

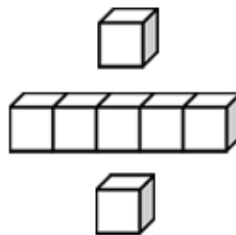
## 基本學習內容：AC-8-7-1、2

能利用因式分解求解一元二次方程式

能利用公式解求解一元二次方程式

班級：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_





◎  $(ax+b)(cx+d)=0$ ，則  $ax+b=0$  或  $cx+d=0$

下列表一的最左邊一行為  $A$  的值，最上面一列為  $B$  的值，其他空白欄位為同列  $A$  值與同行  $B$  值的相乘結果  $AB$ ，例如： $(-3) \times (-2) = 6$ 。

表一：

$A \backslash B$	-2	-1	0	1	2	3
-3	6					
-2						
-1						
0						
1						
2						

① 請完成表一，並將結果為 0 的欄位圈起來。

② 說說看，某個欄位結果為 0 時，它的  $A$  值與  $B$  值各為多少？

解：

① 表一：

$A \backslash B$	-2	-1	0	1	2	3
-3	6	3	0	-3	-6	-9
-2	4	2	0	-2	-4	-6
-1	2	1	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	0	0	0
1	-2	-1	0	1	2	3
2	-4	-2	0	2	4	6



② 綠色圈起來的欄位結果都為 0，其中：

$$0 \times (-2) = 0, 0 \times (-1) = 0, 0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0,$$

這些算式的  $A$  值為 0，但  $B$  值不為 0，可得到  $AB$  的值為 0。

藍色圈起來的欄位結果都為 0，其中：

$$(-3) \times 0 = 0, (-2) \times 0 = 0, (-1) \times 0 = 0, 1 \times 0 = 0, 2 \times 0 = 0,$$

這些算式的  $A$  值不為 0，但  $B$  值為 0，也可得到  $AB$  的值為 0。

綠色圈和藍色圈交錯的欄位結果為 0， $0 \times 0 = 0$ ，這個算式的  $A$  值和  $B$  值都為 0，也可得到  $AB$  的值為 0。

我發現  $AB=0$  有三種情況：

1.  $A=0, B \neq 0$ ；
2.  $A \neq 0, B=0$ ；
3.  $A=0, B=0$ 。



當  $AB=0$  時，則  $A=0$  或  $B=0$ 。





(1) 求解下列一元二次方程式：

①  $(x-1)(x-3)=0$

②  $(2x-1)(x+3)=0$

解：

① 因為  $AB=0$ ，則  $A=0$  或  $B=0$ ，  
 令  $A=x-1$ ， $B=x-3$ ，  
 $(x-1)(x-3)=0$ ，得到  $x-1=0$  或  $x-3=0$ ，  
 所以解為  $x=1$  或  $x=3$ 。

② 因為  $AB=0$ ，則  $A=0$  或  $B=0$ ，  
 令  $A=2x-1$ ， $B=x+3$ ，  
 $(2x-1)(x+3)=0$ ，得到  $2x-1=0$  或  $x+3=0$ ，  
 所以解為  $x=\frac{1}{2}$  或  $x=-3$ 。

答：① 解為  $x=1$  或  $x=3$       ② 解為  $x=\frac{1}{2}$  或  $x=-3$

### 重點整理

一元二次方程式  $(ax+b)(cx+d)=0$ ，則  $ax+b=0$  或  $cx+d=0$ 。



### 隨堂練習

(1) 求解下列一元二次方程式：

①  $(x-13)(x+1)=0$

②  $x(\frac{2}{3}x+4)=0$

③  $(4x-2)(2x+5)=0$



## ◎ 利用提公因式法解整係數一元二次方程式

利用提公因式法因式分解下列各式：

①  $A = (x + 1)(x + 2) + (x + 1)(x + 3)$

②  $B = 3x^2 + 2x$

解：① 因為  $x+1$  是  $(x+1)(x+2)$  和  $(x+1)(x+3)$  的公因式，  
利用分配律可得

$$\begin{aligned} A &= (x + 1)(x + 2) + (x + 1)(x + 3) \\ &= (x + 1)[(x + 2) + (x + 3)] \\ &= (x + 1)(2x + 5) \end{aligned}$$

② 因為  $x$  是  $3x^2$  和  $2x$  的公因式，利用分配律可得

$$B = 3x \cdot x + 2 \cdot x = (3x + 2)x = x(3x + 2)$$

(2)請利用提公因式法解下列各一元二次方程式：

①  $x^2 - 5x = 0$

②  $x(3x + 2) - x(x + 1) = 0$

解：

①  $x^2 - 5x = 0$  改記為  $x \cdot x - 5 \cdot x = 0$ ，  
利用分配律可得  $(x - 5)x = 0$ ，  
求解可得  $x - 5 = 0$  或  $x = 0$ ，  
解出  $x = 5$  或  $x = 0$ 。

② 利用分配律可得  $x[(3x + 2) - (x + 1)] = 0$ ，  
經化簡可得  $x(2x + 1) = 0$ ，  
求解可得  $x = 0$  或  $2x + 1 = 0$ ，  
解出  $x = 0$  或  $x = -\frac{1}{2}$ 。

答：① 解為  $x = 5$  或  $x = 0$       ② 解為  $x = 0$  或  $x = -\frac{1}{2}$



(3)請利用提公因式法解下列各一元二次方程式：

①  $(x+1)(3x-5) + (x+1)(-x+1) = 0$

②  $2x(x-3) - 4x(3x+1) = 0$

解：

- ① 利用分配律可得  $(x+1)[(3x-5) + (-x+1)] = 0$ ，  
經化簡可得  $(x+1)(2x-4) = 0$ ，  
求解可得  $x+1=0$  或  $2x-4=0$   
解出  $x=-1$  或  $x=2$ 。

- ②  $2x(x-3) - 4x(3x+1) = 0$  改記為  $2x(x-3) - 2x \cdot 2 \cdot (3x+1) = 0$   
利用分配律可得  $2x[(x-3) - 2(3x+1)] = 0$ ，  
經化簡可得  $2x(-5x-5) = 0$ ，  
求解可得  $2x=0$  或  $-5x-5=0$ ，  
解出  $x=0$  或  $x=-1$ 。

答：① 解為  $x=-1$  或  $x=2$       ② 解為  $x=0$  或  $x=-1$



## ◎ 利用乘法公式解整係數一元二次方程式

利用乘法公式因式分解下列各式：

①  $x^2 + 10x + 25$

②  $4x^2 - 12x + 9$

③  $9x^2 - 1$

解：①  $x^2 + 10x + 25$  改記為

$$x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = (x + 5)^2$$

②  $4x^2 - 12x + 9$  改記為

$$(2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x - 3)^2$$

③  $9x^2 - 1$  改記為

$$(3x)^2 - 1^2 = (3x + 1)(3x - 1)$$

(4)請利用  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$  解下列各一元二次方程式：

①  $x^2 + 6x + 9 = 0$

②  $x^2 - 8x + 16 = 0$

③  $4x^2 + 12x + 9 = 0$

④  $9x^2 - 6x + 1 = 0$

解：

①

將  $x^2 + 6x + 9$  改記成  $x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2$ ，

因為  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ ，令  $a = x$ ， $b = 3$  代入，

得到  $x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = (x + 3)^2$ ，

所以  $x^2 + 6x + 9 = 0$  可改記成  $(x + 3)^2 = 0$ ，

得到  $x + 3 = 0$ ，

解出只有一個解  $x = -3$ 。

②

將  $x^2 - 8x + 16$  改記成  $x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2$ ，

因為  $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ ，令  $a = x$ ， $b = 4$  代入，

得到  $x^2 - 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = (x - 4)^2$ ，

所以  $x^2 - 8x + 16 = 0$  可改記成  $(x - 4)^2 = 0$ ，

得到  $x - 4 = 0$ ，

解出只有一個解  $x = 4$ 。



基本學習內容：AC-8-7-1、2

③

將  $4x^2 + 12x + 9$  改記成  $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2$ ，

因為  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ，令  $a = 2x$ ， $b = 3$  代入，

得到  $(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 = (2x+3)^2$ ，

所以  $4x^2 + 12x + 9 = 0$  可改記成  $(2x+3)^2 = 0$ ，

得到  $2x+3=0$ ，

解出只有一個解  $x = -\frac{3}{2}$ 。

④

將  $9x^2 - 6x + 1$  改記成  $(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2$ ，

因為  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ ，令  $a = 3x$ ， $b = 1$  代入，

得到  $(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = (3x-1)^2$ ，

所以  $9x^2 - 6x + 1 = 0$  可改記成  $(3x-1)^2 = 0$ ，

得到  $3x-1=0$ ，

解出只有一個解  $x = \frac{1}{3}$ 。

答：① 解為  $x = -3$

② 解為  $x = 4$

③ 解為  $x = -\frac{3}{2}$

④ 解為  $x = \frac{1}{3}$

$(x+3)^2 = 0$ 、 $(x-4)^2 = 0$ 、 $(2x+3)^2 = 0$ 、 $(3x-1)^2 = 0$ ，這些一元二次方程式的左式稱為完全平方式，它們的解只有一個解。也就是說，

如果一元二次方程式型如： $(ax+b)^2 = 0$ ，可列出  $ax+b=0$

求解，解出只有一個解  $x = -\frac{b}{a}$ 。







(5)請利用  $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$  解下列各一元二次方程式：

①  $x^2 - 25 = 0$

②  $16x^2 - 1 = 0$

解：

①

將  $x^2 - 25$  改記成  $x^2 - 5^2$ ，

因為  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令  $a = x$ ， $b = 5$  代入，

得到  $x^2 - 5^2 = (x+5)(x-5)$ ，

所以  $x^2 - 25 = 0$  可改記成  $(x+5)(x-5) = 0$ ，

得到  $x+5=0$  或  $x-5=0$ ，

解出  $x = -5$  或  $x = 5$ 。

②

將  $16x^2 - 1$  改記成  $(4x)^2 - 1^2$ ，

因為  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ，令  $a = 4x$ ， $b = 1$  代入，

得到  $(4x)^2 - 1^2 = (4x+1)(4x-1)$ ，

所以  $16x^2 - 1 = 0$  可改記成  $(4x+1)(4x-1) = 0$ ，

得到  $4x+1=0$  或  $4x-1=0$ ，

解出  $x = -\frac{1}{4}$  或  $x = \frac{1}{4}$ 。

答：① 解為  $x = -5$  或  $x = 5$       ② 解為  $x = -\frac{1}{4}$  或  $x = \frac{1}{4}$

(6)請利用乘法公式解下列各一元二次方程式：

①  $2x^2 + x + 9 = -2x^2 - 3x + 8$

②  $2x^2 - 10x = x^2 - 25$

③  $3x^2 + 5 = -6x^2 + 6$

解：

①

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

得到  $2x^2 + x + 9 - (-2x^2 - 3x + 8) = 0$ ，

步驟二、透過加減法運算，得到  $4x^2 + 4x + 1 = 0$ ，

步驟三、透過乘法公式作因式分解，得到  $(2x+1)^2 = 0$ ，

步驟四、列出一元一次方程式，得到  $2x+1=0$ ，

步驟五、解一元一次方程式，解出一個解  $x = -\frac{1}{2}$ 。



基本學習內容：AC-8-7-1、2

②

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

$$\text{得到 } 2x^2 - 10x - (x^2 - 25) = 0,$$

步驟二、透過加減法運算，得到  $x^2 - 10x + 25 = 0$ ，步驟三、透過乘法公式作因式分解，得到  $(x-5)^2 = 0$ ，步驟四、列出一元一次方程式，得到  $x-5=0$ ，步驟五、解一元一次方程式，解出一個解  $x=5$ 。

③

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

$$\text{得到 } 3x^2 + 5 - (-6x^2 + 6) = 0,$$

步驟二、透過加減法運算，得到  $9x^2 - 1 = 0$ ，步驟三、透過乘法公式作因式分解，得到  $(3x-1)(3x+1) = 0$ ，步驟四、列出兩個一元一次方程式，得到  $3x+1=0$  或  $3x-1=0$ ，步驟五、解一元一次方程式，解出兩個解  $x = -\frac{1}{3}$  或  $x = \frac{1}{3}$ 。答：① 解為  $x = -\frac{1}{2}$                       ② 解為  $x = 5$ ③ 解為  $x = -\frac{1}{3}$  或  $x = \frac{1}{3}$



## ◎利用十字交乘法解整係數一元二次方程式

(7)請利用十字交乘法解下列各一元二次方程式：

①  $x^2 + 8x + 12 = 0$

②  $x^2 - 7x + 12 = 0$

③  $x^2 + 4x - 5 = 0$

④  $x^2 - 2x - 3 = 0$

解：

①

因為  $x^2 + 8x + 12$  因式分解的結果為  $(x+2)(x+6)$ ，

$x^2 + 8x + 12 = 0$  可改記成  $(x+2)(x+6) = 0$ ，

得到  $x+2=0$  或  $x+6=0$ ，

解出  $x=-2$  或  $x=-6$ 。

②

因為  $x^2 - 7x + 12$  因式分解的結果為  $(x-3)(x-4)$ ，

$x^2 - 7x + 12 = 0$  可改記成  $(x-3)(x-4) = 0$ ，

得到  $x-3=0$  或  $x-4=0$ ，

解出  $x=3$  或  $x=4$ 。

③

因為  $x^2 + 4x - 5$  因式分解的結果為  $(x-1)(x+5)$ ，

$x^2 + 4x - 5 = 0$  可改記成  $(x-1)(x+5) = 0$ ，

得到  $x-1=0$  或  $x+5=0$ ，

解出  $x=1$  或  $x=-5$ 。

④

因為  $x^2 - 2x - 3$  因式分解的結果為  $(x+1)(x-3)$ ，

$x^2 - 2x - 3 = 0$  可改記成  $(x+1)(x-3) = 0$ ，

得到  $x+1=0$  或  $x-3=0$ ，

解出  $x=-1$  或  $x=3$ 。

答：① 解為  $x=-2$  或  $x=-6$

② 解為  $x=3$  或  $x=4$

③ 解為  $x=1$  或  $x=-5$

④ 解為  $x=-1$  或  $x=3$



(8)請利用十字交乘法解下列各一元二次方程式：

①  $2x^2 + 7x + 6 = 0$

②  $3x^2 - 7x - 6 = 0$

解：

① 因為  $2x^2 + 7x + 6$  因式分解的結果為  $(x+2)(2x+3)$ ，

$2x^2 + 7x + 6 = 0$  可改記成  $(x+2)(2x+3) = 0$ ，

得到  $x+2=0$  或  $2x+3=0$ ，

解出  $x=-2$  或  $x=-\frac{3}{2}$ 。

②

因為  $3x^2 - 7x - 6$  因式分解的結果為  $(x-3)(3x+2)$ ，

$3x^2 - 7x - 6 = 0$  可改記成  $(x-3)(3x+2) = 0$ ，

得到  $x-3=0$  或  $3x+2=0$ ，

解出  $x=3$  或  $x=-\frac{2}{3}$ 。

答：① 解為  $x=-2$  或  $x=-\frac{3}{2}$

② 解為  $x=3$  或  $x=-\frac{2}{3}$

(9)請利用十字交乘法解下列各一元二次方程式：

①  $x^2 - x = 5x - 8$

②  $5x^2 = 2x + 3$

③  $-x^2 + 8x - 9 = -2x^2 + 5x - 5$

解：

①

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

得到  $(x^2 - x) - (5x - 8) = 0$ ，

步驟二、透過加減法運算，得到  $x^2 - 6x - 8 = 0$ ，

步驟三、透過因式分解，得到  $(x-2)(x-4) = 0$ ，

步驟四、列出兩個一元一次方程式，得到  $x-2=0$  或  $x-4=0$ ，

步驟五、求解兩個一元一次方程式，解出  $x=2$  或  $x=4$ 。



②

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

$$\text{得到 } 5x^2 - 2x - 3 = 0,$$

步驟二、透過因式分解，得到  $(x-1)(5x+3)=0$ ，

步驟三、列出兩個一元一次方程式，得到  $x-1=0$  或  $5x+3=0$ ，

步驟四、求解兩個一元一次方程式，解出  $x=1$  或  $x=-\frac{3}{5}$ 。

③

步驟一、將原式等號右邊的式子移項到左邊，

$$\text{得到 } -x^2 + 8x - 9 - (-2x^2 + 5x - 5) = 0,$$

步驟二、透過加減法運算，得到  $x^2 + 3x - 4 = 0$ ，

步驟三、透過因式分解，得到  $(x-1)(x+4)=0$ ，

步驟四、列出兩個一元一次方程式，得到  $x-1=0$  或  $x+4=0$ ，

步驟五、求解兩個一元一次方程式，解出  $x=1$  或  $x=-4$ 。

答：① 解為  $x=2$  或  $x=4$       ② 解為  $x=1$  或  $x=-\frac{3}{5}$

③ 解為  $x=1$  或  $x=-4$

$$x^2 - x = 5x - 8 \text{ 改記成 } x^2 - 6x - 8 = 0,$$

$$5x^2 = 2x + 3 \text{ 改記成 } 5x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$-x^2 + 8x - 9 = -2x^2 + 5x - 5 \text{ 改記成 } x^2 + 3x - 4 = 0,$$

再透過十字交乘法求解，這樣我們將

$x^2 - 6x - 8 = 0$ ， $5x^2 - 2x - 3 = 0$ ， $x^2 + 3x - 4 = 0$  這些方程式稱為標準式。



求解一元二次方程式時，可以先將原式整理成標準式，

型如： $ax^2 + bx + c = 0$ ，再透過因式分解求解。





## 隨堂練習

(1) 利用提公因式求解下列一元二次方程式：

①  $2x^2 + 3x = 0$

②  $-\frac{1}{2}x^2 + 8x = 0$

③  $(x-1)(2x+3) = (x-1)(x+2)$

(2) 利用乘法公式求解下列一元二次方程式：

①  $x^2 - 18x + 81 = 0$

②  $9x^2 + 12x + 4 = 0$

③  $25x^2 - 16 = 0$

(3) 利用十字交乘法求解下列一元二次方程式：

①  $x^2 - 3x + 2 = 0$

②  $-2x^2 + 3x + 2 = 0$

③  $39x^2 + 24x = 15$



## ◎ 利用公式求解一元二次方程式

利用配方法解一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的步驟：

$$ax^2 + bx + c = 0$$

 等號兩邊同乘  $4a$

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

 等號兩邊同減  $4ac$

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

 等號兩邊同加  $b^2$

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 = -4ac + b^2$$

 將左式配成完全平方式

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

 等號兩邊開二次方根

$$2ax + b = \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{或} \quad 2ax + b = -\sqrt{b^2 - 4ac}$$

 等號兩邊同減  $b$

$$2ax = -b + \sqrt{b^2 - 4ac} \quad \text{或} \quad 2ax = -b - \sqrt{b^2 - 4ac}$$

 等號兩邊同除  $2a$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{或} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

我們將這兩個解合併，記為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

因此，一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 。



(10)利用公式解求解下列一元二次方程式：。

①  $3x^2 + 5x + 1 = 0$

②  $-2x^2 - 3x + 4 = 0$

解：

①

因為  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

令  $a = 3$ ， $b = 5$ ， $c = 1$  代入公式解，

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$$

②

因為  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

令  $a = -2$ ， $b = -3$ ， $c = 4$  代入公式解，

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 4}}{2 \cdot (-2)} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{-4} = -\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

答：① 解為  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$       ② 解為  $-\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$

我發現

將  $3x^2 + 5x + 1 = 0$  的係數代入公式，得到解為  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{6}$ ，

表示是由  $\frac{-5 + \sqrt{13}}{6}$  或  $\frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$  合併記錄的。

$-2x^2 - 3x + 4 = 0$  的係數代入公式，得到  $\frac{3 \pm \sqrt{41}}{-4}$ ，可記為  $-\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$ ，

解為  $-\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$ 。







(11)利用公式求解下列一元二次方程式：

- ①  $x^2 + 5x + 3 = 0$
- ②  $x^2 + 6x + 9 = 0$
- ③  $2x^2 + 3x + 4 = 0$

解：

①

因為  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

令  $a = 1$ ， $b = 5$ ， $c = 3$  代入公式解，

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

②

因為  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

令  $a = 1$ ， $b = 6$ ， $c = 9$  代入公式解，

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2 \cdot 1} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2} = -3$$

③

因為  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

令  $a = 2$ ， $b = 3$ ， $c = 4$  代入公式解，

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-21}}{4}$$

因為根號內的數不能為負數，所以無解。

答：① 解為  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$

② 解為  $-3$

③ 無解



我發現

將  $x^2 + 5x + 3 = 0$  的係數代入公式，得到  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ ，兩個解為  $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ ；

$x^2 + 6x + 9 = 0$  的係數代入公式，得到  $\frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2}$ ，只有一解為  $-3$ ；

$2x^2 + 3x + 4 = 0$  的係數代入公式，得到  $\frac{-3 \pm \sqrt{-21}}{4}$ ，無解，

表示一元二次方程式的解有三類：兩個解、只有一解，以及無解。



一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解為  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ，

當根號內計算的結果為正數或 0，表示一元二次方程式有解；

當根號內計算的結果為負數，表示一元二次方程式無解。



### 隨堂練習

(1) 利用公式解求解下列一元二次方程式：

①  $-x^2 - 2x - 3 = 0$

②  $4x^2 - 4x + 1 = 0$

③  $5x^2 - 6x - 2 = 0$



### 小試身手

(1)求解下列一元二次方程式：

①  $3x^2 = 8x$

②  $9x^2 = -6x - 1$

③  $(3x - 2)(2x + 3) = (3x - 2)(x + 6)$

④  $(3x - 2)(2x - 1) = 1$

(2)利用公式解求解下列一元二次方程式：

①  $2x^2 + 3x = 0$

②  $-x^2 - x - 1 = 0$

③  $4x^2 + 12x + 9 = 0$



教育部國民及學前教育署 編

國民中學  
學生學習扶助教材 **8** 年級數學

