩個以上的根式分別化為形如 $r\sqrt{n}$ 的最簡根式後，若根號內的數 n 相同，就稱它們都是 \sqrt{n} 的同類方根。

例如：(1) $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根。

(2) $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, \sqrt{27}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$ 都是 $\sqrt{3}$ 的同類方根。

(3) $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$ 都是 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



如果有幾個根式都是最簡根式 \sqrt{n} 的同類方根，我們也稱這幾個根式為同類方根。例如： $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根，我們也稱 $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 為同類方根。



(24) 先將下列各數化成最簡根式，再依同類方根分類：

① $\sqrt{12}$ ② $\sqrt{27}$ ③ $\sqrt{24}$ ④ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$

解：① $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$

④ $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

得到 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{27}$ 及 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 為 $\sqrt{3}$ 的同類方根； $\sqrt{24}$ 及 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 為 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



隨堂練習

(1) 請問下列哪一個根式和其他根式不是同類方根？

① $\sqrt{10}$ ② $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ③ $\sqrt{20}$ ④ $\sqrt{0.8}$



◎ 根式的加減法

(25) ① 請使用計算機檢驗 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 結果會不會等於 $\sqrt{2+3}$?

② 你覺得 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 可以記為 $\sqrt{2+3}$ 嗎?

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入 $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\sqrt{}} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\sqrt{}} \rightarrow \boxed{=}$

得到 3.14626437

用「一般計算機」計算 $\sqrt{2+3}$ ：

鍵入 $\boxed{2} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{\sqrt{}}$

得到 2.23606798

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入 $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{}} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{}} \rightarrow \boxed{=}$

得到 3.14626437

用「科學型計算機」計算 $\sqrt{2+3}$ ：

方法一：鍵入 $\boxed{2} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{}}$

方法二：鍵入 $\boxed{[(\text{---})} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{+} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{---]} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{}}$

得到 2.23606798

因為 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3.14626437 > \sqrt{2+3} \approx 2.23606798$ ，

所以 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$

② 由①得到 $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$ ，故 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 不可以記為 $\sqrt{2+3}$ 。就如同在學二元一次方程式的時候，因為 x 和 y 視為不同的單位量，因此無法合併，故 $x + y$ 、 $2x + 3y$ 都無法再合併。



隨堂練習

(1) 你覺得 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 可以記為 $\sqrt{3-2}$ 嗎?



- (1) 因為 $1+\sqrt{2}$ 沒辦法寫成 $r\sqrt{n}$ 的形式，我們稱 $a+b\sqrt{2}$ 也是最簡根式。
同理 $a+b\sqrt{3}$ 、 $a+b\sqrt{5}$... 這些也是最簡根式。 $(a, b \neq 0)$
- (2) 因為 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 也無法合併成 $r\sqrt{n}$ ，我們也稱 $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 、 $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$ 、...是最簡根式。

重點整理

n 為正數，則 (1) $(a_1 + b_1\sqrt{n}) + (a_2 + b_2\sqrt{n}) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)\sqrt{n}$

(2) $(a_1 + b_1\sqrt{n}) - (a_2 + b_2\sqrt{n}) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)\sqrt{n}$

(26) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $2 + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$ ② $5 + 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$ ③ $7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

解：① $2 + 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 2 + (3 + 4)\sqrt{5} = 2 + 7\sqrt{5}$

② $5 - 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 5 + (12 - 8)\sqrt{3} = 5 + 4\sqrt{3}$

③ $7\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = (7 + 5)\sqrt{3} + (6 - 3)\sqrt{2} = 12\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $10 + 4\sqrt{11} + 6\sqrt{11}$ ② $5 + 17\sqrt{5} - 12\sqrt{5}$ ③ $8\sqrt{5} - 5\sqrt{5} - 6\sqrt{3} + \sqrt{3}$



(27) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

$$\textcircled{1} \quad 3\sqrt{27} + \sqrt{243} \quad \textcircled{2} \quad \sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2} \quad \textcircled{3} \quad \sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$$

解： $\textcircled{1}$

$$\begin{aligned} 3\sqrt{27} + \sqrt{243} &= 3 \times \sqrt{3^3} + \sqrt{3^5} = 3 \times (\sqrt{3})^3 + (\sqrt{3})^5 \\ &= 3 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \\ &= 3 \times 3 \times \sqrt{3} + 3 \times 3 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = (9+9) \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\textcircled{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2} &= \sqrt{2^3} - 2 \times \sqrt{2^5} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} - 2 \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{2} - 8 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} = (2-8+3) \times \sqrt{2} = -3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\textcircled{3}$

$$\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 3}}{3} - \frac{\sqrt{3 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{3} - \frac{\sqrt{15}}{5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \sqrt{15} = \frac{2}{15} \sqrt{15}$$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

$$\textcircled{1} \quad 5\sqrt{32} + \sqrt{128} \quad \textcircled{2} \quad \sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{8} \quad \textcircled{3} \quad \sqrt{\frac{5}{7}} - \sqrt{\frac{7}{5}}$$

乘法公式： $\textcircled{1} \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\textcircled{2} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$\textcircled{3} \quad (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



(28) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ ② $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ③ $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

解： ① $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{18} + \sqrt{6}$
 $= \sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{6} = \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 + \sqrt{6} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$

② 用 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ，設 $a = \sqrt{6}$ ， $b = \sqrt{2}$
 $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2$
 $= 8 + 2\sqrt{2^2 \times 3} = 8 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$

③ 用 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ ，設 $a = \sqrt{5}$ ，
 $b = \sqrt{2}$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $\sqrt{5}(\sqrt{12} - \sqrt{10})$ ② $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$ ③ $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

(29) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

① $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2})$ ② $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$

解： ① $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2}) = 7\sqrt{6} + 2 \times \sqrt{3^3} \times (-1) \times \sqrt{2}$
 $= 7\sqrt{6} + 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \times (-1) \times \sqrt{2} = 7\sqrt{6} + [2 \times 3 \times (-1)] \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2})$
 $= 7\sqrt{6} + (-6\sqrt{6}) = (7 - 6) \times \sqrt{6} = \sqrt{6}$

② $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6} = \sqrt{24} \times 2 \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{12} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$
 $= 2 \times \sqrt{24 \times 3} - 2 \times \sqrt{\frac{12}{6}} = 2 \times \sqrt{2^3 \times 3^2} - 2 \times \sqrt{2}$
 $= 2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

$$\textcircled{1} -2\sqrt{63} + \sqrt{84} \times \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \textcircled{2} \sqrt{24} \times 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$$



小試身手

(1) 將下列各式化為最簡根式： $\textcircled{1} \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5}$ $\textcircled{2} \frac{3}{\sqrt{24}}$ $\textcircled{3} \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{45}}$ $\textcircled{4} \sqrt{2.4}$

(2) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \frac{2}{3}\sqrt{12} \times \frac{5}{4}\sqrt{8} \quad \textcircled{2} \sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{12}{25}} \quad \textcircled{3} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$$

(3) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \sqrt{72} - \sqrt{50} \quad \textcircled{2} \frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{48} \quad \textcircled{3} 3\sqrt{24} + \sqrt{96} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$$

(4) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

$$\textcircled{1} \sqrt{6} - \sqrt{8}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \quad \textcircled{2} (\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 \quad \textcircled{3} (2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$$



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

