

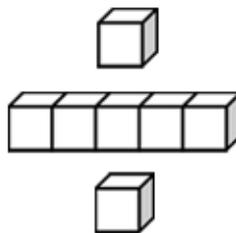
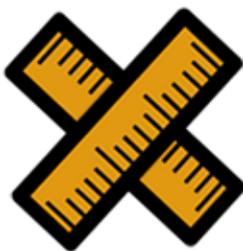
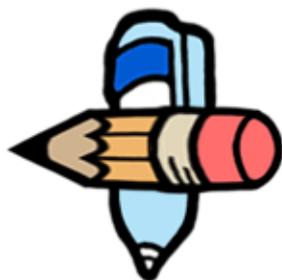


# 基本學習內容：SC-8-3-1

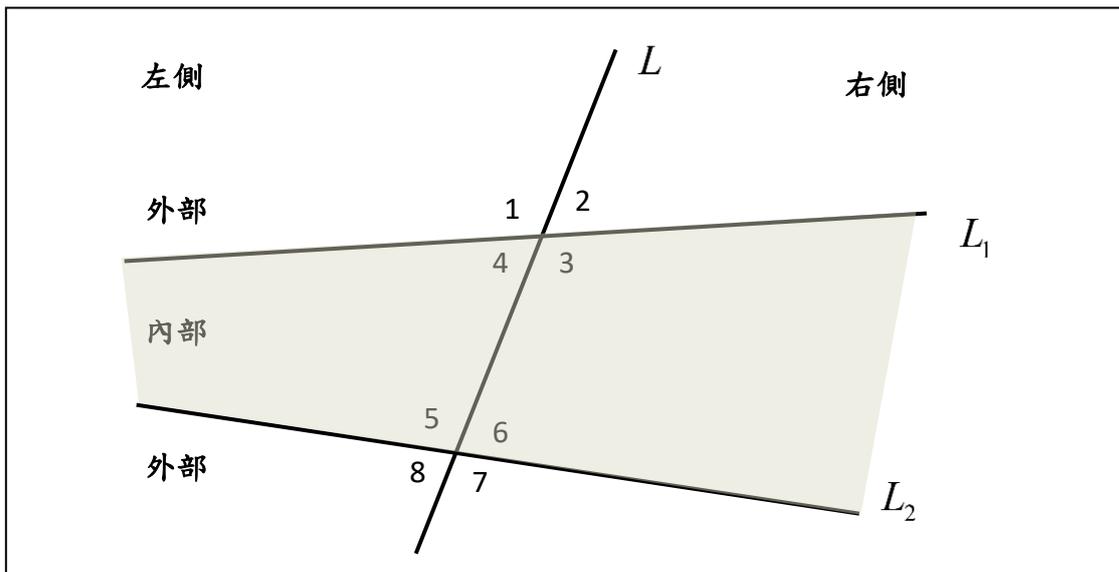
## 平行線的截角性質

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_



## 複習同側內角、內錯角與同位角



### 1. 同側內角：

$\angle 3$  及  $\angle 6$  都在同樣在截線  $L$  的同側也都在  $L_1$  和  $L_2$  的內部，我們稱  $\angle 3$  及  $\angle 6$  是同側內角。同理， $\angle 4$  及  $\angle 5$  也是同側內角

### 2. 內錯角：

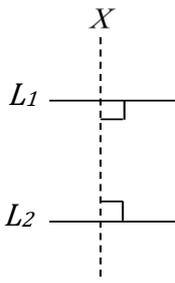
$\angle 4$  及  $\angle 6$  都同樣在  $L_1$  和  $L_2$  的內部，在截線  $L$  的異側，我們稱  $\angle 4$  及  $\angle 6$  為內錯角。同理， $\angle 3$  及  $\angle 5$  也是內錯角

### 3. 同位角：

如圖， $\angle 1$  和  $\angle 5$  分別在  $L_1$  和  $L_2$  的上側，在截線  $L$  的同側，我們稱  $\angle 1$  和  $\angle 5$  是同位角。如圖， $\angle 3$  和  $\angle 7$  分別在  $L_1$  和  $L_2$  的下側，在截線  $L$  的同側，我們也稱  $\angle 3$  和  $\angle 7$  是同位角。同理， $\angle 2$  及  $\angle 6$ 、 $\angle 4$  及  $\angle 8$  也是同位角。



### 平行線的定義

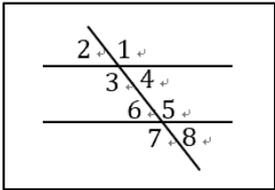
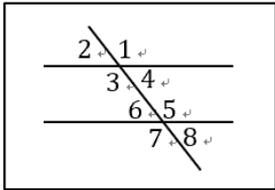
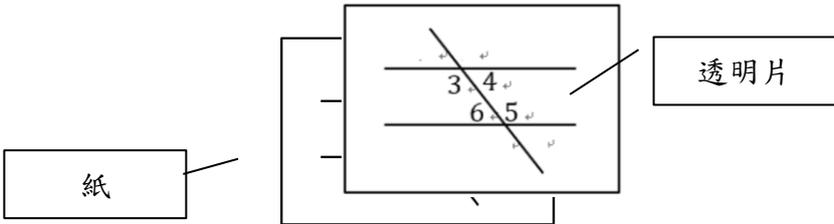


$X$  同時垂直  $L_1$  和  $L_2$ ，我們稱  $L_1$  和  $L_2$  互相平行。 $L_1$  和  $L_2$  互相平行，可以記成  $L_1 // L_2$ 。

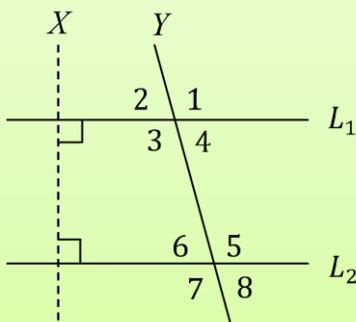
換句話說，若  $L_1$  和  $L_2$  互相平行，可以找到一條  $L$  同時垂直  $L_1$  和  $L_2$ 。

### 活動 1：同側內角互補

我們可以透過操作活動驗證同側內角互補。

 <p>(紙)</p>	 <p>(透明片)</p>
<p>步驟一：在一張紙上及一張透明片上畫出一組平行線和一條截線</p>	
	
<p>步驟二：再將透明片 <math>\angle 6</math> 往上與紙的 <math>\angle 2</math> 疊合，你會發現 <math>\angle 6 + \angle 3 = 180^\circ</math>，同理，<math>\angle 5 + \angle 4 = 180^\circ</math>，因此，兩組同側內角都互補。我們稱同側內角互補。</p>	

(1) 如下圖， $L_1 // L_2$ ，會有一條直線  $X$  同時垂直  $L_1$  與  $L_2$ ，且截線  $Y$  將  $L_1$  與  $L_2$  截出  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 、 $\angle 8$  這八個角。其中  $\angle 3$  和  $\angle 6$  是同側內角，試證  $\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$



觀察中間的四邊形，由四邊形的內角和  $360^\circ$ ，得：

$$90^\circ \times 2 + \angle 3 + \angle 6 = 360^\circ$$

$$180^\circ + \angle 3 + \angle 6 = 360^\circ$$

$$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$ ，所以  $\angle 3$  和  $\angle 6$  互補。 $\angle 4$  和  $\angle 5$  也是同側內角。

同理， $\angle 4$  和  $\angle 5$  也互補。

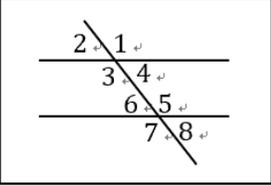
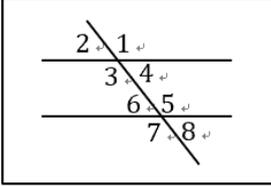
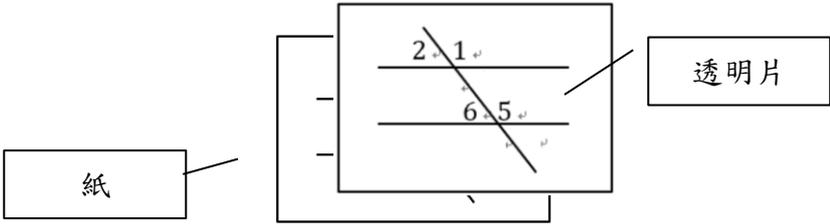
當  $L_1 // L_2$ ，兩組同側內角都互補，我們稱同側內角互補。



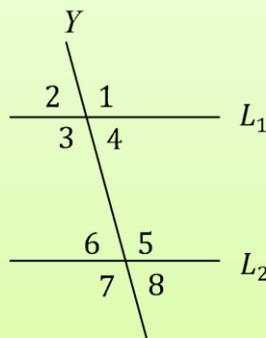


## 活動 2: 同位角相等

我們可以透過操作活動驗證同位角相等。

 <p>(紙)</p>	 <p>(透明片)</p>
<p>步驟一: 在一張紙上及一張透明片上畫出一組平行線和一條截線</p>	
	
<p>步驟二: 再將透明片與紙疊合比較之後，你會發現 <math>\angle 2 = \angle 6</math>、<math>\angle 1 = \angle 5</math>。我們稱同位角相等。</p>	

(2) 如下圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且截線  $Y$  將  $L_1$  與  $L_2$  截出  $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 、 $\angle 8$  這八個角。其中  $\angle 2$  和  $\angle 6$  是同位角，試證  $\angle 2 = \angle 6$ 。





由同側內角互補，我們知道

$$\angle 3 + \angle 6 = 180^\circ$$

$$\text{又 } \angle 3 + \angle 2 = 180^\circ (\text{平角})$$

$$\text{所以 } \angle 2 = \angle 6$$

$\angle 1$ 和 $\angle 5$ 在截線 $Y$ 的同一側，在直線 $L_1$ 與 $L_2$ 的上方位置。同理， $\angle 1 = \angle 5$ 。

$\angle 3$ 和 $\angle 7$ 、 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 在截線 $Y$ 的同一側，在直線 $L_1$ 與 $L_2$ 的下方位置。

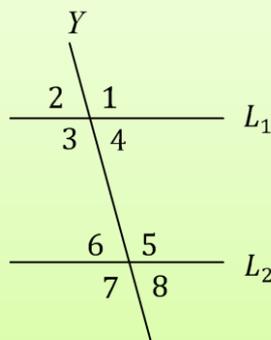
同理， $\angle 3 = \angle 7$ 、 $\angle 4 = \angle 8$ 。

$\angle 2$ 和 $\angle 6$ 是同位角，而且 $\angle 2 = \angle 6$ 。 $\angle 1$ 和 $\angle 5$ 、 $\angle 3$ 和 $\angle 7$ 以及 $\angle 4$ 和 $\angle 8$ 也是同位角，同理， $\angle 1 = \angle 5$ 、 $\angle 3 = \angle 7$ 、 $\angle 4 = \angle 8$ 。

當 $L_1 // L_2$ ，四組同位角都相等，我們稱為同位角相等。



(3)如下圖， $L_1 // L_2$ ，且截線 $Y$ 將 $L_1$ 與 $L_2$ 截出 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 、 $\angle 8$ 這八個角。已知 $\angle 4 = 85^\circ$ ，則 $\angle 5$ 的角度為多少度？ $\angle 8$ 的角度為多少度？



由同側內角互補，我們知道 $\angle 4 + \angle 5 = 180^\circ$

$$85^\circ + \angle 5 = 180^\circ$$

$$\angle 5 = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

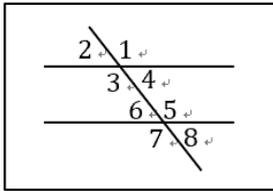
由同位角相等，我們知道 $\angle 4 = \angle 8$

$$\text{則 } \angle 8 = \angle 4 = 85^\circ$$

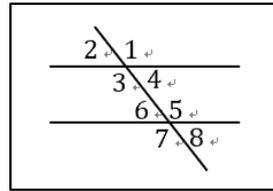


### 活動 3：內錯角相等

我們可以透過操作活動驗證內錯角相等。

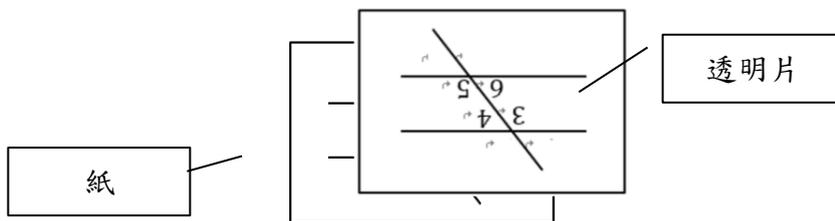


(紙)



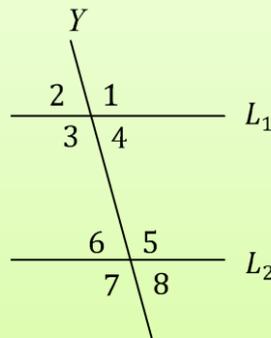
(透明片)

步驟一：在一張紙上及一張透明片上畫出一組平行線和一條截線



步驟二：將透明片旋轉 $180^\circ$ 後，將兩張紙疊合比較，你會發現 $\angle 3 = \angle 5$ 、 $\angle 4 = \angle 6$ 。我們稱內錯角相等。

(4)如下圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且截線 $Y$ 將 $L_1$ 與 $L_2$ 截出 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 、 $\angle 5$ 、 $\angle 6$ 、 $\angle 7$ 、 $\angle 8$ 這八個角。其中 $\angle 4$ 和 $\angle 6$ 是內錯角，試證 $\angle 4 = \angle 6$ 。





基本學習內容：SC-8-3-1

由同位角相等，我們知道

$$\angle 2 = \angle 6$$

又  $\angle 2 = \angle 4$  (對頂角相等)

$$\text{所以 } \angle 4 = \angle 6$$

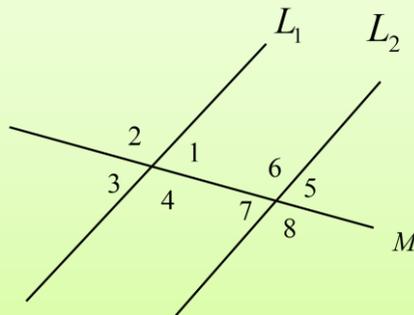
$\angle 3$  和  $\angle 5$  在截線  $Y$  的異側，在直線  $L_1$  與  $L_2$  的內側位置。同理， $\angle 2 = \angle 4$

$\angle 4$  和  $\angle 6$  是內錯角，而且  $\angle 4 = \angle 6$ 。 $\angle 3$  和  $\angle 5$  也是內錯角，同理， $\angle 3 = \angle 5$ 。

當  $L_1 // L_2$ ，兩組內錯角都相等，我們稱為內錯角相等。



(5) 如下圖  $L_1 // L_2$ ，且  $\angle 1 = 50^\circ$ ，求其他七個角的角度？



$$\angle 3 = \angle 1 = 50^\circ \quad (\text{對頂角})$$

$$\angle 5 = \angle 1 = 50^\circ \quad (\text{同位角相等}) \quad \angle 7 = \angle 3 = 50^\circ \quad (\text{同位角相等})$$

$$\angle 2 = \angle 4 = 180^\circ - \angle 1 = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \quad (\text{對頂角})$$

$$\angle 5 = \angle 3 = 50^\circ \quad (\text{內錯角相等}) \quad \angle 6 = \angle 4 = 130^\circ \quad (\text{內錯角相等})$$

$$\angle 7 = \angle 3 = 50^\circ \quad (\text{同位角相等}) \quad \angle 8 = \angle 4 = 130^\circ \quad (\text{同位角相等})$$



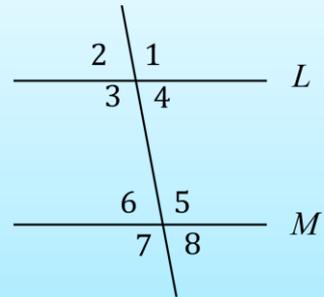
隨堂練習

如右圖， $L \parallel M$ ，且  $\angle 1 = 100^\circ$ ，試求下列各角度

$\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 8 = \underline{\hspace{2cm}}$



小試身手

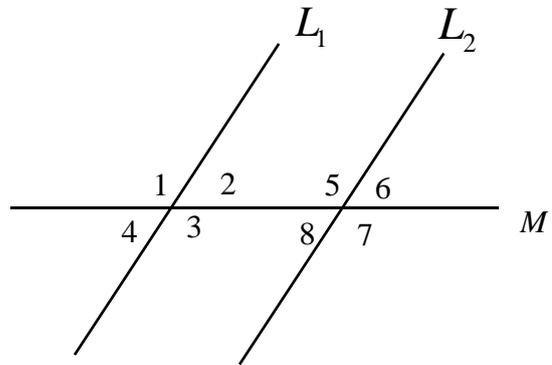
如右圖， $L_1 \parallel L_2$ ，且  $\angle 2 = 84^\circ$ ，試求下列各角度

$\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\angle 4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\angle 6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\angle 7 = \underline{\hspace{2cm}}$ 、

$\angle 8 = \underline{\hspace{2cm}}$





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8

年級數學

