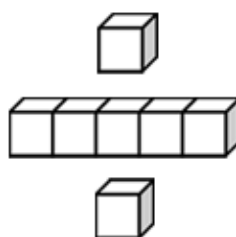


# 基本學習內容：NC-8-1-2

## 根式的四則運算

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_







基本學習內容：NC-8-1-2

◎ $n\sqrt{a}$  的意義

- (1) ① 請將  $x+x+x$  改寫成一個乘法算式，並簡記。  
 ② 請將  $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$  改寫成一個乘法算式，並簡記。

解：

- ①  $x+x+x=x\times 3$  或  $3\times x$ ，3 個  $x$  合起來可以簡記為  $3x$ 。  
 ②  $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}=\sqrt{2}\times 3$  或  $3\times\sqrt{2}$ ，3 個  $\sqrt{2}$  合起來可以簡記為  $3\sqrt{2}$ 。

3 個  $x$  合起來記為  $3x$ ，3 個  $\sqrt{2}$  合起來記為  $3\sqrt{2}$ ，所以  $3\sqrt{2}$  就是  $\sqrt{2}$  的 3 倍，同理  $\sqrt{2}$  的  $\frac{5}{4}$  倍就記為  $\frac{5}{4}\sqrt{2}$ 。像這樣帶有根號的簡記稱為「根式」。例如： $3\sqrt{2}$ 、 $\frac{5}{4}\sqrt{3}$ 、 $-2\sqrt{5}$ 、 $-\sqrt{7}$  都是「根式」。



- (2) ① 簡記  $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}$ ？

② 簡記  $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}$ ？

解：①  $\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

②  $\overbrace{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\dots+\sqrt{2}}^{10\text{個}}=10\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}$



## 隨堂練習

(1) 簡記  $\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{7}=?$

(2) 簡記  $\overbrace{\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}+\dots+\sqrt{5}}^{100\text{個}}=?$



(3) 計算下列各式：①  $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$     ②  $12\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$     ③  $\frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{5}$

解：①  $3\sqrt{5}$  是 3 個  $\sqrt{5}$ ， $4\sqrt{5}$  是 4 個  $\sqrt{5}$ ，合起來就是 7 個  $\sqrt{5}$ ，

$$\text{所以 } 3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$$

②  $12\sqrt{3}$  是 12 個  $\sqrt{3}$ ， $8\sqrt{3}$  是 8 個  $\sqrt{3}$ ，因為  $12 - 8 = 4$

$$\text{所以 } 12\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

③  $\frac{2}{3}\sqrt{5}$  是  $\frac{2}{3}$  個  $\sqrt{5}$ ， $\frac{1}{4}\sqrt{5}$  是  $\frac{1}{4}$  個  $\sqrt{5}$ ，因為  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$

$$\text{所以 } \frac{2}{3}\sqrt{5} + \frac{1}{4}\sqrt{5} = \frac{11}{12}\sqrt{5}$$



### 隨堂練習

(1) 計算下列各式：①  $5\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$     ②  $15\sqrt{7} - 7\sqrt{7}$     ③  $\frac{3}{2}\sqrt{5} - \frac{5}{4}\sqrt{5}$

(4) ①  $\frac{4\sqrt{10}}{7}$  和下列哪些數相等？(a)  $\frac{4 \times \sqrt{10}}{7}$  (b)  $\frac{4}{7} \times \sqrt{10}$  (c)  $\frac{4}{7}\sqrt{10}$

②  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  和下列哪些數相等？(a)  $\sqrt{6} \div 3$  (b)  $\sqrt{6} \times \frac{1}{3}$  (c)  $\frac{1}{3}\sqrt{6}$

解：①  $\frac{4\sqrt{10}}{7} = \frac{4 \times \sqrt{10}}{7} = 4 \times \sqrt{10} \times \frac{1}{7} = (4 \times \frac{1}{7}) \times \sqrt{10} = \frac{4}{7} \times \sqrt{10} = \frac{4}{7}\sqrt{10}$

故  $\frac{4\sqrt{10}}{7}$  和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。

②  $\frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{6} \div 3 = \sqrt{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \sqrt{6} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$ ，故  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  和 (a)、(b)、(c) 的值都相等。

一般而言，若  $a \geq 0$ ， $c \neq 0$

(1)  $b \times \sqrt{a}$  或是  $\sqrt{a} \times b$  可以簡記成  $b\sqrt{a}$

(2)  $\frac{b}{c} \times \sqrt{a}$  可以簡記成  $\frac{b\sqrt{a}}{c}$  或  $\frac{b}{c}\sqrt{a}$

(3)  $\sqrt{a} \div c$  可以簡記成  $\frac{\sqrt{a}}{c}$  或  $\frac{1}{c}\sqrt{a}$



(5) 計算下列各式的值：①  $(-3) \times 2\sqrt{5}$     ②  $7\sqrt{11} \div 4$     ③  $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5}$

解：①  $(-3) \times 2\sqrt{5} = (-3) \times 2 \times \sqrt{5} = -6 \times \sqrt{5} = -6\sqrt{5}$

②  $7\sqrt{11} \div 4 = 7 \times \sqrt{11} \times \frac{1}{4} = 7 \times \frac{1}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4} \times \sqrt{11} = \frac{7}{4}\sqrt{11}$  或  $\frac{7\sqrt{11}}{4}$

③  $\frac{4}{7} \times \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2 \times \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{7} \times \frac{2}{5} \times \sqrt{3} = \frac{8}{35} \sqrt{3}$  或  $\frac{8\sqrt{3}}{35}$



### 隨堂練習

(1) 計算下列各式的值：①  $4 \times (-2\sqrt{3})$     ②  $5\sqrt{10} \div 6$     ③  $\frac{4}{5} \times \frac{10\sqrt{2}}{3}$



## ◎ 根式的乘除運算

(6) 請使用計算機計算  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$  和  $\sqrt{2 \times 3}$ ，並觀察  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$  和  $\sqrt{2 \times 3}$  的關係。

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入  $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \rightarrow \boxed{=}$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算  $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ ：

鍵入  $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \rightarrow \boxed{=}$

得到 2.449489743

② 用「一般計算機」計算  $\sqrt{2 \times 3}$ ：

鍵入  $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=}$  →  $\boxed{\sqrt{\phantom{x}}}$

得到 2.449489743

用「科學型計算機」計算  $\sqrt{2 \times 3}$ ：

方法一： 鍵入  $\boxed{2} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{=}$  →  $\boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}}$

方法二： 鍵入  $\boxed{[(\text{---})]} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{\times} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{[\text{---}]}$  →  $\boxed{\text{Shift}} \rightarrow \boxed{\sqrt{\phantom{x}}}$

得到 2.449489743

由①②的結果可以發現  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3}$ 。

(7) ① 甲正方形的邊長為  $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ ，乙正方形的邊長為  $\sqrt{2 \times 5}$ ，

請問甲、乙兩個正方形面積一樣大嗎？

② 請問  $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$  和  $\sqrt{2 \times 5}$  相等嗎？

解：① 甲正方形的面積  $= (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 2 \times 5 = 10$

乙正方形的面積  $= (\sqrt{2 \times 5}) \times (\sqrt{2 \times 5}) = \sqrt{10} \times \sqrt{10} = (\sqrt{10})^2 = 10$

所以甲、乙兩個正方形的面積一樣大。

② 因為甲、乙兩個正方形的面積相等，邊長也相等，所以  $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 5}$

### 重點整理

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}, \text{ 其中 } a \geq 0, b \geq 0$$



(8) 將下列算式化簡成  $\sqrt{a}$  的形式，其中  $a$  為正整數。

- ①  $\sqrt{5} \times \sqrt{7}$   
 ②  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5}$

解：①  $\sqrt{5} \times \sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

② 方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3} \times \sqrt{5} = \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{6 \times 5} = \sqrt{30}$

方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{2 \times 3 \times 5} = \sqrt{30}$

(9) 將算式  $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7}$  化簡成  $\sqrt{a}$  的形式，其中  $a$  為正整數。

解： $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{7} = 2 \times \sqrt{5} \times 3 \times \sqrt{7} = (2 \times 3) \times (\sqrt{5} \times \sqrt{7}) = 6 \times \sqrt{5 \times 7} = 6\sqrt{35}$

### 重點整理

$a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c) \times \sqrt{b \times d}$ ，其中  $b, d$  皆為正數。

(10) 將下列算式化簡成  $\sqrt{a}$  的形式，其中  $a$  為正整數。

- ①  $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2}$     ②  $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4}$     ③  $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}$

解：① 方法一：把  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$  改記為  $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

$$\text{原式} = 4\sqrt{7} \times \frac{5}{2}\sqrt{3} = (4 \times \frac{5}{2}) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3}) = 10 \times \sqrt{21} = 10\sqrt{21}$$

方法二： $4\sqrt{7} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{7}}{1} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{(4^2 \times 5) \times (\sqrt{7} \times \sqrt{3})}{1 \times 2^1} = 10\sqrt{21}$

② 方法一：把  $\frac{\sqrt{7}}{4}$  改記為  $\frac{1}{4}\sqrt{7}$

$$\text{原式} = (-\sqrt{3}) \times \frac{1}{4}\sqrt{7} = [(-1) \times \sqrt{3}] \times (\frac{1}{4} \times \sqrt{7}) = -\frac{1}{4}\sqrt{21}$$

方法二： $(-\sqrt{3}) \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{(-\sqrt{3})}{1} \times \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{-\sqrt{21}}{4}$

③  $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{3}} \times \frac{4}{3}\sqrt{\frac{9}{2}} = (\frac{-1}{2^1} \times \frac{4^2}{3}) \times (\sqrt{\frac{4^2}{3^1}} \times \frac{9^3}{2^1}) = -\frac{2}{3}\sqrt{6}$



### 隨堂練習

(1) 將下列算式化簡成  $\sqrt{a}$  的形式，其中  $a$  為正整數。

①  $3\sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{3}}{7}$     ②  $\sqrt{7} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$     ③  $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{10}{3}} \times \left(-\frac{6}{7}\sqrt{\frac{9}{5}}\right)$

(11) 試比較  $2\sqrt{3}$  及  $3\sqrt{2}$  的大小關係。

解：

**方法一：** 假設甲、乙兩正方形的邊長分別為  $2\sqrt{3}$  及  $3\sqrt{2}$   
 甲的面積  $= 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3 \times 3} = 4 \times 3 = 12$   
 乙的面積  $= 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2 \times 2} = 9 \times 2 = 18$   
 因為甲正方形的面積 12 比乙正方形面積 18 小，  
 所以甲邊長  $2\sqrt{3}$  比乙邊長  $3\sqrt{2}$  小，得到  $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



**方法二：** 先比較  $(2\sqrt{3})^2$  和  $(3\sqrt{2})^2$  的大小  
 $(2\sqrt{3})^2 = 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = (2 \times 2) \times \sqrt{3 \times 3} = 4 \times 3 = 12$   
 $(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = (3 \times 3) \times \sqrt{2 \times 2} = 9 \times 2 = 18$   
 得  $(2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2$ ，所以  $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$ 。



(12) 請問  $\sqrt{2^5}$  和  $(\sqrt{2})^5$  一樣大嗎？

解：方法一： $(\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2^5}$

方法二： $\sqrt{2^5} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^5$

所以  $\sqrt{2^5}$  和  $(\sqrt{2})^5$  一樣大。

### 重點整理

$$\sqrt{a^n} = (\sqrt{a})^n, \text{ 其中 } n \text{ 為正整數}$$





- (13) ① 請問  $\sqrt{2^3}$  和  $2\sqrt{2}$  一樣大嗎？  
 ②  $\sqrt{32} = a\sqrt{2}$ ， $a$  是正整數，請問  $a$  是多少？  
 ③  $\sqrt{12} = b\sqrt{3}$ ， $b$  是正整數，請問  $b$  是多少？  
 ④  $\sqrt{216} = c\sqrt{6}$ ， $c$  是正整數，請問  $c$  是多少？

解： ①  $\sqrt{2^3} = (\sqrt{2})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ ，得到  $\sqrt{2^3}$  和  $2\sqrt{2}$  一樣大  
 ②  $\sqrt{32} = \sqrt{2^5} = (\sqrt{2})^5 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$   
 $= (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{2} = 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$   
 得到  $a = 4$   
 ③  $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ，得到  $b = 3$   
 ④  $\sqrt{216} = \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3}$   
 $= (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$   
 得到  $c = 6$

### 重點整理

(1) 像這種  $r\sqrt{n}$  的形式，其中  $r$  為整數或分數，正整數  $n$  的標準分解式中每一個質因數的指數都是 1 次方，我們稱  $r\sqrt{n}$  為**最簡根式**。

(2) 要將根式化成最簡根式  $r\sqrt{n}$  的形式時，先將  $n$  化成標準分解式，再利用  $\sqrt{p} \times \sqrt{p} = p$  化簡，最後再將剩下的一些  $\sqrt{q}$  合併成一個根式。

例如：
$$\begin{aligned}\sqrt{216} &= \sqrt{2^3 \times 3^3} = (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{3})^3 = (\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2})(\sqrt{3} \times \sqrt{3} \times \sqrt{3}) \\ &= (2 \times \sqrt{2}) \times (3 \times \sqrt{3}) = (2 \times 3) \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = 6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}\end{aligned}$$



(14) 請判斷  $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、……、 $\sqrt{19}$ 、 $\sqrt{20}$  哪些是最簡根式？

解：

所有質因數的指數都是 1 次方， 所以下列根式都是最簡根式。		有些質因數的指數不是 1 次方， 所以下列根式都不是最簡根式。	
$\sqrt{2}$	$\sqrt{11}$	$\sqrt{4} = \sqrt{2^2}$	$\sqrt{16} = \sqrt{2^4}$
$\sqrt{3}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{8} = \sqrt{2^3}$	$\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{14} = \sqrt{2 \times 7}$	$\sqrt{9} = \sqrt{3^2}$	$\sqrt{20} = \sqrt{2^2 \times 5}$
$\sqrt{6} = \sqrt{2 \times 3}$	$\sqrt{15} = \sqrt{3 \times 5}$	$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3}$	
$\sqrt{7}$	$\sqrt{17}$		
$\sqrt{10} = \sqrt{2 \times 5}$	$\sqrt{19}$		

(15) 請將下列根式化為最簡根式：①  $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5}$  ②  $\sqrt{40}$  ③  $\frac{2}{5}\sqrt{18}$

解：①  $\sqrt{2^3 \times 3^2 \times 5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{10} = 6\sqrt{10}$

②  $\sqrt{40} = \sqrt{2^3 \times 5} = (\sqrt{2})^3 \times \sqrt{5} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{10}$

得到  $\sqrt{40}$  的最簡根式為  $2\sqrt{10}$

③  $\frac{2}{5}\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = \frac{2}{5} \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 = \frac{2}{5} \times 3 \times \sqrt{2} = \frac{6}{5}\sqrt{2} = \frac{6\sqrt{2}}{5}$

得到  $\frac{2}{5}\sqrt{18}$  的最簡根式為  $\frac{6}{5}\sqrt{2}$  (或  $\frac{6\sqrt{2}}{5}$ )



隨堂練習

(1) 請將下列根式化為最簡根式：①  $\sqrt{2^2 \times 3^3 \times 7}$  ②  $\sqrt{90}$  ③  $\frac{3}{4}\sqrt{32}$

(16) 請將下列算式化為最簡根式：①  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8}$  ②  $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10}$

解：① 方法一： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 3 \times 8} = \sqrt{2 \times 3 \times 2^3} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$

方法二： $\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{8} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{2^3} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times (\sqrt{2})^3$   
 $= (\sqrt{2})^4 \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

② 方法一： $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} = \sqrt{480} = \sqrt{2^5 \times 3 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 2^2 \times 2 \times 3 \times 5}$   
 $= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30}$

方法二： $\sqrt{6} \times \sqrt{8} \times \sqrt{10} = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times (\sqrt{2})^3 \times (\sqrt{2} \times \sqrt{5})$   
 $= (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{5} = 2 \times 2 \times \sqrt{30} = 4\sqrt{30}$



隨堂練習

(1) 請將下列算式的值化成最簡根式：①  $\sqrt{3} \times \sqrt{5} \times \sqrt{125}$  ②  $\sqrt{10} \times \sqrt{27} \times \sqrt{15}$

(17) ① 請問  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$  和  $\sqrt{\frac{2}{5}}$  一樣大嗎？ ② 請問  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  和  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  一樣大嗎？

解：①  $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{2}{5}$ ；另外  $(\sqrt{\frac{2}{5}})^2 = \frac{2}{5}$

因為  $(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}})^2 = (\sqrt{\frac{2}{5}})^2$ ，所以  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$  和  $\sqrt{\frac{2}{5}}$  一樣大。

②  $(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \times 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ ；另外  $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$

因為  $(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = (\sqrt{\frac{1}{3}})^2$ ，所以  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  和  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  一樣大。



## 重點整理

$$(1) \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}, \text{ 其中 } a、b \text{ 是正數} \quad (2) \frac{1}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{1}{a}}, \text{ 其中 } a \text{ 是正數}$$

(18) 請計算下列算式的值：①  $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$       ②  $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}}$

解：① 方法一： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

方法二： $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{48}{2} \times \frac{1}{6}} = \sqrt{\frac{48}{12}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = 2$

② 方法一： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21}{6}} \times \sqrt{\frac{18}{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

方法二： $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\frac{21^3}{6^1} \times \frac{18^3}{7^1}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$



## 隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：①  $\frac{\sqrt{96}}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{8}}$       ②  $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{7}}$

(19) 請計算下列算式的值：①  $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7}$       ②  $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8}$

解：①  $(-\sqrt{35}) \div \sqrt{7} = (-\sqrt{35}) \times \frac{1}{\sqrt{7}} = -\sqrt{35 \times \frac{1}{7}} = -\sqrt{5}$

②  $2\sqrt{24} \div 3\sqrt{8} = 2\sqrt{24} \times \frac{1}{3\sqrt{8}} = (2 \times \frac{1}{3}) \times (\sqrt{24} \times \frac{1}{\sqrt{8}}) = \frac{2}{3} \times \sqrt{\frac{24}{8}} = \frac{2}{3} \sqrt{3}$



隨堂練習

(1) 請計算下列算式的值：①  $\sqrt{65} \div \sqrt{13}$     ②  $3\sqrt{40} \div (-2\sqrt{8})$

(20) 比比看，下列兩組根式都一樣大嗎？①  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  和  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ②  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  和  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

解：①  $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = \frac{1}{3}$ ；另外  $(\frac{\sqrt{3}}{3})^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

因為  $(\sqrt{\frac{1}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{3}}{3})^2$ ，所以  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  和  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  一樣大。

②  $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = \frac{2}{3}$ ；另外  $(\frac{\sqrt{6}}{3})^2 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

因為  $(\sqrt{\frac{2}{3}})^2 = (\frac{\sqrt{6}}{3})^2$ ，所以  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  和  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  一樣大。

①  $\sqrt{\frac{1}{3}}$  的最簡根式是  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ②  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  的最簡根式別是  $\frac{\sqrt{6}}{3}$



(21) 請問  $\sqrt{\frac{b}{a}}$  和  $\frac{\sqrt{ab}}{a}$  一樣大嗎？

解：  $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = \frac{b}{a}$ ；另外  $(\frac{\sqrt{ab}}{a})^2 = \frac{\sqrt{ab}}{a} \times \frac{\sqrt{ab}}{a} = \frac{ab}{a \times a} = \frac{b}{a}$

因為  $(\sqrt{\frac{b}{a}})^2 = (\frac{\sqrt{ab}}{a})^2$ ，所以  $\sqrt{\frac{b}{a}}$  和  $\frac{\sqrt{ab}}{a}$  一樣大。



### 重點整理

$$\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{ab}}{a} \quad \text{例如：} \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{\sqrt{5 \times 7}}{7} = \frac{\sqrt{35}}{7}, \quad \sqrt{\frac{3}{10}} = \frac{\sqrt{3 \times 10}}{10} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$

(22) 請將下列算式化成最簡根式：①  $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}}$       ②  $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}}$

解：①  $\sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{4}{3}} = \sqrt{5 \times \frac{1}{\cancel{2}^1} \times \frac{\cancel{4}^2}{3}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{10 \times 3}}{3} = \frac{\sqrt{30}}{3}$

因為  $30 = 2 \times 3 \times 5$ ，所以  $\frac{\sqrt{30}}{3}$  是最簡根式。

$$\text{② } \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{3}{4}} \times \sqrt{\frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{2}{\cancel{3}} \times \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}} \times \frac{8}{5}} = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$



### 隨堂練習

(1) 請將下列算式化成最簡根式：①  $\sqrt{6} \times \sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt{\frac{4}{5}}$       ②  $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{5}{4}} \times \sqrt{\frac{9}{6}}$



## ◎ 同類方根

(23) ① 請檢查下列根式是否為最簡根式，若不是請化為最簡根式。

$$\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}, \sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}, \sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

② 哪些根式是 $\sqrt{2}$ 的分數倍？

③ 哪些根式是 $\sqrt{3}$ 的分數倍？

④ 哪些根式是 $\sqrt{6}$ 的分數倍？

解：①

$\sqrt{18}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\sqrt{8}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$-3\sqrt{2}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{2}$ 是最簡根式。
$\sqrt{12}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$3\sqrt{3}$ 是最簡根式。	$\frac{4\sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{3}$ 是最簡根式。
$\sqrt{24}$ 不是最簡根式。 $\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$ 是最簡根式。	$-\sqrt{54}$ 不是最簡根式。 $-\sqrt{54} = -\sqrt{2 \times 3^3} = -3\sqrt{6}$ 是最簡根式。
$4\sqrt{6}$ 是最簡根式	$\frac{3\sqrt{6}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{6}$ 是最簡根式。

②  $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$  是 $\sqrt{2}$ 的分數倍。 ③  $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, 3\sqrt{3}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$  是 $\sqrt{3}$ 的分數倍。

④  $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$  是 $\sqrt{6}$ 的分數倍。

當兩個或兩個以上的根式分別化為形如 $r\sqrt{n}$ 的最簡根式後，若根號內的數 $n$ 相同，就稱它們都是 $\sqrt{n}$ 的同類方根。

例如：(1)  $\sqrt{18}, \sqrt{8}, -3\sqrt{2}, \frac{4\sqrt{2}}{3}$  都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根。

(2)  $\sqrt{12}, -\sqrt{3}, \sqrt{27}, \frac{4\sqrt{3}}{5}$  都是 $\sqrt{3}$ 的同類方根。

(3)  $\sqrt{24}, -\sqrt{54}, 4\sqrt{6}, \frac{3\sqrt{6}}{2}$  都是 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



如果有幾個根式都是最簡根式 $\sqrt{n}$ 的同類方根，我們也稱這幾個根式為同類方根。例如： $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 都是 $\sqrt{2}$ 的同類方根，我們也稱 $\sqrt{18}$ 、 $2\sqrt{2}$ 、 $-3\sqrt{2}$ 、 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 為同類方根。



(24) 先將下列各數化成最簡根式，再依同類方根分類：

①  $\sqrt{12}$  ②  $\sqrt{27}$  ③  $\sqrt{24}$  ④  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  ⑤  $\frac{2}{\sqrt{3}}$

解：①  $\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

②  $\sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{3} = 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

③  $\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{6}$

④  $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤  $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

得到 $\sqrt{12}$ 、 $\sqrt{27}$ 及 $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 為 $\sqrt{3}$ 的同類方根； $\sqrt{24}$ 及 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 為 $\sqrt{6}$ 的同類方根。



### 隨堂練習

(1) 請問下列哪一個根式和其他根式不是同類方根？

①  $\sqrt{10}$  ②  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  ③  $\sqrt{20}$  ④  $\sqrt{0.8}$



## ◎ 根式的加減法

(25) ① 請使用計算機檢驗  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  結果會不會等於  $\sqrt{2+3}$ ？

② 你覺得  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  可以記為  $\sqrt{2+3}$  嗎？

解：請在計算機依序按鍵如下：

① 用「一般計算機」計算  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入  $2 \rightarrow \sqrt{\phantom{x}} \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow \sqrt{\phantom{x}} \rightarrow =$

得到 3.14626437

用「一般計算機」計算  $\sqrt{2+3}$ ：

鍵入  $2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \sqrt{\phantom{x}}$

得到 2.23606798

用「科學型計算機」計算  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ：

鍵入  $2 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{\phantom{x}} \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{\phantom{x}} \rightarrow =$

得到 3.14626437

用「科學型計算機」計算  $\sqrt{2+3}$ ：

方法一：鍵入  $2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow = \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{\phantom{x}}$

方法二：鍵入  $[(\text{---}) \rightarrow 2 \rightarrow + \rightarrow 3 \rightarrow \text{---}] \rightarrow \text{Shift} \rightarrow \sqrt{\phantom{x}}$

得到 2.23606798

因為  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3.14626437 > \sqrt{2+3} \approx 2.23606798$ ，

所以  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$

② 由①得到  $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{2+3}$ ，故  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  不可以記為  $\sqrt{2+3}$ 。就如同在學二元一次方程式的時候，因為  $x$  和  $y$  視為不同的單位量，因此無法合併，故  $x + y$ 、 $2x + 3y$  都無法再合併。



### 隨堂練習

(1) 你覺得  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  可以記為  $\sqrt{3-2}$  嗎？



- (1) 因為  $1+\sqrt{2}$  沒辦法寫成  $r\sqrt{n}$  的形式，我們稱  $a+b\sqrt{2}$  也是最簡根式。  
同理  $a+b\sqrt{3}$ 、 $a+b\sqrt{5}$  ... 這些也是最簡根式。 $(a, b \neq 0)$
- (2) 因為  $\sqrt{2}+\sqrt{3}$  也無法合併成  $r\sqrt{n}$ ，我們也稱  $a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 、 $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$ 、... 是最簡根式。

### 重點整理

$n$  為正數，則 (1)  $(a_1 + b_1\sqrt{n}) + (a_2 + b_2\sqrt{n}) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) \times \sqrt{n}$

(2)  $(a_1 + b_1\sqrt{n}) - (a_2 + b_2\sqrt{n}) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2) \times \sqrt{n}$

(26) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$       ②  $5+12\sqrt{3}-8\sqrt{3}$       ③  $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}$

解：①  $2+3\sqrt{5}+4\sqrt{5} = 2 + (3+4) \times \sqrt{5} = 2+7\sqrt{5}$

②  $5-12\sqrt{3}-8\sqrt{3} = 5 + (12-8) \times \sqrt{3} = 5+4\sqrt{3}$

③  $7\sqrt{3}+5\sqrt{3}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2} = (7+5) \times \sqrt{3} + (6-3) \times \sqrt{2} = 12\sqrt{3}+3\sqrt{2}$



### 隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $10+4\sqrt{11}+6\sqrt{11}$       ②  $5+17\sqrt{5}-12\sqrt{5}$       ③  $8\sqrt{5}-5\sqrt{5}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}$



(27) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $3\sqrt{27} + \sqrt{243}$       ②  $\sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}}$

解： ① 
$$\begin{aligned} 3\sqrt{27} + \sqrt{243} &= 3 \times \sqrt{3^3} + \sqrt{3^5} = 3 \times (\sqrt{3})^3 + (\sqrt{3})^5 \\ &= 3 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \\ &= 3 \times 3 \times \sqrt{3} + 3 \times 3 \times \sqrt{3} = 9\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = (9+9) \times \sqrt{3} = 18\sqrt{3} \end{aligned}$$

② 
$$\begin{aligned} \sqrt{8} - 2\sqrt{32} + 3\sqrt{2} &= \sqrt{2^3} - 2 \times \sqrt{2^5} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} - 2 \times (\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} \\ &= 2 \times \sqrt{2} - 8 \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{2} = (2-8+3) \times \sqrt{2} = -3\sqrt{2} \end{aligned}$$

③ 
$$\sqrt{\frac{5}{3}} - \sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{5 \times 3}}{3} - \frac{\sqrt{3 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{15}}{3} - \frac{\sqrt{15}}{5} = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \times \sqrt{15} = \frac{2}{15} \sqrt{15}$$



### 隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $5\sqrt{32} + \sqrt{128}$       ②  $\sqrt{50} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{8}$       ③  $\sqrt{\frac{5}{7}} - \sqrt{\frac{7}{5}}$

乘法公式： ①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$       ②  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
③  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$



(28) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2})$     ②  $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$     ③  $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$

解： ①  $\sqrt{3}(\sqrt{6} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} \times \sqrt{6} + \sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{18} + \sqrt{6}$   
 $= \sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{6} = \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 + \sqrt{6} = 3\sqrt{2} + \sqrt{6}$

② 用  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$ ，設  $a = \sqrt{6}$ ， $b = \sqrt{2}$   
 $(\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{6})^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 6 + 2\sqrt{12} + 2$   
 $= 8 + 2\sqrt{2^2 \times 3} = 8 + 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$

③ 用  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2})$ ，設  $a = \sqrt{5}$ ，  
 $b = \sqrt{2}$ ， $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $\sqrt{5}(\sqrt{12} - \sqrt{10})$     ②  $(\sqrt{6} - \sqrt{3})^2$     ③  $(\sqrt{7} + \sqrt{5})(\sqrt{7} - \sqrt{5})$

(29) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2})$     ②  $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$

解： ①  $7\sqrt{6} + 2\sqrt{27} \times (-\sqrt{2}) = 7\sqrt{6} + 2 \times \sqrt{3^3} \times (-1) \times \sqrt{2}$   
 $= 7\sqrt{6} + 2 \times (\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} \times (-1) \times \sqrt{2} = 7\sqrt{6} + [2 \times 3 \times (-1)] \times (\sqrt{3} \times \sqrt{2})$   
 $= 7\sqrt{6} + (-6\sqrt{6}) = (7 - 6) \times \sqrt{6} = \sqrt{6}$

②  $\sqrt{24} \times 2\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6} = \sqrt{24} \times 2 \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{12} \times \frac{1}{\sqrt{6}}$   
 $= 2 \times \sqrt{24 \times 3} - 2 \times \sqrt{\frac{12}{6}} = 2 \times \sqrt{2^3 \times 3^2} - 2 \times \sqrt{2}$   
 $= 2 \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$



隨堂練習

(1) 計算下列各式，並將答案化為最簡根式。

①  $-2\sqrt{63} + \sqrt{84} \times \frac{4}{\sqrt{3}}$     ②  $\sqrt{24} \times 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} \div \sqrt{6}$



小試身手

(1) 將下列各式化為最簡根式：①  $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5}$     ②  $\frac{3}{\sqrt{24}}$     ③  $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{45}}$     ④  $\sqrt{2.4}$

(2) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

①  $\frac{2}{3}\sqrt{12} \times \frac{5}{4}\sqrt{8}$     ②  $\sqrt{\frac{8}{3}} \div \sqrt{\frac{12}{25}}$     ③  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$

(3) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

①  $\sqrt{72} - \sqrt{50}$     ②  $\frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{48}$     ③  $3\sqrt{24} + \sqrt{96} + \sqrt{45} - \sqrt{125}$

(4) 計算下列各式，並將結果化為最簡根式：

①  $\sqrt{6} - \sqrt{8}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$     ②  $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2$     ③  $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})(2\sqrt{3} - \sqrt{5})$



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

