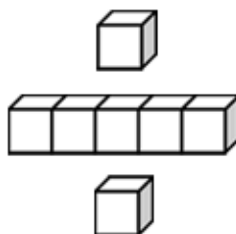


# 基本學習內容：SC-8-2-1

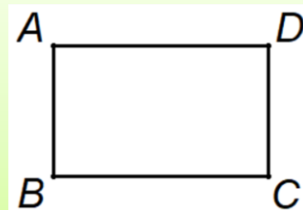
## 凸多邊形的內角及內角和公式

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_



(1) 請問右圖長方形ABCD的內角和是幾度？

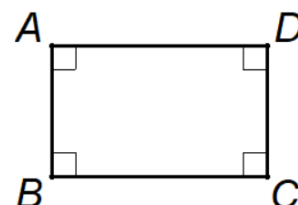


解：

方法一：

因為長方形的四個角都是直角，

所以長方形 ABCD 的內角和為  $90^\circ \times 4 = 360^\circ$



方法二：

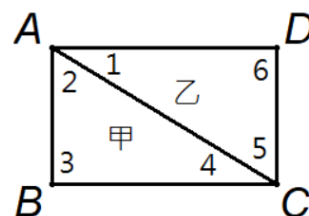
①如右圖所示，長方形 ABCD 中，先從 A 點連接到它對面的頂點 C 點，把長方形切成甲、乙兩個三角形。

②長方形 ABCD 的四個角加起來，剛好是甲、乙兩個三角形的六個角加起來，也就是：

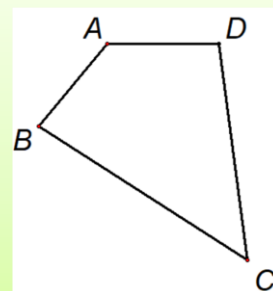
$$= (\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 + (\angle 4 + \angle 5) + \angle 6$$

$$= (\angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 1 + \angle 5 + \angle 6)$$

$$= 180^\circ \times 2 = 360^\circ, \text{ 所以長方形 ABCD 的內角和為 } 360^\circ$$



(2) 請問右圖四邊形ABCD的內角和為幾度？



解：

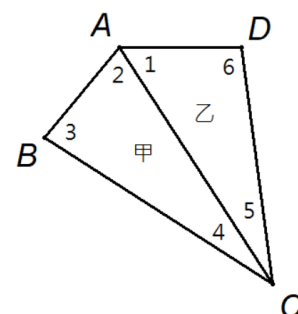
① 如右圖所示，四邊形 ABCD 中，先從 A 點連接到它對面的頂點 C 點，把四邊形切成甲、乙兩個三角形。

② 四邊形 ABCD 的四個角加起來，剛好是甲、乙兩個三角形的六個角加起來，也就是：

$$(\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 + (\angle 4 + \angle 5) + \angle 6$$

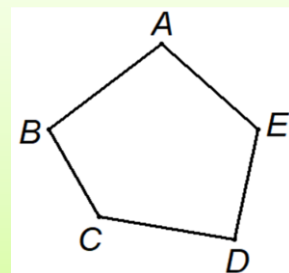
$$= (\angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 1 + \angle 5 + \angle 6)$$

$$= 180^\circ \times 2 = 360^\circ, \text{ 所以四邊形 ABCD 的內角和為 } 360^\circ$$





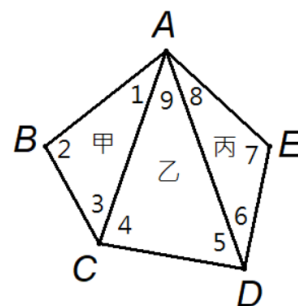
(3) 請問右圖五邊形ABCDE的內角和為幾度？



解：

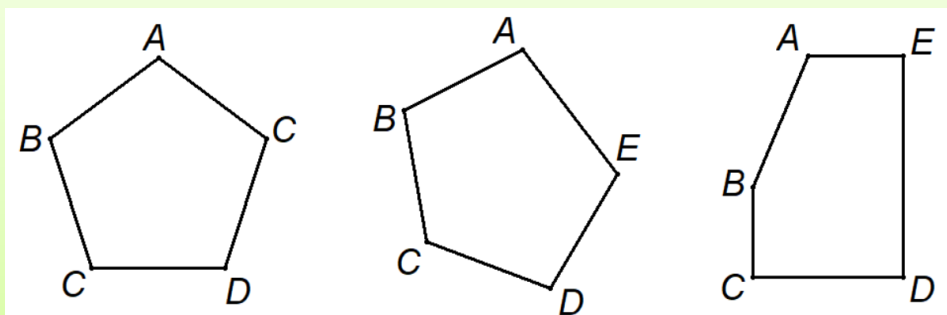
① 如右圖所示，連接 A 點和它對面 2 個頂點 C 和 D 得到  $\overline{AC}$  和  $\overline{AD}$ ，可以把五邊形切成切成甲、乙、丙 3 個三角形。

② 利用三角形內角和為 180 度，將五邊形 ABCDE 的五個內角加起來，剛好是甲、乙、丙 3 個三角形的 9 個內角加起來，也就是：

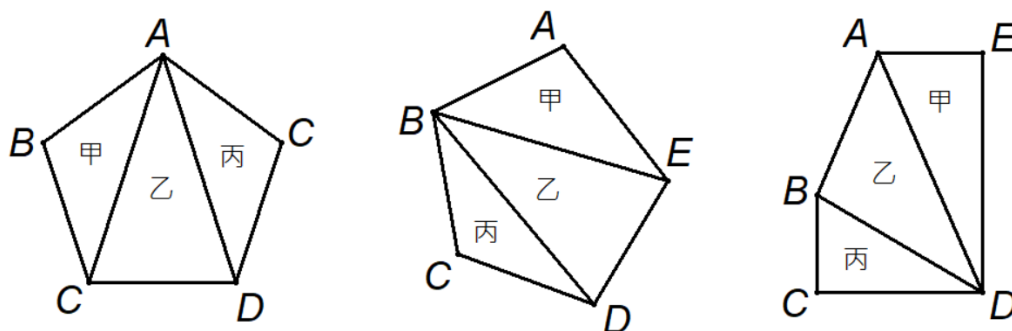


$$\begin{aligned} & (\angle 8 + \angle 9 + \angle 1) + \angle 2 + (\angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 6) + \angle 7 \\ &= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6) + (\angle 7 + \angle 8 + \angle 9) \\ &= 180^\circ \times 3 = 540^\circ, \text{ 得到五邊形 ABCDE 的內角和是 } 540^\circ \end{aligned}$$

(4) 請問這些五邊形的內角和，分別是幾度？



解：

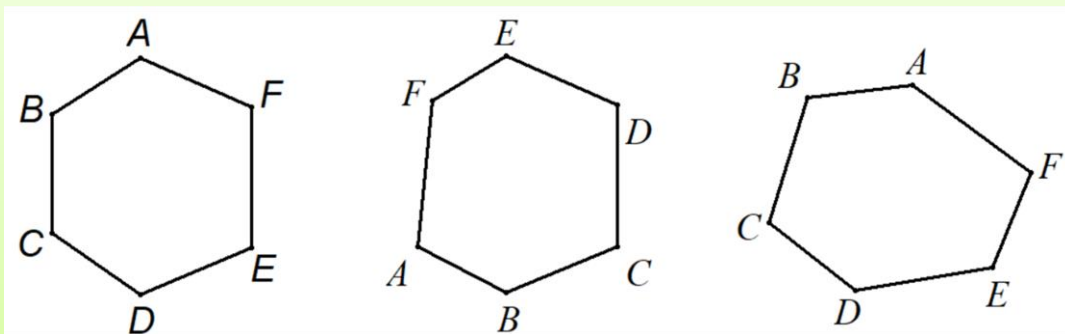


$180^\circ \times 3 = 540^\circ$ ，這些五邊形的內角和都是  $540^\circ$ 。

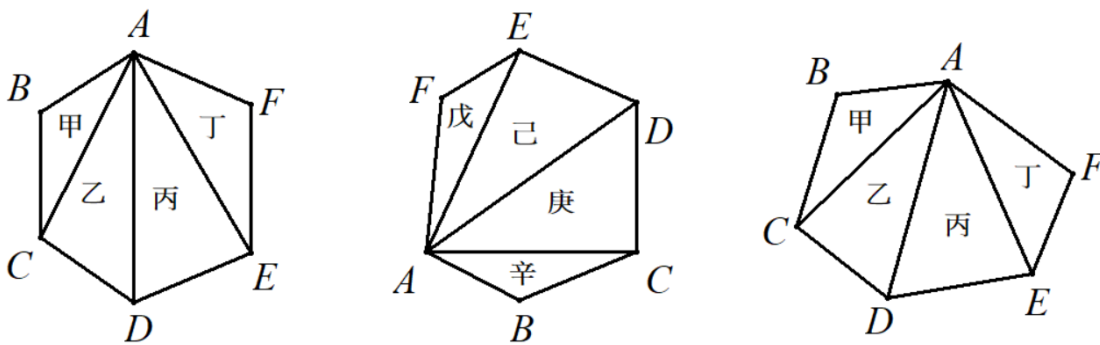


我們發現任何五邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成 3 個三角形，利用三角形的內角和為 180 度，算出五邊形的內角和都會是  $180^\circ \times 3 = 540^\circ$ 。

(5) 請問這些六邊形的內角和分別是幾度？



解：



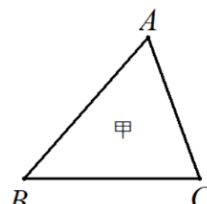
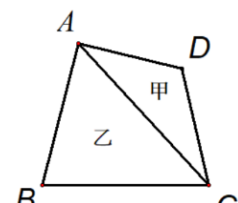
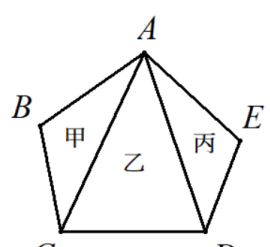
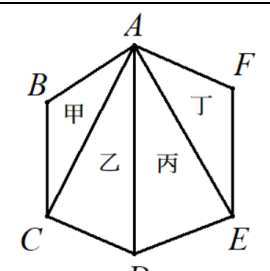
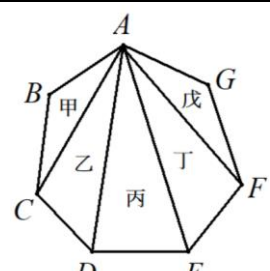
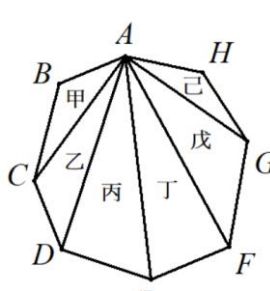
$180^\circ \times 4 = 720^\circ$ ，這些六邊形的六個角加起來都是  $720^\circ$ 。



我們發現任何六邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，都可以切成 4 個三角形，利用三角形的內角和為 180 度，算出六邊形的內角和都會是  $180^\circ \times 4 = 720^\circ$ 。

(6) 請利用選定一頂點畫線連接對點的方法，完成下表計算多邊形的內角和。

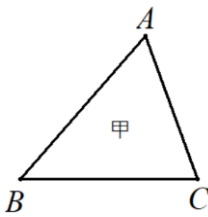
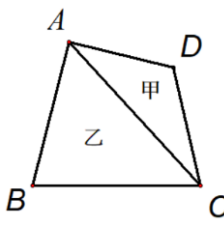
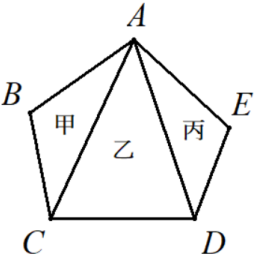
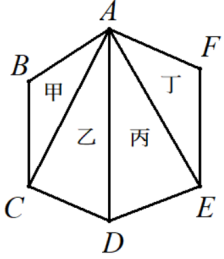
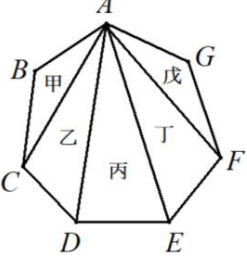
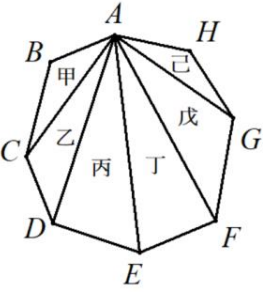


名稱	邊數	可切割成幾個三角形		多邊形內角和	多邊形內角和與邊數的關係式
三角形	3	1		$180 \times 1 = 180$	$180 \times (3 - 2)$
四邊形	4	2		$180 \times 2 = 360$	$180 \times (4 - 2)$
五邊形	5	3		$180 \times 3 = 540$	$180 \times (5 - 2)$
六邊形	6	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$	$180 \times (\square - \square)$
七邊形	7	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$	$180 \times (\square - \square)$
八邊形	8	<input type="text"/>		$180 \times \square = \square$	$180 \times (\square - \square)$



基本學習內容：SC-8-2-1

解：

名稱	邊數	可切割成幾個三角形	多邊形內角和	多邊形內角和與邊數的關係式	
三角形	3	1		$180 \times 1 = 180$	$180 \times (3 - 2)$
四邊形	4	2		$180 \times 2 = 360$	$180 \times (4 - 2)$
五邊形	5	3		$180 \times 3 = 540$	$180 \times (5 - 2)$
六邊形	6	<div>4</div>		$180 \times \boxed{4} = \boxed{720}$	$180 \times (\boxed{6} - \boxed{2})$
七邊形	7	<div>5</div>		$180 \times \boxed{5} = \boxed{900}$	$180 \times (\boxed{7} - \boxed{2})$
八邊形	8	<div>6</div>		$180 \times \boxed{6} = \boxed{1080}$	$180 \times (\boxed{8} - \boxed{2})$



由上表可知

三角形可切割成的三角形個數是 **1** ( $3-2=1$ )；內角和= $180^\circ \times 1=180^\circ$

四邊形可切割成的三角形個數是 **2** ( $4-2=2$ )；內角和= $180^\circ \times 2=360^\circ$

五邊形可切割成的三角形個數是 **3** ( $5-2=3$ )；內角和= $180^\circ \times 3=540^\circ$

六邊形可切割成的三角形個數是 **4** ( $6-2=4$ )；內角和= $180^\circ \times 4=720^\circ$

七邊形可切割成的三角形個數是 **5** ( $7-2=5$ )；內角和= $180^\circ \times 5=900^\circ$

八邊形可切割成的三角形個數是 **6** ( $8-2=6$ )；內角和= $180^\circ \times 6=1080^\circ$

我們發現多邊形從一個選定的頂點連接它的對面的其他頂點，可得

(1) 多邊形被切成的三角形個數都是多邊形的**(邊數-2)**。

(2) 多邊形的內角和度數為  **$180 \times (\text{邊數}-2)$** 。

同理，給定一個  $n$  邊形，選定一個頂點，將此頂點和對面其他的頂點連接，可以切成  $(n-2)$  個三角形，可得：

**$n$  邊形的內角和度數為  $180 \times (n-2)$**



(6) ① 請問10邊形的內角和為幾度？

② 請問正10邊形的每個內角為幾度？

解：

① 由  $n$  邊的形的內角和度數為  $180 \times (n-2)$ ，令  $n=10$ ，

可得 10 邊形的內角和= $180 \times (10-2)=1440$  (度)

② 承上，正 10 邊形的內角和度數亦為 1440 (度)，

可得正 10 邊形的每個內角度數為  $1440 \div 10=144$  (度)



隨堂練習

(1) 請問12邊形的內角和為幾度？

(2) 請問正12邊形的每個內角為幾度？



(7) 7邊形的內角和比6邊形內角和多幾度？

解：

方法一：

7 邊形的內角和度數為  $180 \times (7 - 2) = 900$ ，

6 邊形的內角和度數為  $180 \times (6 - 2) = 720$ ， $900 - 720 = 180$ ，

可得 7 邊形的內角和會比 6 邊形的內角和多 1 個三角形的內角和  $180^\circ$ 。

方法二：

從多邊形某一頂點與對面其他的頂點作連線，7 邊形切割完有 5 個三角形，

6 邊形切割完有 4 個三角形，由  $5 - 4 = 1$ ，因此 7 邊形的內角和會比 6 邊形的內角和多 1 個三角形的內角和  $180^\circ$ 。



隨堂練習

(1) 12 邊形的內角和比 10 邊形內角和多幾度？

(8) 假設有一  $n$  邊形的內角和為  $900^\circ$ ，請問  $n = ?$

解：

$n$  邊形的內角和度數  $= 900$ ， $180 \times (n - 2) = 900$ ， $n - 2 = 5$ ， $n = 7$



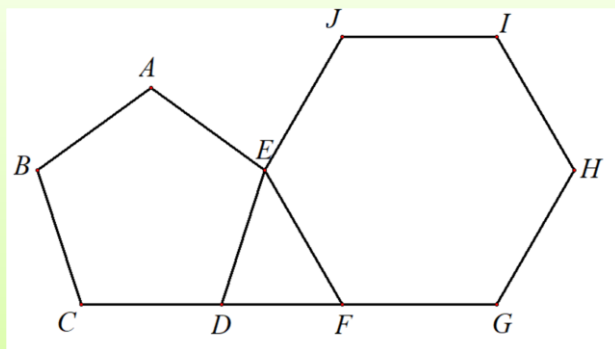
隨堂練習

(1) 假設有一  $n$  邊形的內角和為  $1800^\circ$ ，請問  $n = ?$





- (9) 如右圖， $ABCDE$ 為正五邊形， $EFGHIJ$ 為正六邊形， $C$ 、 $D$ 、 $F$ 及 $G$ 在同一直線上，請問 $\angle DEF$ 的度數為何？



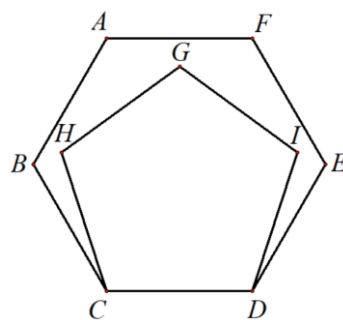
解：

- ① 正五邊形的內角和度數 $=180 \times (5 - 2) = 540$ ， $\angle CDE = 540 \div 5 = 108^\circ$ ， $\angle EDF$ 為 $\angle CDE$ 的補角， $\angle EDF = 180 - 108 = 72^\circ$
- ② 正6邊形的內角和度數 $=180 \times (6 - 2) = 720$ ， $\angle EFG = 720 \div 6 = 120^\circ$ ， $\angle EFD$ 為 $\angle EFG$ 的補角， $\angle EFD = 180 - 120 = 60^\circ$
- ③  $\angle DEF = 180 - 72 - 60 = 48^\circ$



小試身手

- (1) ①請問正九邊形的內角和度數為何？  
②請問正九邊形的每個內角數為何？
- (2) 15 邊形的內角和比 10 邊形內角和多幾度？
- (3) 已知正  $n$  邊形的內角和為 1080 度，請問  $n = ?$
- (4) 如右圖， $ABCDEF$  為正六邊形， $GHCDI$  為正五邊形，請問 $\angle BCH$ 的度數為何？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

