

基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

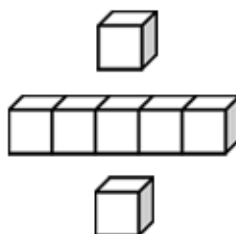
乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

乘法公式 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

班級：_____

姓名：_____





基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

◎分配律

(1) 一小罐糖果有 a 顆，每一小罐添加 b 顆糖果裝成大罐，買 7 大罐糖果會有多少顆？

解：

方法一、 $a+b$ ，先算出每一大罐有 $a+b$ 顆，
 $(a+b) \times 7$ ，再算出 7 大罐共有 $(a+b) \times 7$ 顆，
 用一個算式 $(a+b) \times 7$ 把做法記下來。

方法二、 $a \times 7 = 7a$ ，先算出 7 小罐有 $7a$ 顆，
 $b \times 7 = 7b$ ，再算出添加 $7b$ 顆，
 所以 7 大罐會有 $7a + 7b$ 顆；
 用一個算式 $a \times 7 + b \times 7 = 7a + 7b$ 把做法記下來。

$a \times 7$ ， $b \times 7$ 可省略乘法記號，
 記成 $7a$ ， $7b$ 。

答：同一個問題兩種解法，
 所以 $(a+b) \times 7 = a \times 7 + b \times 7 = 7a + 7b$ 。



第(1)題的「方法一」和「方法二」是同一個問題兩種不同算法，
 它們的答案一定相同，可以記成 $(a+b) \times 7 = a \times 7 + b \times 7$ 。





(2)老師進行分組教學，將班上同學每 4 個男生或每 4 個女生分成一組，分別有 c 組男生組、 d 組女生組，請問班上同學共有多少人？

解：

方法一、 $c+d$ ，先算出共有 $c+d$ 組，
 $4 \cdot (c+d) = 4(c+d)$ ，再算出共有 $4(c+d)$ 人，
 用一個算式 $4 \cdot (c+d) = 4(c+d)$ 把做法記下來。

$4 \cdot c$ ， $4 \cdot d$ 可省略乘法記號，記成 $4c$ ， $4d$ 。

方法二、 $4 \cdot c = 4c$ ，先算出 c 組男生組有 $4c$ 人，
 $4 \cdot d = 4d$ ，再算出 d 組女生組有 $4d$ 人，
 所以班上同學共有 $4c+4d$ 人；
 用一個算式 $4 \cdot c + 4 \cdot d = 4c + 4d$ 把做法記下來。

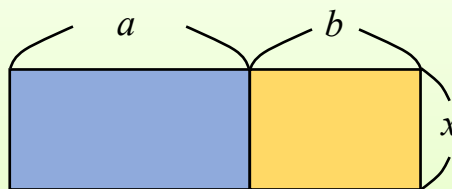
答：同一個問題兩種解法，所以 $4 \cdot (c+d) = 4 \cdot c + 4 \cdot d = 4c + 4d$



第(2)題的「方法一」和「方法二」是同一個問題兩種不同算法，它們的答案一定相同，可以記成 $4 \cdot (c+d) = 4 \cdot c + 4 \cdot d$ 。

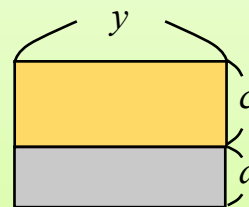


(3) ① 如圖一，有兩個寬度相等的長方形，
 拼成一個大長方形，
 請問大長方形面積為多少？



圖一

② 如圖二，有兩個長度相等的長方形，
 拼成一個大長方形，
 請問大長方形面積為多少？



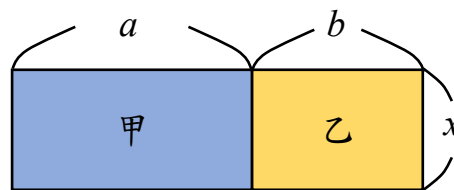
圖二

基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

解：

①

方法一、 如圖一，大長方形的長是 $(a+b)$ ，寬是 x ，大長方形面積為 $(a+b) \cdot x = (a+b)x$ 。

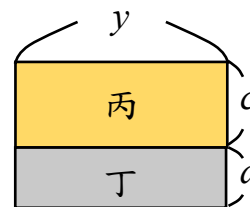


圖一

方法二、 如圖一，甲長方形面積 $= a \cdot x = ax$ ，
乙長方形面積 $= b \cdot x = bx$ ，
大長方形面積 $=$ 甲長方形面積 $+$ 乙長方形面積 $= ax + bx$ 。
答：同一個問題兩種解法，所以 $(a+b)x = ax + bx$

②

方法一、 如圖二，大長方形的長為 y ，寬為 $(c+d)$ ，
大長方形面積 $= y \cdot (c+d) = y(c+d)$ 。



圖二

方法二、 如圖二，丙長方形面積 $= y \cdot c = yc$ ，
丁長方形面積 $= y \cdot d = yd$ ，
大長方形面積 $=$ 丙長方形面積 $+$ 丁長方形面積 $= yc + yd$ 。

答：同一個問題兩種解法，所以 $y(c+d) = yc + yd$

從第(3)題①②的結果發現：

圖一、圖二的邊長 x 和邊長 y 可為正整數、正分數或正小數，也就是說，

當 x 為任意正數時， $(a+b) \cdot x = a \cdot x + b \cdot x$ 會成立
可記成 $(a+b)x = ax + bx$ 。

當 y 為任意正數時， $y \cdot (c+d) = y \cdot c + y \cdot d$ 會成立，
可記成 $y(c+d) = yc + yd$ 。

因此，我們將 $(a+b)x = ax + bx$ ， $y(c+d) = yc + yd$
這兩個等式稱為分配律。





(4)利用分配律展開下列各式：

- ① $(a+b) \times (-2)$
- ② $(-5+b)x$
- ③ $(-3)(c+d)$
- ④ $y(c-6)$

解：

$$\text{① } (a+b) \times (-2) = a \cdot (-2) + b \cdot (-2) = -2a - 2b$$

$$\text{② } (-5+b)x = (-5) \cdot x + b \cdot x = -5x + bx$$

$$\text{③ } (-3)(c+d) = (-3) \cdot c + (-3) \cdot d = -3c - 3d$$

$$\text{④ } y(c-6) = y \cdot [c + (-6)] = y \cdot c + y \cdot (-6) = yc - 6y$$

$$\begin{array}{ll} \text{答：① } -2a - 2b & \text{② } -5x + bx \\ \text{③ } -3c - 3d & \text{④ } yc - 6y \end{array}$$

從(4)題發現：

當 a 、 b 、 x 為任意數時， $(a+b)x = ax + bx$ 也成立；

當 a 、 b 、 y 為任意數時， $y(a+b) = ya + yb$ 也成立。



隨堂練習

(1)展開下列各式：

- ① $(c-2) \cdot d$
- ② $(-3-b) \cdot 5$
- ③ $(-5)(5-d)$
- ④ $-(-3c+2d)$



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

◎乘法公式 $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

(1) 家政老師發串珠材料給學生，班上每人都拿到 a 顆大珠子和 3 顆小珠子，已知班上男生有 b 人，女生有 5 人，請回答下列問題：

① 依題意列式計算珠子總顆數。

② 共有多少顆珠子？

解：

① 每人拿到 $a+3$ 顆，班上有 $b+5$ 人，
可列出 $(a+3) \cdot (b+5) = (a+3)(b+5)$ 計算珠子總顆數。

② 方法一、 $a \cdot (b+5) = a(b+5)$ ，先算出大珠子共有 $a(b+5)$ 顆，
 $3 \cdot (b+5) = 3(b+5)$ ，再算出小珠子共有 $3(b+5)$ 顆，
最後將大珠子顆數和小珠子顆數相加，
 $a(b+5) + 3(b+5) = a \cdot b + a \cdot 5 + 3 \cdot b + 3 \cdot 5 = ab + 5a + 3b + 15$ ，
所以共有 $ab + 5a + 3b + 15$ 顆珠子。

方法二、 $(a+3) \cdot b = (a+3)b$ ，先算出男生 b 人共拿 $(a+3)b$ 顆，
 $(a+3) \cdot 5$ ，再算出女生 5 人共拿 $(a+3) \cdot 5$ 顆，
 $(a+3)b + (a+3) \cdot 5 = a \cdot b + 3 \cdot b + a \cdot 5 + 3 \cdot 5 = ab + 3b + 5a + 15$ ，
所以共有 $ab + 3b + 5a + 15$ 顆珠子。

答：① $(a+3)(b+5)$ ② $ab + 3b + 5a + 15$ 顆

從第(1)題①②發現：

計算 $(a+3)(b+5)$ 有 $a(b+5) + 3(b+5)$ ， $(a+3)b + (a+3) \cdot 5$
兩個方法，都可算出結果 $ab + 5a + 3b + 15$ 。

記為 $(a+3)(b+5) = a(b+5) + 3(b+5) = ab + 5a + 3b + 15$ ；

$(a+3)(b+5) = (a+3)b + (a+3) \cdot 5 = ab + 5a + 3b + 15$ 。





(2)班上每人從器材室拿 a 顆桌球和 b 顆羽球，走到球場上擺放，
已知班上男生有 c 人，女生有 d 人，請問球場上共有多少顆球？

解：

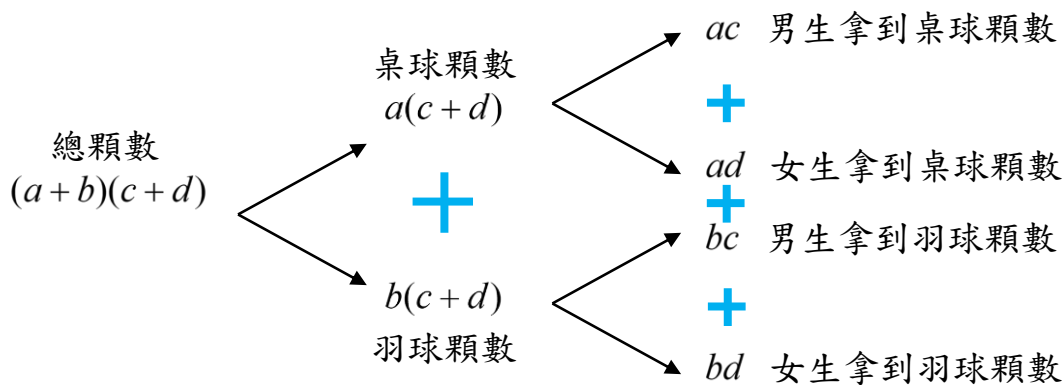
每人拿 $a+b$ 顆球，班上有 $c+d$ 人，可列出
 $(a+b) \cdot (c+d) = (a+b)(c+d)$ 來計算總顆數。

方法一、 先分別算出桌球和羽球的顆數，再計算它們的總和，
 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$ ，
所以共有 $ac + ad + bc + bd$ 顆。

方法二、 分別算出男生 c 人與女生 d 人拿的顆數，再計算它們的總和，
 $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$ ，
所以共有 $ac + bc + ad + bd$ 顆。

答： $ac + ad + bc + bd$ 顆

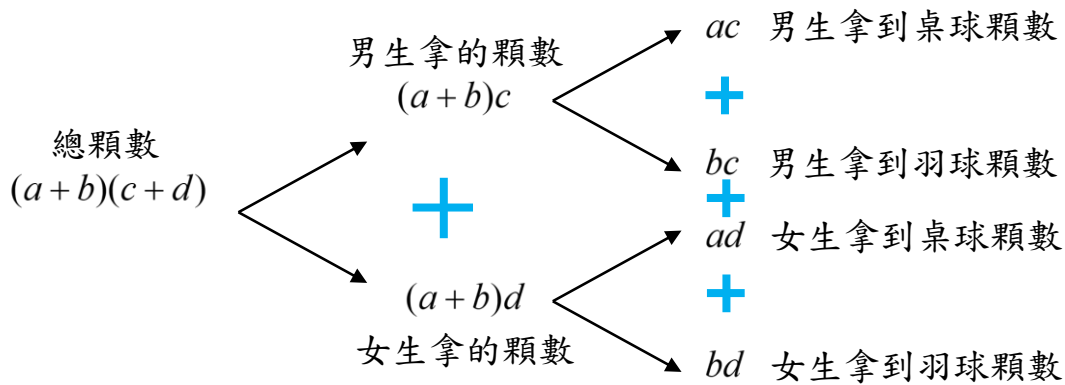
可以利用下方樹狀圖來說明第(2)題的「方法一」：



記為 $(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d) = ac + ad + bc + bd$ 。



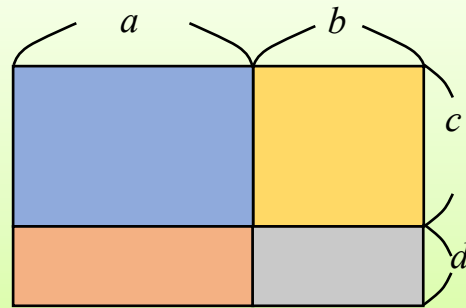
可以利用下方樹狀圖來說明第(2)題的「方法二」：



記為 $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d = ac + bc + ad + bd$ 。

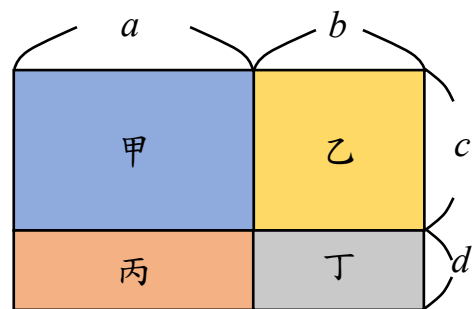


(3)如圖，有四個小長方形，
拼成一個大長方形，
請問大長方形面積為多少？



解：

方法一、 如圖一，大長方形的
長為 $(a+b)$ ，寬為 $(c+d)$ ，
大長方形面積
 $= (a+b) \cdot (c+d) = (a+b)(c+d)$ 。



圖一



方法二、 如圖一，甲長方形面積 $=ac$ ，乙長方形面積 $=bc$ ，
丙長方形面積 $=ad$ ，丁長方形面積 $=bd$ ，所以
大長方形面積 $=$ 甲長方形面積 $+$ 乙長方形面積 $+$ 丙長方形面積
 $+$ 丁長方形面積 $=ac+bc+ad+bd$ 。

答： $ac+bc+ad+bd$

從第(3)題發現：

大長方形面積可記為 $(a+b)(c+d)$ ，也可記為 $ac+bc+ad+bd$ ，
所以當 $a、b、c、d$ 為任意正數時，
 $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ 也會成立，
因此，我們將 $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ 稱為乘法公式。



重點整理

乘法公式 1： $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$ 。

(4)利用乘法公式 1 計算下列各式：

- ① $(a-3)(-2+d)$
- ② $(-4-b)(c-5)$
- ③ $(3x+2v)(w-4z)$

解：

$$\begin{aligned}
 \text{①} \quad (a-3)(-2+d) &= [a+(-3)][(-2)+d] \\
 &= a \cdot [(-2)+d] + (-3) \cdot [(-2)+d] \\
 &= a \cdot (-2) + a \cdot d + (-3) \cdot (-2) + (-3) \cdot d \\
 &= -2a + ad + 6 - 3d \\
 &= ad - 2a - 3d + 6
 \end{aligned}$$



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

$$\begin{aligned}
 \textcircled{2} \quad & (-4-b)(c-5) = [(-4)+(-b)][c+(-5)] \\
 & = (-4)[c+(-5)] + (-b)[c+(-5)] \\
 & = (-4) \cdot c + (-4) \cdot (-5) + (-b) \cdot c + (-b) \cdot (-5) \\
 & = -4c + 20 - bc + 5b \\
 & = -bc + 5b - 4c + 20
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \textcircled{3} \quad & \text{令 } a=3x, b=2y, c=w, d=-4z, \\
 & \text{因為 } (a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd, \\
 & \text{所以 } (3x+2y)(w-4z) = (3x+2y)[w+(-4z)] \\
 & \quad = 3x \cdot w + 3x \cdot (-4z) + 2y \cdot w + 2y \cdot (-4z) \\
 & \quad = 3xw - 12xz + 2yw - 8yz \\
 & \text{答：} \textcircled{1} \quad ad - 2a - 3d + 6 \\
 & \quad \textcircled{2} \quad -bc + 5b - 4c + 20 \\
 & \quad \textcircled{3} \quad 3xw - 12xz + 2yw - 8yz
 \end{aligned}$$

從第(4)題發現：
當 a 、 b 、 c 、 d 為任意數時，
 $(a+b)(c+d) = ac+bc+ad+bd$ 也成立。



隨堂練習

(1) 展開下列各式：

- ① $(a+3)(5+d)$
- ② $(-3-b)(c-4)$
- ③ $(2x+5y)(-3z-w)$
- ④ $(-x-4y)(5z-2w)$



◎ 乘法公式 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

(1)請利用乘法公式 1 計算下列各式的結果：

- ① $(a+b)^2$
- ② $(a-b)^2$

解：

$$\begin{aligned}
 \text{①} \quad (a+b)^2 &= (a+b)(a+b) \\
 &= (a+b)(a+b) \\
 &= a(a+b) + b(a+b) \\
 &= a^2 + ab + ba + b^2 \\
 &= a^2 + 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

a 、 b 為任意數，
 $b \cdot a = a \cdot b$ ，記為 $ba = ab$ 。



$$\begin{aligned}
 \text{②} \quad (a-b)^2 &= (a-b)(a-b) \\
 &= [a+(-b)][a+(-b)] \\
 &= a[a+(-b)] + (-b)[a+(-b)] \\
 &= a^2 + a(-b) + (-b)a + (-b)^2 \\
 &= a^2 - ab - ab + b^2 \\
 &= a^2 - 2ab + b^2
 \end{aligned}$$

a 、 b 為任意數，
 $(-b) \cdot a = a \cdot (-b)$ ，
記為 $-ba = -ab$ 。



答：① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

從第(1)題發現：

利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

將 $(a+b)^2$ 乘開得到 $a^2 + 2ab + b^2$ ；

將 $(a-b)^2$ 乘開得到 $a^2 - 2ab + b^2$ ，

表示 a 、 b 為任意數，我們將

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 這等式，稱為和的平方公式；

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 這等式，稱為差的平方公式。





基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

重點整理

$$\text{乘法公式 2: } (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{。}$$

$$\text{乘法公式 3: } (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{。}$$

(2)請利用乘法公式 2 計算下列各式的結果：

① 103^2

② 10.1^2

解：

① $103 = 100 + 3$ ，令 $a = 100$ ， $b = 3$

因為 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，

所以 $103^2 = (100+3)^2$

$$= 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 3 + 3^2 = 10609$$

② $10.1 = 10 + 0.1$ ，令 $a = 10$ ， $b = 0.1$

因為 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，

所以 $10.1^2 = (10+0.1)^2$

$$= 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 0.1 + 0.1^2 = 102.01$$

答：① 10609 ② 102.01

(3)請利用乘法公式 3 計算下列各式的結果：

① 98^2

② 9.7^2

解：

① $98 = 100 - 2$ ，令 $a = 100$ ， $b = 2$

因為 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，

所以 $98^2 = (100-2)^2$

$$= 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 2 + 2^2 = 99604$$



② 因為 $9.7 = 10 - 0.3$ ，令 $a = 10$ ， $b = 0.3$

因為 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，

所以 $9.7^2 = (10 - 0.3)^2$

$$= 10^2 - 2 \cdot 10 \cdot 0.3 + 0.3^2 = 94.09$$

答：① 99604 ② 94.09

從第(2)題發現：

將 103^2 寫成 $(100 + 3)^2$ ， 10.1^2 寫成 $(10 + 0.1)^2$ ，
可利用 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 來簡化計算。

從第(3)題發現：

將 98^2 寫成 $(100 - 2)^2$ ， 9.7^2 寫成 $(10 - 0.3)^2$ ，
可利用 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 來簡化計算。



(4)① 請計算 $(2x + 3y)^2$ 的結果。

② 請計算 $(5m - 4n)^2$ 的結果。

解：

① 令 $a = 2x$ ， $b = 3y$ ，

因為 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，

所以 $(2x + 3y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2$

$$= 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

② 令 $a = 5m$ ， $b = 4n$ ，

因為 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，

所以 $(5m - 4n)^2 = (5m)^2 - 2 \cdot 5m \cdot 4n + (4n)^2$

$$= 25m^2 - 20mn + 16n^2$$

答：① $4x^2 + 12xy + 9y^2$

② $25m^2 - 20mn + 16n^2$



隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① 89^2

② $(13\frac{1}{2})^2$

③ 15.2^2

(2) 計算下列各式：

① $(3x-5y)^2$

② $(4m+n)^2$

(5) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 改寫成 $a^2 + 2ab + b^2$ 的算式。

②算算看， $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 的結果等於多少？

解：

① 因為 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2 = 97^2 + 2 \times 3 \times 97 + 3^2$
 $= 97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$

對照 $a^2 + 2ab + b^2$ ，可令 $a = 97$ ， $b = 3$ 。

② 因為 $a = 97$ ， $b = 3$
 又 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ，

所以 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2 = 97^2 + 2 \times 97 \times 3 + 3^2$
 $= (97+3)^2 = 100^2 = 10000$

答：① $a = 97$ ， $b = 3$ ② 10000



從第(5)題發現：

將 $97^2 + 6 \times 97 + 3^2$ 寫成 $97^2 + 2 \times 3 \times 97 + 3^2$ ，可利用 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 簡化計算，得到 $(97+3)^2$ 。



(6) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 改寫成 $a^2 - 2ab + b^2$ 的算式。

②算算看， $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 的結果等於多少？

解：

$$\begin{aligned} \text{①} \quad & \text{因為 } 104^2 - 8 \times 104 + 4^2 = 104^2 - 2 \times 4 \times 104 + 4^2 \\ & = 104^2 - 2 \times 104 \times 4 + 4^2 \\ & \text{對照 } a^2 - 2ab + b^2, \text{ 可令 } a = 104, b = 4。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{②} \quad & \text{因為 } a = 104, b = 4 \\ & \text{又 } a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2, \\ & \text{所以 } 104^2 - 8 \times 104 + 4^2 = 104^2 - 2 \times 104 \times 4 + 4^2 \\ & = (104-4)^2 = 100^2 = 10000 \end{aligned}$$

答：① $a = 104, b = 4$ ② 10000

從第(6)題發現：

將 $104^2 - 8 \times 104 + 4^2$ 寫成 $104^2 - 2 \times 4 \times 104 + 4^2$ ，可利用 $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ 簡化計算，得到 $(104-4)^2$ 。



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

◎ 乘法公式 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

(1) 請利用乘法公式 1 計算 $(a+b)(a-b)$ 的結果。

解：

方法一、

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= (a+b)[a+(-b)] \\ &= a[a+(-b)] + b[a+(-b)] \\ &= a \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot a + b \cdot (-b) \\ &= a^2 - ab + ba - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

因為 $ab = ba$ ，
所以 $-ab + ba = 0$ 。



方法二、

$$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &= (a+b)[a+(-b)] \\ &= (a+b)a + (a+b)(-b) \\ &= a \cdot a + b \cdot a + a \cdot (-b) + b \cdot (-b) \\ &= a^2 + ba - ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$

因為 $ab = ba$ ，
所以 $ba - ab = 0$ 。



答： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

從第(1)題發現：

利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$

將 $(a+b)(a-b)$ 乘開得到 $a^2 - b^2$ ，表示 a 、 b 為任意數，我們將 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 這等式，稱為平方差公式。



重點整理

乘法公式 4： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



(2) ①說說看， a 的值為多少？ b 的值為多少？

可將 1004×996 改寫成 $(a+b)(a-b)$ 的算式。

②算算看， 1004×996 的結果等於多少？

解：

① 因為 $1004 = 1000 + 4$ ， $996 = 1000 - 4$
 所以 $1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$
 對照 $(a+b)(a-b)$ ，可令 $a = 1000$ ， $b = 4$ 。

② 因為 $a = 1000$ ， $b = 4$
 又 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，
 所以 $1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$
 $= 1000^2 - 4^2$
 $= 1000000 - 16 = 999984$

答：① $a = 1000$ ， $b = 4$ ② 999984

從第(2)題發現：

$1004 \times 996 = (1000 + 4) \times (1000 - 4)$ 利用 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 來簡化計算。

如果將 1004×996 改記成 $(2000 - 996) \times (1000 - 4)$ ，
 或改記成 $(1000 + 4) \times (990 + 6)$ ，那麼無法利用
 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 來簡化計算。

也可以利用乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 計算結果。



(3) 請利用乘法公式 4 計算下列各式的結果：

① $20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3}$

② 40.1×39.9

解：

① 令 $a + b = 20\frac{1}{3}$ ， $a - b = 19\frac{2}{3}$ ，

解聯立方程式 $\begin{cases} a + b = 20\frac{1}{3} \\ a - b = 19\frac{2}{3} \end{cases}$ ，得到 $\begin{cases} a = 20 \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 20\frac{1}{3} \times 19\frac{2}{3} &= (20 + \frac{1}{3}) \times (20 - \frac{1}{3}) \\ &= 20^2 - (\frac{1}{3})^2 \\ &= 400 - \frac{1}{9} = 399\frac{8}{9} \end{aligned}$$

② 令 $a + b = 40.1$ ， $a - b = 39.9$ ，

解聯立方程式 $\begin{cases} a + b = 40.1 \\ a - b = 39.9 \end{cases}$ ，得到 $\begin{cases} a = 40 \\ b = 0.1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{所以 } 40.1 \times 39.9 &= (40 + 0.1) \times (40 - 0.1) \\ &= 40^2 - 0.1^2 \\ &= 1600 - 0.01 = 1599.99 \end{aligned}$$

答：① $399\frac{8}{9}$ ② 1599.99

從第(3)題發現：

利用乘法公式 4 簡化計算時，可令

$a + b$ 等於乘式的大數， $a - b$ 等於乘式的小數，透過這兩式解聯立方程式，算出 a 和 b 的值，最後代入 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 計算出結果。





隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① 497×503

② $10\frac{3}{4} \times 9\frac{1}{4}$

③ 15.3×14.7

(4) 請計算下列各式：

① $355^2 - 145^2$

② $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2$

③ $13.45^2 - 3.45^2$

解：

① 因為 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ，
可記為 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 355$ ， $b = 145$ ，
所以 $355^2 - 145^2 = (355 + 145) \times (355 - 145)$
 $= 500 \times 210 = 105000$

② 對照 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 9\frac{3}{7}$ ， $b = 2\frac{3}{7}$ ，
所以 $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2 = (9\frac{3}{7} + 2\frac{3}{7}) \times (9\frac{3}{7} - 2\frac{3}{7})$
 $= 11\frac{6}{7} \times 7 = 83$

③ 對照 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令 $a = 13.45$ ， $b = 3.45$
所以 $13.45^2 - 3.45^2 = (13.45 + 3.45) \times (13.45 - 3.45)$
 $= 16.9 \times 10 = 169$

答：① 105000 ② 83 ③ 169



基本學習內容：AC-8-1-1、2、3

從第(4)題發現：

計算 $355^2 - 145^2$ ， $(9\frac{3}{7})^2 - (2\frac{3}{7})^2$ ， $13.45^2 - 3.45^2$ 時，可利用 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 來簡化計算。

隨堂練習

(1) 計算下列各式：

① $93^2 - 13^2$

② $(12\frac{2}{5})^2 - (2\frac{2}{5})^2$

③ $16.3^2 - 11.3^2$

重點整理

回顧一下，我們學了下列四個公式：

乘法公式 1： $(a+b)(c+d) = ac + bc + ad + bd$ 。乘法公式 2： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。乘法公式 3： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 。乘法公式 4： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 。



小試身手

1. 請計算下列各式：

① 50.31^2

② $79\frac{1}{2}^2$

③ 1003×997

④ $33\frac{1}{4} \times 32\frac{3}{4}$

2. 請計算下列各式：

① $99\frac{1}{2} + 2 \times 99\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2$

② $80.11^2 - 80.11 \times 0.22 + 0.11^2$

3. 請乘開下列各式：

① $(3x - y)(-2z + 5w)$

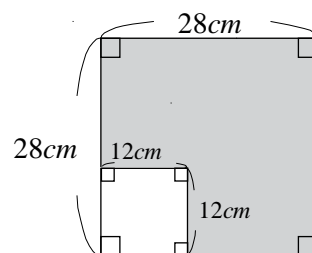
② $(-a + 2b)^2$

③ $(3c - 4d)^2$

④ $(6m + 7n)(6m - 7n)$

4. 有一個正方形的邊長為 $2x + 3y$ ，請問它的面積為多少？

5. 如圖，請問灰色面積為多少平方公分？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

8 年級數學

