

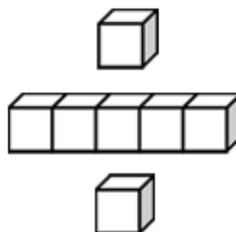
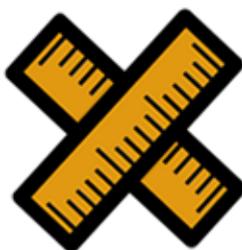


基本學習內容：SC-8-4-1

全等圖形的意義

班級：_____

姓名：_____



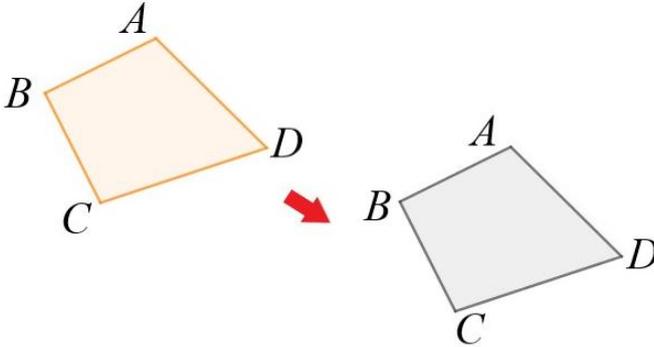
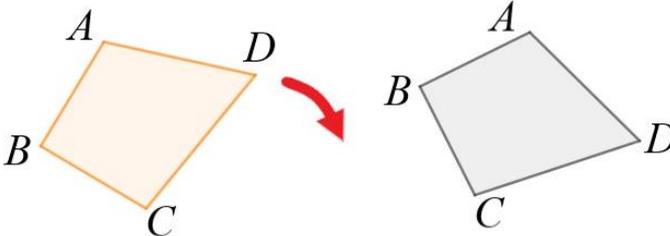
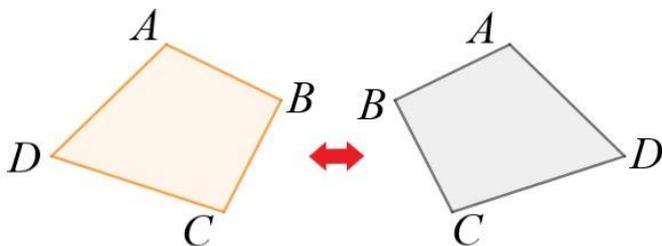


◎複習全等圖形

兩個平面圖形，它們形狀大小都一樣，可以完全疊合在一起，就稱這兩個圖形為**全等圖形**。

我們可以將一個圖形平移、旋轉或翻轉後，檢查此圖形是否可以和另一個圖形完全疊合在一起，來判斷兩個圖形的全等。

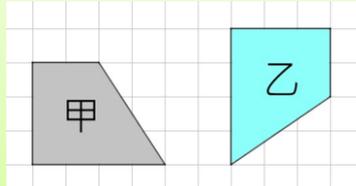
下表為圖形移動的三種變化方式：

<p>平移</p>	
<p>旋轉</p>	
<p>翻轉</p>	



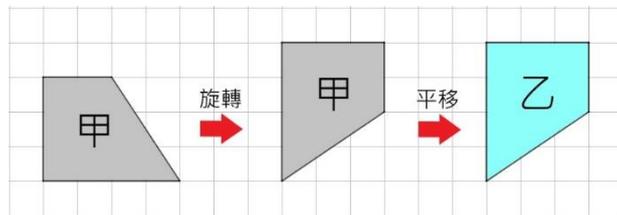
(1) 拿出【附件一】，做做看，請問甲圖和乙圖是否全等？

如果兩圖全等，請說明甲圖如何移動才能跟乙圖疊合在一起。



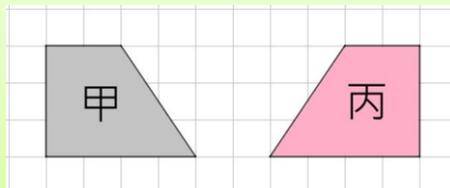
解：拿出【附件一】，甲圖先順時針旋轉，再平移，就可以跟乙圖疊合，

所以甲、乙兩圖為全等圖形。



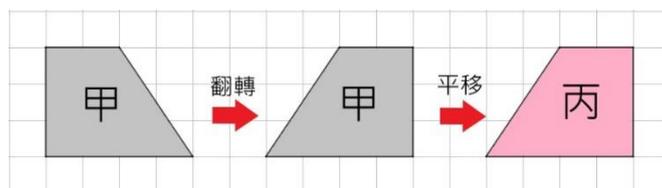
(2) 拿出【附件二】，做做看，請問甲圖和丙圖是否全等？

如果兩圖全等，請說明甲圖如何移動才能跟丙圖疊合在一起。



解：拿出【附件二】，甲圖先左右翻轉，再平移，就可以和丙圖疊合，

所以甲、丙兩圖為全等圖形。



判斷兩個圖形是否全等，有兩種方法：

一種是平移和旋轉，另一種是平移和翻轉。



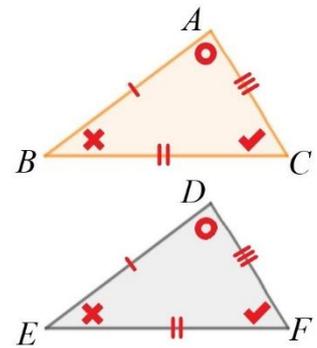


三角形的全等

如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是兩個全等的三角形，

表示它們可以完全疊合在一起，

其中 A 、 B 、 C 的對應點分別是 D 、 E 、 F 。



疊合在一起的邊為**對應邊**，它們會一樣長，

稱為「對應邊等長」，即 $\overline{AB} = \overline{DE}$ ， $\overline{BC} = \overline{EF}$ ， $\overline{AC} = \overline{DF}$ 。

分別利用相同記號(例如： $/$ 、 $//$ 、 $///$)標示對應邊等長。

疊合在一起的角為**對應角**，它們會一樣大，

稱為「對應角相等」，即 $\angle A = \angle D$ ， $\angle B = \angle E$ ， $\angle C = \angle F$ 。

分別利用相同記號(例如： \circ 、 \times 、 \checkmark)標示對應角相等。

反過來說，如果 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的三組對應邊都等長且三組對應角都相等，

表示它們是兩個可以完全疊合的圖形，因此，稱 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 為全等三角形。

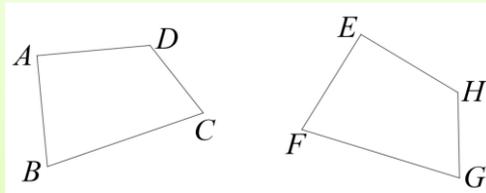
多邊形的全等

相同地，如果兩個多邊形全等，其每一組對應邊等長，每一組對應角也會相等。

反之，如果兩個多邊形的所有對應邊都等長，所有對應角也都相等，則這兩個多邊形就是全等的多邊形。



(3) 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $EFGH$ 全等。已知透過平移和旋轉，
 可以將 D 點和 H 點疊合在一起，請回答下列問題：



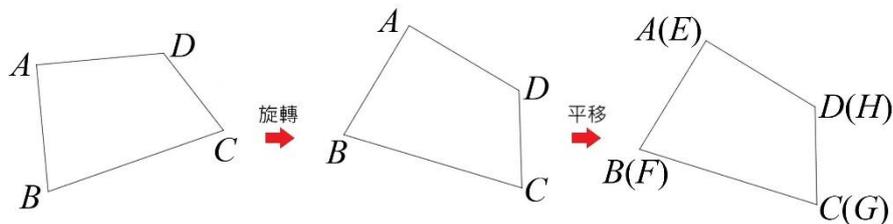
- ① C 點的對應點是哪個點？
- ② $\angle B$ 的對應角是哪個角？
- ③ \overline{AB} 的對應邊是哪個邊？

【搭配附件三】

解：

方法一：

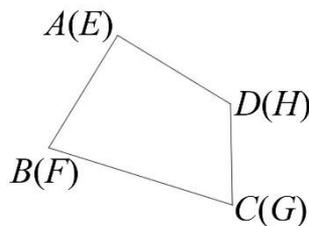
透過平移和旋轉，把 $\angle D$ 和 $\angle H$ 疊在一起，發現 A 點的對應點是 E 點，
 B 點的對應點是 F 點， C 點的對應點是 G 點，如下圖：



得知 C 點的對應點為 G 點， $\angle B$ 的對應角為 $\angle F$ ， \overline{AB} 的對應邊為 \overline{EF} 。

方法二：

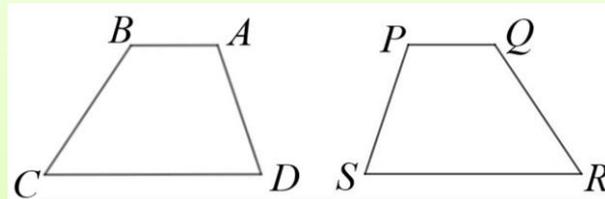
將四邊形 $ABCD$ 平移和旋轉，把 $\angle D$ 和 $\angle H$ 疊在一起，
 發現最長邊 \overline{BC} 和 \overline{FG} 也會疊在一起，
 所以四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $EFGH$ 會完全疊合，
 我們將疊合在一起的頂點標示在同一個四邊形，如圖，



得知 C 點的對應點為 G 點， $\angle B$ 的對應角為 $\angle F$ ， \overline{AB} 的對應邊為 \overline{EF} 。



(4) 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $PQRS$ 全等。已知透過平移和翻轉，
 可以將 C 點和 R 點疊合在一起，請回答下列問題：



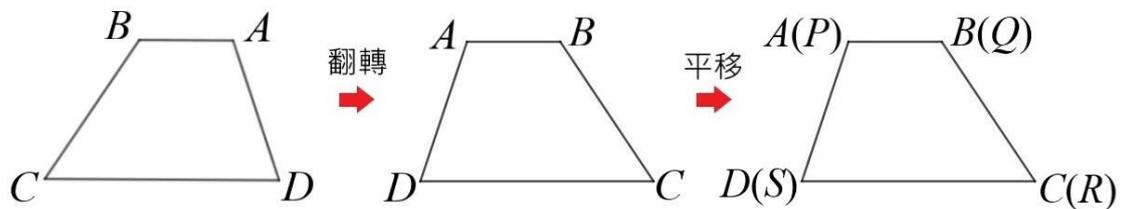
- ① A 點的對應點是哪個點？
- ② $\angle Q$ 的對應角是哪個角？
- ③ \overline{BC} 的對應邊是哪個邊？

【搭配附件四】

解：

方法一：

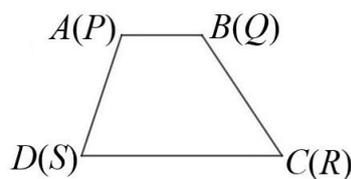
透過平移和翻轉，把 $\angle C$ 和 $\angle R$ 疊合在一起，發現 A 點的對應點是 P 點，
 B 點的對應點是 Q 點， D 點的對應點是 S 點，如下圖：



得知 A 點的對應點為 P 點， $\angle Q$ 的對應角為 $\angle B$ ， \overline{BC} 的對應邊為 \overline{QR} 。

方法二：

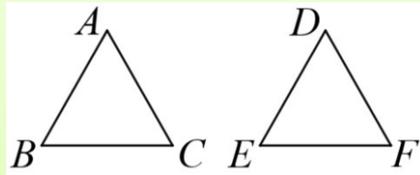
將四邊形 $ABCD$ 平移和翻轉，把 $\angle C$ 和 $\angle R$ 疊在一起，
 發現最長邊 \overline{CD} 和 \overline{RS} 也會疊在一起，
 所以四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $PQRS$ 會完全疊合，
 我們將疊合在一起的頂點標示在同一個四邊形，如圖，



得知 A 點的對應點為 P 點， $\angle Q$ 的對應角為 $\angle B$ ， \overline{BC} 的對應邊為 \overline{QR} 。



(5) 如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等。已知透過平移和旋轉，
 可以將 \overline{AB} 和 \overline{DF} 疊合在一起，請回答下列問題：

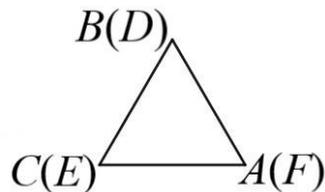


- ① A 點的對應點是哪個點？
- ② $\angle B$ 的對應角是哪個角？
- ③ \overline{BC} 的對應邊是哪個邊？

解：將 $\triangle ABC$ 平移和旋轉，把 \overline{AB} 和 \overline{DF} 疊合在一起，

得知 $\angle A$ 和 $\angle F$ 疊合， $\angle B$ 和 $\angle D$ 疊合，將疊合在一起的點標示，如下

圖：

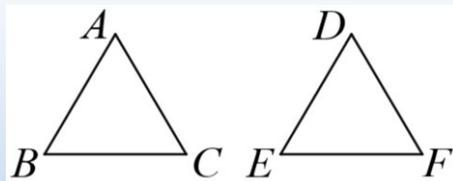


得知 A 點的對應點為 F 點， $\angle B$ 的對應角為 $\angle D$ ， \overline{BC} 的對應邊為 \overline{DE} 。



隨堂練習

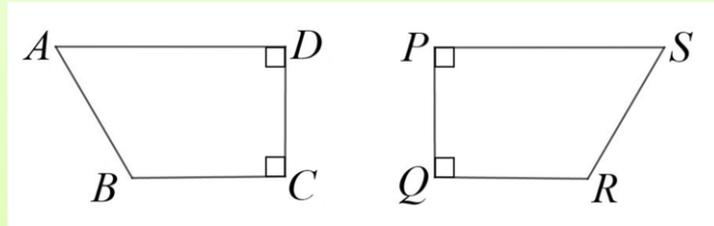
如圖， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等。已知透過平移和旋轉，可以將 \overline{AB} 和 \overline{EF}
 疊合在一起，請回答下列問題：



- ① $\angle A$ 的對應角是哪個角？
- ② \overline{AC} 的對應邊是哪個邊？

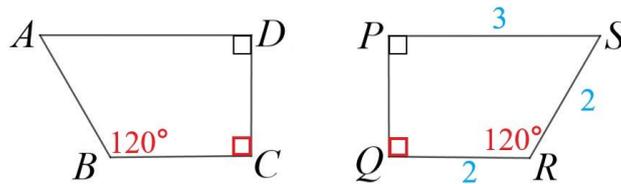


(6) 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $PQRS$ 全等，已知 B 點的對應點是 R 點， C 點的對應點是 Q 點， $\angle C$ 、 $\angle D$ 、 $\angle P$ 、 $\angle Q$ 皆為直角， $\angle B = 120^\circ$ ， $\overline{PS} = 3$ ， $\overline{QR} = 2$ ， $\overline{RS} = 2$ ，請回答下列問題：



- ① $\angle S = ?$
- ② $\overline{AB} = ?$

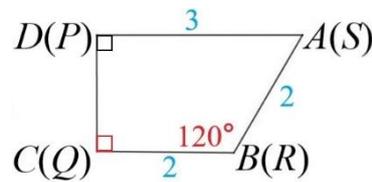
解：先將對應的點及已知的邊或角在圖上標示邊長或角度，如下圖：



將四邊形 $ABCD$ 平移和翻轉，把 $\angle B$ 和 $\angle R$ 、 $\angle C$ 和 $\angle Q$ 疊在一起

發現最長邊 \overline{DA} 和 \overline{PS} 也會疊在一起，

所以四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $PQRS$ 會完全疊合，如圖，



得知 $\angle S$ 的對應角為 $\angle A$ ， \overline{AB} 的對應邊為 \overline{SR} ，

故 $\angle S = \angle A = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{SR} = 2$ 。



(7) $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 全等，已知 A 點的對應點是 D 點，

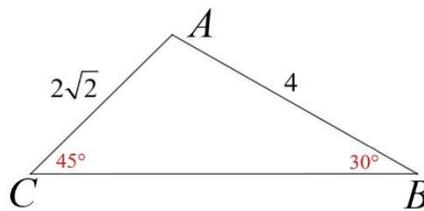
B 點的對應點是 E 點， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 2\sqrt{2}$ ，

請回答下列問題：

① $\angle F = ?$

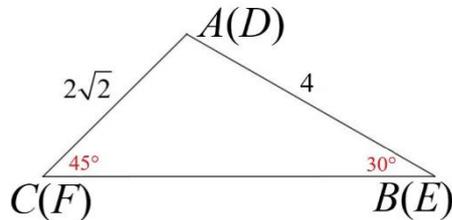
② $\overline{DE} = ?$

解：先畫出 $\triangle ABC$ ，並把題目給的條件都標示出來，如下圖：



已知 A 點的對應點是 D 點， B 點的對應點是 E 點，

想成將 $\triangle DEF$ 和 $\triangle ABC$ 疊合，並在圖上標示對應點，如下圖：



所以， $\angle F = \angle C = 45^\circ$ ， $\overline{DE} = \overline{AB} = 4$ 。



隨堂練習

$\triangle ABC$ 和 $\triangle PQR$ 全等，已知 A 點的對應點是 Q 點， B 點的對應點是 P 點，

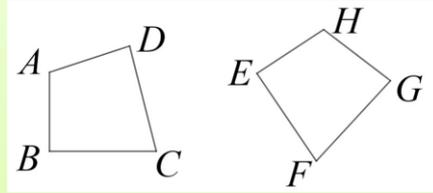
$\overline{AB} = 4$ ， $\overline{AC} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ ，請問 $\overline{PR} = ?$



(8) 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $EFGH$ 全等，

已知 $\overline{AB} = \overline{EH} = 3$ ， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ，且 $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{FG} = \sqrt{17}$ ， $\overline{GH} = \sqrt{10}$ ，

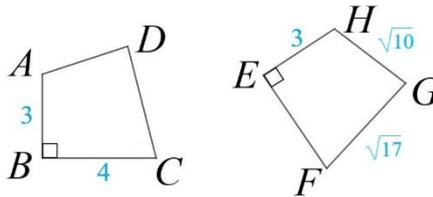
請回答下列問題：



① A 、 B 、 C 、 D 點的對應點分別是哪個點？

② \overline{DA} 的長度 = ？

解：先將題目給的條件都標示出來，如下圖：

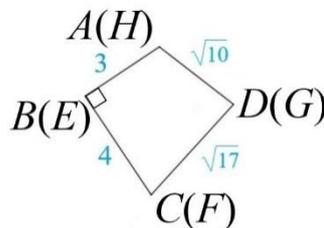


觀察兩個四邊形，因為對應邊等長，知 $\overline{EF} = \overline{BC} = 4$ ，

因此， \overline{AB} 的對應邊為 \overline{EH} ，可得 B 點的對應點是 E 點，

而 A 點的對應點是 H 點， C 點的對應點是 F 點， D 點的對應點是 G 點，

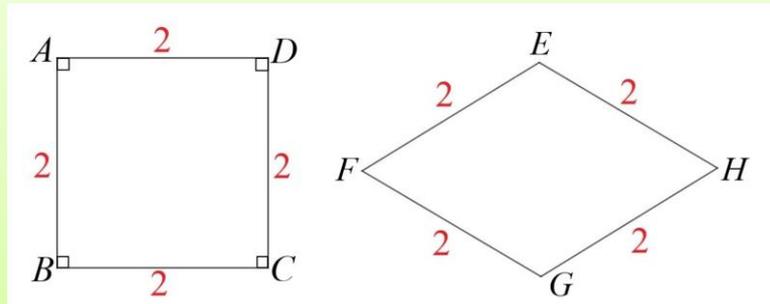
如下圖：



由上圖知， $\overline{DA} = \overline{GH} = \sqrt{10}$ 。



(9) 如圖，正方形 $ABCD$ 和菱形 $EFGH$ 邊長皆為 2，
請問正方形 $ABCD$ 和菱形 $EFGH$ 是否全等？

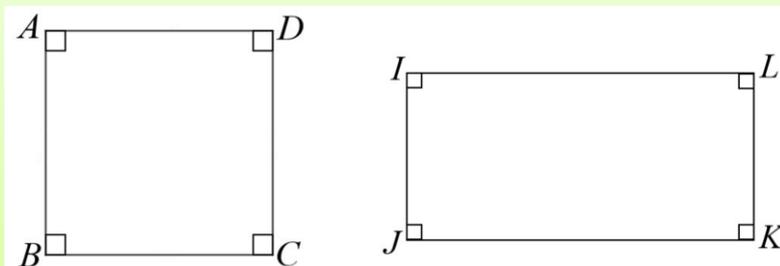


解：正方形 $ABCD$ 和菱形 $EFGH$ 邊長皆為 2，滿足對應的邊相等；

但正方形 $ABCD$ 和菱形 $EFGH$ 的 4 個角度無法對應相等。

故正方形 $ABCD$ 和菱形 $EFGH$ 不會全等。

(10) 如圖，正方形 $ABCD$ 和長方形 $IJKL$ 角度皆為 90° ，
請問正方形 $ABCD$ 和長方形 $IJKL$ 是否全等？



解：正方形 $ABCD$ 和長方形 $IJKL$ 角度皆為 90° ，滿足對應的角相等；

但正方形 $ABCD$ 和長方形 $IJKL$ 的 4 個邊長無法對應相等。

故正方形 $ABCD$ 和長方形 $IJKL$ 不會全等。

如果兩圖形只滿足對應的邊相等，它們不一定會全等；

如果兩圖形只滿足對應的角相等，它們也不一定會全等。

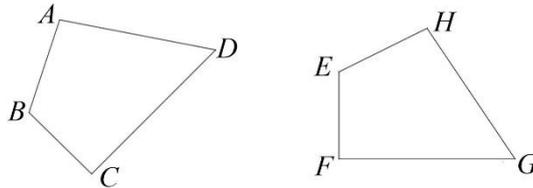




小試身手

1. 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $EFGH$ 全等。已知透過平移和旋轉，

可以將 B 點和 E 點疊合在一起，請回答下列問題：



① $\angle C$ 的對應角是哪個角？

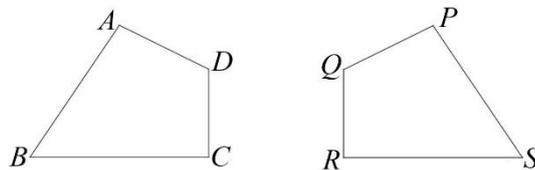
② \overline{AD} 的對應邊是哪個邊？

2. $\triangle ABC$ 和 $\triangle PQR$ 全等，已知 A 點的對應點是 R 點， B 點的對應點是 P 點，

$\overline{PQ} = 7$ ， $\overline{PR} = 8$ ， $\overline{QR} = 9$ ，請問 $\overline{BC} = ?$

3. 如圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $PQRS$ 全等。已知 $\overline{CD} = \overline{RQ} = 3$ ，

$\angle C = \angle R = 90^\circ$ ，且 $\overline{BC} = 5$ ， $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ ， $\overline{AD} = \sqrt{10}$ ，請回答下列問題：

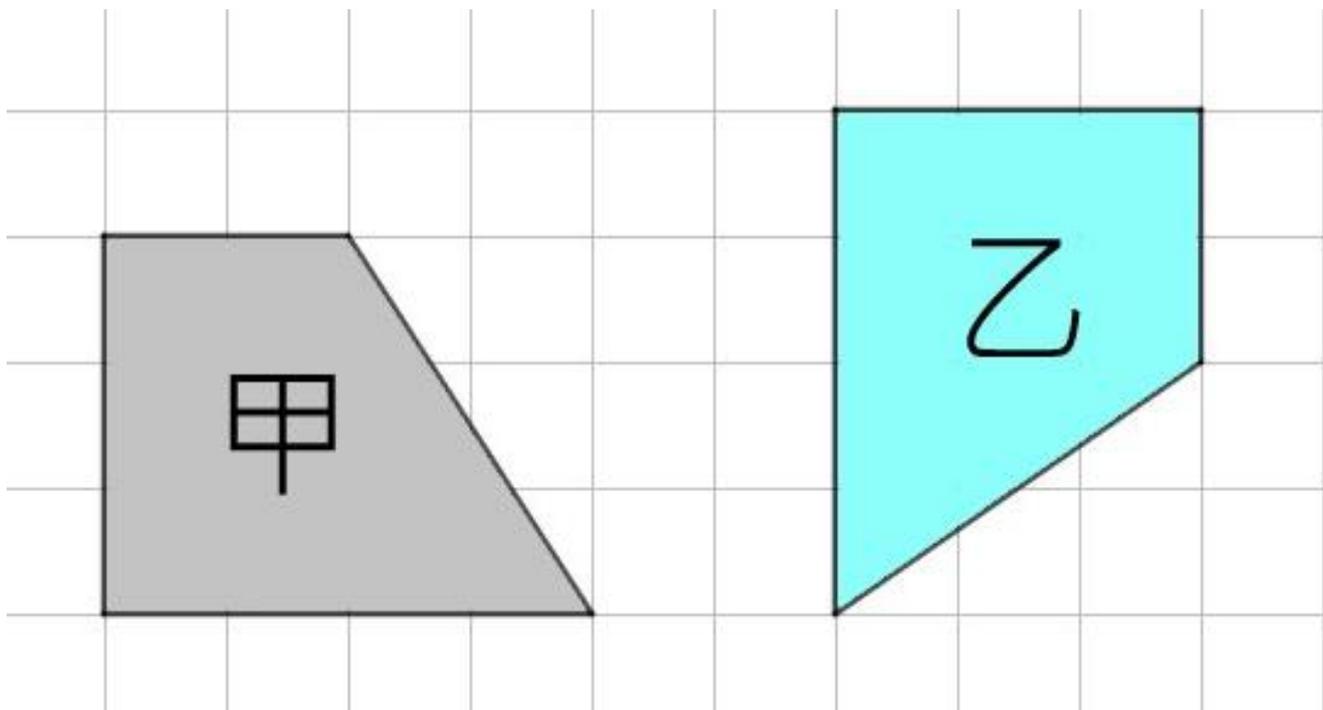


① A 、 B 、 C 、 D 點的對應點分別是哪個點？

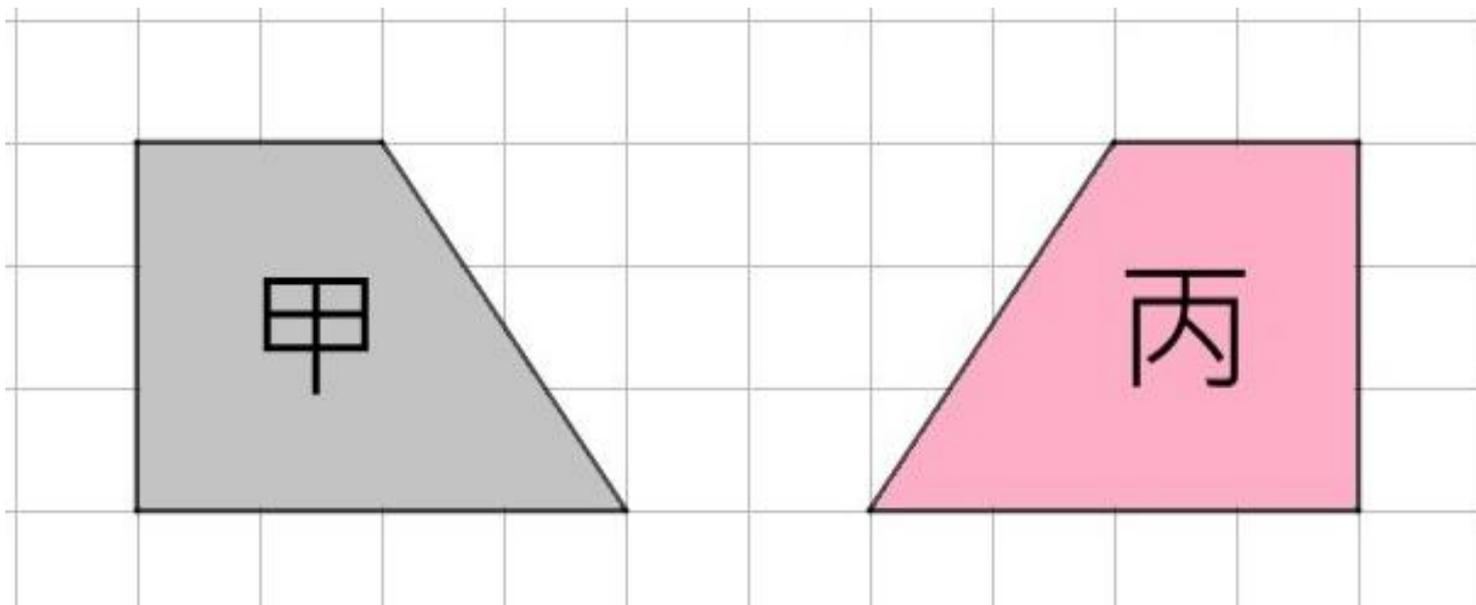
② \overline{PS} 的長度 = ？



【附件一】

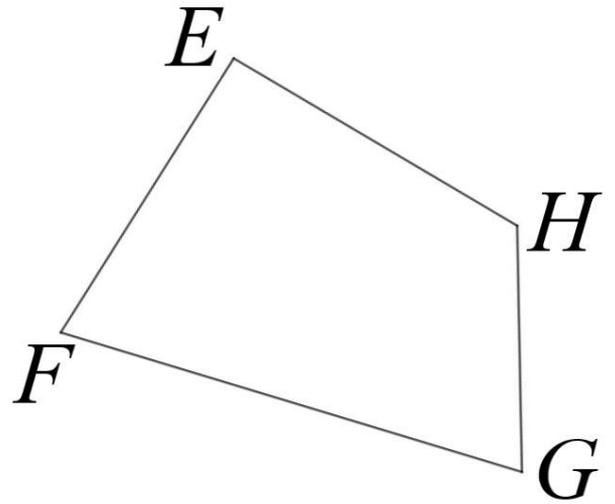
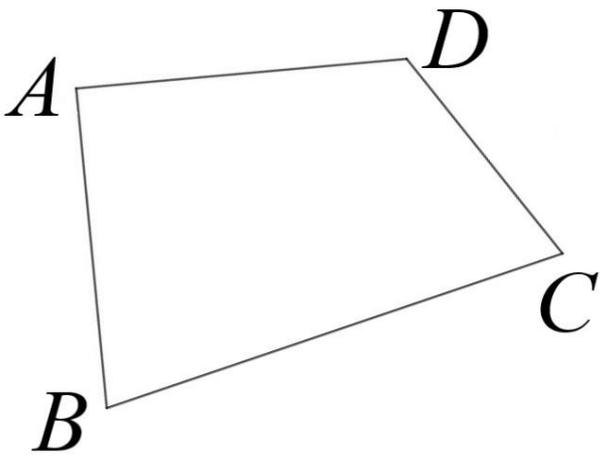


【附件二】

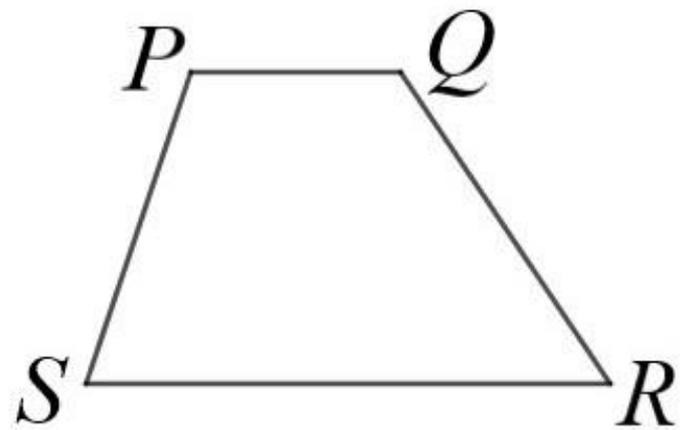
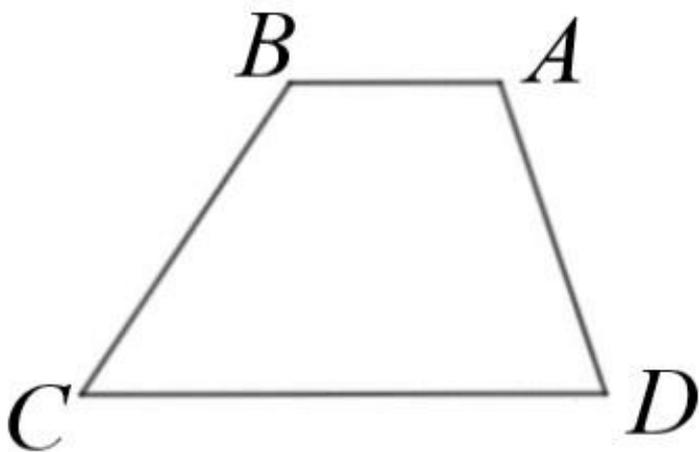




【附件三】



【附件四】





教育部國民及學前教育署 編

國民中學
學生學習扶助教材 **8** 年級數學

