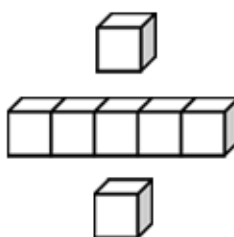


基本學習內容：NC-9-1-1、2

連比與連比例式的意義及記法

連比例式的基本運算及應用問題

【教師用】





基本學習內容：NC-9-1-1、2

學習內容：

N-9-1 連比：連比的記錄；連比推理；連比例式；及其基本運算與相關應用問題；

涉及複雜數值時使用計算機協助計算。

基本學習內容：

NC-9-1-1 連比與連比例式的意義及記法。

NC-9-1-2 連比例式的基本運算。

基本學習表現：

NCP-9-1-1-1 理解連比的名稱與意義。

NCP-9-1-1-2 理解連比例式的名稱與意義。

NCP-9-1-1-3 能由 $x:y=a:b$ 、 $y:z=b:c$ 的條件，求得 $x:y:z$ 的連比例。

NCP-9-1-2-1 認識：若 $a:b:c=d:e:f$ ，則 $\frac{a}{d}=\frac{b}{e}=\frac{c}{f}$ 。

NCP-9-1-2-2 認識：若 $a:b:c=d:e:f$ ，則 $a=dk$ ， $b=ek$ ， $c=fk$ ($k \neq 0$)。

NCP-9-1-2-3 能解決生活情境中有關連比例的問題。



概要說明：

◎基本學習內容 NC-9-1-1 為 NC-7-9-1 (比與比例式) 之後續學習概念，學生應該已理解比、比例式、正比、反比的意義。

本基本學習內容引入連比與連比例式，幫助學生理解連比與連比例式的意義及記法。

- 本基本學習內容限制連比的個數在三個數量。
 - 可從生活中的例子引入連比，例如：以飲料店的「柳鳳汁」調配方式為例，調配 1 桶柳鳳汁需要 5 公升柳橙汁、3 公升鳳梨汁及 4 公升的水，可以用這三者的比（記為 5:3:4），幫助學生認識連比。
 - 幫助學生將 $a:b=2:3$ 及 $b:c=3:5$ 改記成一個連比 $a:b:c=2:3:5$ ，也能從 $a:b:c=2:3:5$ 知道 $a:b=2:3$ 、 $b:c=3:5$ 及 $a:c=2:5$ 。
- 比例問題數字以簡易的正整數為原則。

例如：以「 $a:b=1:4$ ， $b:c=6:5$ ，請問 $a:b:c=?$ 」為例，建議教師透過下列步驟幫助學生解題。

步驟一：分別列出 $a:b$ 和 $b:c$ 相等的比：

$$a:b=1:4=2:8=3:12=4:16=5:20=6:24=...$$

$$b:c=6:5=12:10=18:15=24:20=...$$

步驟二：建議教師透過上列兩組算式找出 b 相等時兩組的比，

$$\text{得到 } a:b:c=3:12:10=6:24:20=...$$

幫助學生發現 b 相等時 ($b=12$ 和 24)，12 和 24 皆為 4 和 6 的公倍數。



◎基本學習內容 NC-9-1-2 為 NC7-9-3 之後續學習概念，學生應該學會比與比例式的基本運算，並能解決生活中有關比例的問題。

本基本學習內容幫助學生學會連比與連比例式的基本運算，並能解決生活中有關連比及連比例式的問題。

- 假設小明的班上在學校園遊會賣「柳鳳汁」，我們可以利用柳橙汁、鳳梨汁、水的調配比例列表（如下表）察覺這三者的最簡整數比，並利用最簡整數連比來調配出一樣風味的「柳鳳汁」。

柳橙汁	鳳梨汁	水
20 公升	12 公升	16 公升
50 公升	30 公升	40 公升
5 公升	3 公升	4 公升
$\frac{5}{12}$ 公升	$\frac{1}{4}$ 公升	$\frac{1}{3}$ 公升
0.5 公升	0.3 公升	0.4 公升

教師可透過比較活動引入最簡單整數比，例如：從上表這些數值寫成的連比中， $5:3:4$ 比 $20:12:16$ 簡單，也比 $50:30:40$ 簡單，也比 $\frac{5}{12}:\frac{1}{4}:\frac{1}{3}$ 簡單。

連比 $5:3:4$ 的最大公因數是 1，我們稱 $5:3:4$ 為這些相等連比中的最簡單整數比。

最簡單整數比 $5:3:4$ 的意義為「柳橙汁 5 份、鳳梨汁 3 份、水 4 份可以調配出一樣的口味」，因此假設一份為 r 公升，其中 $r \neq 0$ ，則柳橙汁要 $5r$ 公升、鳳梨汁要 $3r$ 公升、水要 $4r$ 公升。

- 學生解含有未知數的連比時，本基本學習內容提供兩種解法。

以問題「 $5:3:4=x:y:6$ 」為例說明：

方法一：簡化成兩數的比。

由「 $5:3:4=x:y:6$ 」可得「 $5:4=x:6$ 」和「 $3:4=y:6$ 」，學生可以利用此兩個兩數的比來解決問題。

方法二：利用最簡單整數比。

因為 $5:3:4$ 為問題的最簡單整數比，其任何相等的比都是最簡單整數比乘上某個倍數，即「 $x=5r$ 」、「 $y=3r$ 」和「 $4=6r$ 」，學生可解得 $r=\frac{2}{3}$ ，

在代入另兩個方程式以解出 $x=\frac{10}{3}$ 和 $y=2$ 。

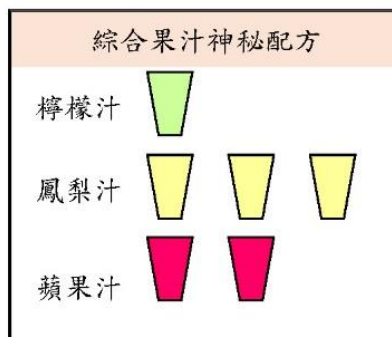
- 比例問題情境不宜過度複雜，應能直接使用問題所提供的「比」求解為原則。例如：現有一些 1 元、5 元和 10 元的硬幣，合計 165 元。已知 1 元、5 元、10 元的硬幣個數比為 $5:4:3$ ，請問 1 元、5 元和 10 元的硬幣有多少個？



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

◎連比和連比例式的記法與意義

學校辦理園遊會，小明提議班上來賣飲料，他有一種綜合果汁的神秘配方如右表所示：他用檸檬汁 1 杯、鳳梨汁 3 杯與蘋果汁 2 杯混合調配成一壺綜合果汁，同學試喝後都覺得好喝，後來決議就用這樣的比例混合調配一桶綜合果汁在園遊會販賣，也就是檸檬汁 1 份、鳳梨汁 3 份、蘋果汁 2 份把它們混合調配成一桶綜合果汁。



為了方便記錄每份「綜合果汁」中所含檸檬汁、鳳梨汁與蘋果汁成分的比例，我們可記為 $1:3:2$ ，像這樣 **3 個數** 或 **3 個以上的數** 連續的比，稱為**連比**。

由這份配方可知，每份「綜合果汁」中所含的某兩種果汁的成分比如下：

- (1) 檸檬汁與鳳梨汁的成分比為 $1:3$
- (2) 鳳梨汁與蘋果汁的成分比為 $3:2$
- (3) 檸檬汁與蘋果汁的成分比為 $1:2$

(1) 已知一杯的容量是 100 毫升，依照老師給的綜合果汁配方：

「檸檬汁：鳳梨汁：蘋果汁 = $1:3:2$ 」，請回答下列問題：

- ① 調配一杯 600 毫升的綜合果汁，應如何調配？
- ② 園遊會要準備一桶 12 公升的綜合果汁，應如何調配？

解：

- ① 假設 1 份是 1 毫升，可用檸檬汁 1 毫升、鳳梨汁 3 毫升及蘋果汁 2 毫升調配出綜合果汁 6 毫升。若要調配 600 毫升的綜合果汁， $600 \div 6 = 100$ ，可以選擇
1 份是 100 毫升，以下列方式調配：
 - 檸檬汁 $100 \times 1 = 100$ (毫升)
 - 鳳梨汁 $100 \times 3 = 300$ (毫升)
 - 蘋果汁 $100 \times 2 = 200$ (毫升)
- ② 假設 1 份是 1 公升，調配出來的綜合果汁就是 6 公升，若要準備一桶 12 公升的綜合果汁，可選擇 1 份是 $12 \div 6 = 2$ (公升)，以下列方式調配：
 - 檸檬汁 $2 \times 1 = 2$ (公升)
 - 鳳梨汁 $2 \times 3 = 6$ (公升)
 - 蘋果汁 $2 \times 2 = 4$ (公升)



教材內容說明：

1. 本教材第 1~2 頁的教學重點是幫助學生理解連比的意義以及利用給定的連比產生另一個相等的連比。

2. 本頁上方給定園遊會販賣綜合果汁的情境引入連比的意義。

● 教師可以提示利用給定連比得到三組某兩項的比，例如由綜合果汁中檸檬汁、鳳梨汁與蘋果汁成分連比為 $1:3:2$ ，得到：

① 檸檬汁與鳳梨汁的成份比為 $1:3$ 。

② 鳳梨汁與蘋果汁的成份比為 $3:2$ 。

③ 檸檬汁與蘋果汁的成份比為 $1:2$ 。

3. 第(1)題給定調配綜合果汁的連比配方，要求學生回答兩個子問題。

子問題①：若要調配 600 毫升的綜合果汁，應如何調配。

子問題②：若要調配 12 公升的綜合果汁，應如何調配。

子問題①解法：

教師可以引導學生將 1 份設成 1 毫升，用檸檬汁 1 毫升、鳳梨汁 3 毫升、蘋果汁 2 毫升調配出綜合果汁 6 毫升， $600 \div 6 = 100$ (份)，

得到：檸檬汁要 100 份(=100 毫升)、鳳梨汁要 300 份(=300 毫升)、

蘋果汁要 200 份(=200 毫升)。

子問題②解法：

教師可以引導學生將 1 份設成 1 公升，用檸檬汁 1 公升、鳳梨汁 3 公升、蘋果汁 2 公升調配出綜合果汁 6 公升， $12 \div 6 = 2$ (份)，

得到：檸檬汁要 2 份(=2 公升)、鳳梨汁要 6 份(6 公升)、蘋果汁要 4 份(=4 公升)。



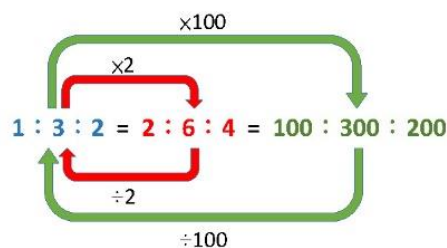
基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

從上面我們發現 $1:3:2$ 和 $100:300:200$ 是相等的連比，
可記成 $1:3:2=100:300:200$ ；
同樣地， $1:3:2$ 和 $2:6:4$ 也是相等的連比，
也可記成 $1:3:2=2:6:4$ 。



我們由前面相等的連比可以發現：

- (1) $1:3:2$ 每項乘上 2 可得相等的連比 $2:6:4$ 。相對地， $2:6:4$ 每項除以 2 可得相等的連比 $1:3:2$ 。
- (2) $1:3:2$ 每項乘上 100 可得相等的連比 $100:300:200$ 。相對地， $100:300:200$ 每項除以 100 可得相等的連比 $1:3:2$ 。



由上可知將一個連比的各項同乘以或同除以相同的數，
所得的連比還是相同的。



重點整理

- (1) 【相等的比】，假設 a 、 b 、 m 是三個皆不為 0 的數：
 - ① $a:b=(a \times m):(b \times m)$
 - ② $a:b=(a \div m):(b \div m)$
- (2) 【相等的連比】，假設 a 、 b 、 c 、 m 是四個皆不為 0 的數：
 - ① $a:b:c=(a \times m):(b \times m):(c \times m)$
 - ② $a:b:c=(a \div m):(b \div m):(c \div m)$

(2) 判斷下列何者是相等的連比？

- ① $3:2:4$ 和 $9:6:12$ ② $2:5:3$ 和 $6:9:7$

解：

- ① 考慮 $3:2:4$ 和 $9:6:12$ 的第 1 項， $9 \div 3=3$ (倍)，
 $3 \times 3=9$ ， $2 \times 3=6$ ， $4 \times 3=12$ ，故 $3:2:4=9:6:12$ 。
- ② 考慮 $2:5:3$ 和 $6:9:7$ 的第 1 項， $6 \div 2=3$ (倍)，
 $2 \times 3=6$ ， $5 \times 3=15$ ， $3 \times 3=9$ ，
得到 $2:5:3=6:15:9$ ，故 $2:5:3 \neq 6:9:7$ 。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 2 頁幫學生助理解相等的連比。
2. 本頁上方的對話框及圖解說明一個連比可以同乘以或同除以相同的數得到相同的連比。
3. 本頁下方重點整理對話框在幫助學生理解如何產生相等的比及相等的連比。

● 教師可提醒學生同加或同減一個數不能產生相等的連比：

① $a:b:c \neq (a+m):(b+m):(c+m)$ 。

② $a:b:c \neq (a-m):(b-m):(c-m)$ 。

4. 第(2)題要求學生判斷下列兩個子問題是否為相等的連比：

子問題① 3:2:4 和 9:6:12

子問題② 2:5:3 和 6:9:7

子問題①解法：比對兩連比的第 1 項， $9 \div 3 = 3$ (倍)， $2 \times 3 = 6$ ， $4 \times 3 = 12$ ，所以 $3:2:4 = 9:6:12$ 。

子問題②解法：比對兩連比的第 1 項， $6 \div 2 = 3$ (倍)， $5 \times 3 = 15$ ， $3 \times 3 = 9$ ，所以 $2:5:3 \neq 6:9:7$ 。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。



隨堂練習

(1) 判斷下列何者是相等的連比？

- ① $\frac{1}{4}:\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$ 和 $3:4:2$ ② $6:5:4$ 和 $3:2:1$ 答：①

已知三個整數 a 、 b 、 c 皆不等於 0， $a:b:c$ 稱為整數比。若 a 、 b 、 c 沒有共同的質因數（或者三數的最大公因數是 1），則連比 $a:b:c$ 稱為**最簡整數比**。

(3) 請將下列連比化為最簡整數比：

- ① $12:18:24$ ② $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$

解：

① 【方法一】

$12=2^2 \times 3$ ， $18=2 \times 3^2$ ， $24=2^3 \times 3$ ，所以 12、18、24 有共同質因數 2 和 3，
 $12:18:24$ （同 $\div 2$ ） $=6:9:12$ （同 $\div 3$ ） $=2:3:4$

【方法二】

因為 12、18、24 的最大公因數是 6，

故 $12:18:24$ 最簡整數比為 $\frac{12}{6}:\frac{18}{6}:\frac{24}{6}=2:3:4$

② 先將 $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$ 化為三項都是整數的比，分母 4、6、3 的最小公倍數 $[4,6,3]=12$ ，

$\frac{1}{4} \times 12:\frac{1}{6} \times 12:\frac{1}{3} \times 12=3:2:4$ ，此時 3、2、4 的最大公因數是 1，

所以 $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$ 的最簡整數比 $=3:2:4$



隨堂練習

(1) 請將下列連比化為最簡整數比：

- ① $24:36:60$ ② $\frac{2}{3}:\frac{3}{4}:\frac{3}{2}$ 答：① $2:3:5$ ② $8:9:18$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 3 頁的教學重點是介紹連比的最簡整數比。
2. 本頁上方的隨堂練習要求學生判斷給定兩個連比是否為相等的連比。
3. 本頁上的定義框說明當三個整數的最大公因數是 1 時，則三個整數的連比就稱為最簡整數比。
4. 第(3)題要求學生將給定的連比化為最簡整數比：

子問題① $12:18:24$

子問題② $\frac{1}{4}:\frac{1}{6}:\frac{1}{3}$ 和 $6:9:7$

子問題①解法：

【方法一】建議教師提示學生將連比的三項質因數分解，依次除以共同質因數，直到無共同的質因數可除，得到最簡整數比。

【方法二】建議教師提示學生計算連比的三項的最大公因數，直接將三項除以最大公因數得到最簡整數比。

子問題②解法：

遇連比中的項有分數，可以先化為一般整數比，再計算連比的三項的最大公因數，直接將三項除以最大公因數得到最簡整數比。

5. 本頁下方的隨堂練習要求學生將連比化為最簡整數比。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

- (4) 小美帶 12 罐蘋果汁(每罐容量 300 毫升)給班上同學調配成綜合果汁，若依照「檸檬汁：鳳梨汁：蘋果汁=1：3：2」的配方，而且要把小美的蘋果汁全都用完，請問班上同學還要準備多少容量的檸檬汁和鳳梨汁？

解：

【方法一】

蘋果汁共 $12 \times 300 = 3600$ (毫升)，由配方檸檬汁：鳳梨汁：蘋果汁 = 1：3：2，可以假設 2 份相當於 3600(毫升)，1 份為 $3600 \div 2 = 1800$ (毫升)，所以檸檬汁需要 1 份 1800(毫升)，鳳梨汁需要 3 份 $1800 \times 3 = 5400$ (毫升)

【方法二】

蘋果汁共 $12 \times 300 = 3600$ (毫升)，假設需要檸檬汁 x (毫升)，鳳梨汁 y (毫升)

- (1) 檸檬汁與蘋果汁的成份比為 1：2 可得 $x：3600 = 1：2$ ，

由比例式的性質內項×內項=外項×外項可得 $2x = 3600$ ， $x = 1800$ ，

故需要檸檬汁 1800(毫升)

- (2) 鳳梨汁與蘋果汁的成份比為 3：2 可得 $y：3600 = 3：2$ ，

由比例式的性質內項×內項=外項×外項可得 $2y = 10800$ ， $y = 5400$ ，

故需要鳳梨汁 5400(毫升)



若要調配相同風味的綜合果汁，假設分別需要檸檬汁、鳳梨汁及蘋果汁各 x 、 y 、 z 公升，根據前述小明的綜合果汁之成份比例可知 $x：y：z = 1：3：2$ ，像這樣將兩組同樣項數的連比用等號連結起來的式子就稱為**連比例式**。

- (5) 設 $x：3：y = 3：2：5$ ，求 x 、 y 的值＝？

解：

【方法一】由 $x：3：y = 3：2：5$ 可得

$$x：3 = 3：2，\text{由內項} \times \text{內項} = \text{外項} \times \text{外項} \text{得 } 2 \cdot x = 3 \cdot 3，x = \frac{9}{2}$$

$$3：y = 2：5，\text{由內項} \times \text{內項} = \text{外項} \times \text{外項} \text{得 } 2 \cdot y = 3 \cdot 5，y = \frac{15}{2}$$

【方法二】由 $x：3：y = 3：2：5$ 比較等號兩邊的第二項， $3 \div 2 = 3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (倍)

$$x = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}，y = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 4 頁的教學重點是介紹連比例式及其應用。
2. 第(4)題給定 12 罐蘋果汁(每罐容量 300 毫升)，要求學生根據綜合果汁的配方「檸檬汁：鳳梨汁：蘋果汁=1：3：2」計算需準備多少容量的檸檬汁和鳳梨汁。

第(4)題解法：

【方法一】建議教師計算蘋果汁的總容量為 $12 \times 300 = 3600$ (毫升)幫助學生設定蘋果汁 1 份相當於 $3600 \div 2 = 1800$ (毫升)，還需要檸檬汁 1 份 1800 (毫升)，鳳梨汁 3 份， $1800 \times 3 = 5400$ (毫升)。

【方法二】建議教師引導學生理解檸檬汁與蘋果汁的成份比為 1：2，假設需要檸檬汁 x 毫升，由比例式 $x:3600=1:2$ ，得到 $x=1800$ ，故需要檸檬汁 1800 (毫升)。

同理，鳳梨汁與蘋果汁的成份比為 3：2，假設需要鳳梨汁 y 毫升，由比例式 $y:3600=3:2$ ，得到 $y=5400$ ，故需要鳳梨汁 5400 (毫升)。

3. 本頁下方對話框介紹連比例式的意義。
4. 第(5)題給定含有兩個未知數的連比例式，要求學生計算未知數的值。

第(5)題解法：

【方法一】建議教師引導由連比例式找出等號兩邊某兩個對應的比，並組成比例式，找尋過程中先設定只能含有一個未知數：

由 $x:3:y=3:2:5$ 可得 $x:3=3:2$ 以及 $3:y=2:5$ ，

利用比例式的性質解得 $x=\frac{9}{2}$ ， $y=\frac{15}{2}$ 。

【方法二】建議教師引導學生找出對連比例式等號兩邊同為已知數的對應項，計算此兩項的倍率關係。

由 $x:3:y=3:2:5$ 可得 $3 \div 2 = \frac{3}{2}$ (倍)

$$x = 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}, \quad y = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$$



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。



隨堂練習

(1) 設 $x:6:z=3:8:5$ ，求 x 、 z 的值＝？ 答： $x=\frac{9}{4}$ ， $z=\frac{15}{4}$

◎由兩個比例式求連比

(6) 小琪和姊姊看到網紅示範「柳蘋汁」的製作方式，結果小琪只看到用 5 杯柳橙原汁配 1 杯水，姊姊則看到是用 4 杯蘋果原汁配 1 杯水，請問「柳蘋汁」的配方連比「柳橙原汁：蘋果原汁：水」會是多少？

解：

因為「柳蘋汁」的配方：

柳橙原汁：水＝5(杯)：1(杯)＝5：1

蘋果原汁：水＝4(杯)：1(杯)＝4：1

我們發現水是共同部份，而且上述兩個比當中水所對應的數都相同，

所以柳橙原汁：蘋果原汁：水的連比＝5：4：1，我們也可以寫成下列形式：

$$\begin{array}{rcl} \text{柳橙原汁} & : & \text{蘋果原汁} & : & \text{水} \\ 5 & & & : & 1 \\ & & 4 & : & 1 \\ \hline = 5 & : & 4 & : & 1 \end{array}$$

要求連比 $x:y:z$ 時，如果已知 $x:y$ 、 $y:z$ 與 $x:z$ 這三個比中的任意兩個比，可以先找到兩個比中的共同項所對應的數，如果相等就可以直接得到這三個數的連比。

例如：已知 $x:y=3:2$ 、 $y:z=2:1$ ，共同項為 y ，且兩個比中共同項 y 對應的數都是 2，所以 $x:y:z=3:2:1$



隨堂練習

(1) 阿達想要調配著名飲料「樺達奶茶」，假設配方需要紅茶：牛奶＝5：2，普洱茶：牛奶＝3：2，請問紅茶：普洱茶：牛奶的配方連比＝？ 答：5：3：2

**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~6 頁的教學重點是介紹如何由兩個比例式求連比。

本頁教材重點是幫助學生利用兩個比例式中的共同項，且對應的值會相等，如何組成連比。

2. 本頁上方的隨堂練習給定含有兩個未知數的連比例式，要求學生計算未知數的值。
3. 第(6)題給定「柳蘋汁」的配方連比中的兩組比，要求學生根據此兩組比組成「柳蘋汁」的配方連比。
4. 本頁中間的對話框說明可以利用兩個比中具備相同值的共同項組成連比。
5. 本頁下方的隨堂練習給定「樺達奶茶」配方中兩組某兩種成份的比，要求學生根據此兩組比組合成「樺達奶茶」配方中各成份的連比。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

- (7) 小琪和媽媽及姊姊一起包水餃，當小琪包了 3 顆水餃，同一時間媽媽恰好包了 5 顆水餃；當媽媽包了 4 顆水餃，同一時間姊姊恰好包了 3 顆水餃，請問小琪、媽媽、姊姊三人包水餃的速率連比為何？

解：

小琪和媽媽包水餃的速率比=3(顆)：5(顆)

媽媽和姊姊包水餃的速率比=4(顆)：3(顆)

我們發現媽媽包水餃的速率是共同部份，但是上述兩個比當中媽媽包水餃的速率所對應的數不相同，此時我們可以利用將比的前後項同乘一數也會是相等的比得到：

小琪和媽媽包水餃的速率比=3：5=(3×4)：(5×4)=12：20

媽媽和姊姊包水餃的速率比=4：3=(4×5)：(3×5)=20：15

所以小琪、媽媽及姊姊包水餃速率的連比=12：20：15，

我們也可以寫成下列形式：

$$\begin{array}{rcl} \text{小琪} & : & \text{媽媽} & : & \text{姊姊} \\ 12 & : & 20 & & \\ & & 20 & : & 15 \\ \hline = & 12 & : & 20 & : & 15 \end{array}$$

要求連比 $x:y:z$ 時，已知 $x:y$ 、 $y:z$ 與 $x:z$ 這三個比中的任兩個比，如果找到兩個比中的共同項所對應的數不相等，我們可以先將兩個比各自乘以適當的數使得共同項對應的數相等，再求這三個數的連比。

例如：已知 $x:y=3:2$ 、 $y:z=1:2$ ，共同項為 y 但不相等。

將 $y:z=1:2$ 同×2 得到 $y:z=2:4$ ，此時共同項 y 對應的數相等，得到連比 $x:y:z=3:2:4$



- (8) ① $x:y=1:2$ ， $y:z=2:3$ ，求連比 $x:y:z=?$
 ② $x:y=1:3$ ， $x:z=2:5$ ，求連比 $x:y:z=?$
 ③ $x:z=5:6$ ， $y:z=2:3$ ，求連比 $x:y:z=?$

解：① 找到共同項為 y 且兩個比中 y 對應的值相等

【橫式】

$$\begin{array}{rcl} x:y & = & 1:2 \\ y:z & = & 2:3 \\ \hline x:y:z & = & 1:2:3 \end{array}$$

【直式】

$$\begin{array}{rcl} x:y:z & & \\ 1:2 & & \\ & 2:3 & \\ \hline & = & 1:2:3 \end{array}$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~7 頁的教學重點是介紹如何由兩個比例式求連比。

本頁教材重點是幫助學生利用兩個比例式中的共同項，且對應的值不會相等，如何組成連比。

2. 第(7)題給小琪和媽媽包水餃的速率比(3:5)及媽媽和姊姊包水餃的速率比(4:3)，要求學生計算小琪、媽媽和姊姊包水餃速率的連比。

第(7)題解法：

建議教師引導學生發現媽媽包水餃的速率是兩組比的共同項，其中媽媽在兩組比中的包水餃速率分別為 4 和 5，因此可以透過同乘一數將兩組比的共同項變為相等的值。

包水餃的速率比小琪：媽媽 $=3:5=(3\times4):(5\times4)=12:20$

包水餃的速率比媽媽：姊姊 $=4:3=(4\times5):(3\times5)=20:15$

得到包水餃的速率比小琪：媽媽：姊姊 $=12:20:15$

3. 本頁的對話框介紹利用兩個比例式中的共同項，且對應的值不相等，如何組成連比。

4. 第(8)題要求學生將兩組比結合成連比，並回答三個子問題：

子問題① $x:y=1:2$ ， $y:z=2:3$ ，求連比 $x:y:z=?$

子問題② $x:y=1:3$ ， $y:z=2:5$ ，求連比 $x:y:z=?$

子問題③ $x:z=5:6$ ， $y:z=2:3$ ，求連比 $x:y:z=?$

子問題①解法：建議教師引導學生找到共同項有相等的 $y (=2)$ ，

所以直接合併成連比 $x:y:z=1:2:3$ 。

- 教師可以採用橫式或直式對齊協助學生組成連比。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

② 找到共同項為 x ，但兩個比中 y 對應的數不相等，將 $x:y=1:3$ 同 $\times 2$

【橫式】

$$\begin{array}{l} x:y = 1:3 \\ x:z = 2:5 \end{array}$$

($\times 2$) \rightarrow

$$\begin{array}{l} x:y = 2:6 \\ x:z = 2:5 \end{array}$$

【直式】

$$\begin{array}{l} x:y:z \\ 1:3: \\ 2:5: \end{array} \xrightarrow{(\times 2)} \begin{array}{l} 2:6: \\ 2:5: \end{array} = 2:6:5$$

③ 找到共同項為 z ，但兩個比中 z 對應的數不相等，將 $y:z=2:3$ 同 $\times 2$

【橫式】

$$\begin{array}{l} x:z = 5:6 \\ y:z = 2:3 \end{array}$$

($\times 2$) \rightarrow

$$\begin{array}{l} x:z = 5:6 \\ y:z = 4:6 \end{array}$$

【直式】

$$\begin{array}{l} x:y:z \\ 5:6: \\ 2:3: \end{array} \xrightarrow{(\times 2)} \begin{array}{l} 5:6: \\ 4:6: \end{array} = 5:4:6$$

(9) ① $x:y=2:3$ ， $y:z=2:5$ ，求連比 $x:y:z=?$

② $x:y=5:6$ ， $y:z=4:3$ ，求連比 $x:y:z=?$

解：

① 找到共同項為 y ，但兩個比中 y 對應的數不相等，先讓兩組比各別乘上一數使得共同項 y 可以具備相等的值（兩組比共同項 3 和 2 的最小公倍數為 6）

【橫式】

$$\begin{array}{l} x:y = 2:3 \\ y:z = 2:5 \end{array}$$

($\times 2$) \rightarrow

$$x:y = 4:6$$

($\times 3$) \rightarrow

$$y:z = 6:15$$

因為 $[3,2]=6$ ，所以上列
第 1 式 $\times 2$ ，第 2 式 $\times 3$

$$x:y:z = 4:6:15$$

【直式】

$$\begin{array}{l} x:y:z \\ 2:3: \\ 2:5: \end{array} \xrightarrow{(\times 2)} \begin{array}{l} 4:6: \\ 2:5: \end{array} \xrightarrow{(\times 3)} \begin{array}{l} 4:6: \\ 6:15: \end{array} = 4:6:15$$

**教材內容說明：**

1. 本教材第 5~7 頁的教學重點是介紹如何由兩個比例式求連比。

本頁教材重點是幫助學生利用兩個比例式中的共同項，且對應的值不會相等，如何組成連比。

2. 本頁上方延續第 6 頁第(8)題的子問題②和子問題③。

子問題②解法：建議教師引導學生找到共同項沒有相等的 x (1 和 2)，

此時可以將 $x:y=1:3$ 同乘以 2 變成相等的比 $x:y=2:6$ ，

使得共同項具備相等的 x ($=2$)，

然後直接合併成連比 $x:y:z=2:6:5$ 。

子問題③解法：建議教師引導學生找到共同項沒有相等的 z (6 和 3)，

此時可以將 $y:z=2:3$ 同乘以 2 變成相等的比 $y:z=4:6$ ，

使得共同項具備相等的 z ($=6$)，

然後直接合併成連比 $x:y:z=5:4:6$ 。

● 教師可以採用橫式或直式對齊協助學生組成連比。

3. 第(9)題要求學生將兩組比結合成連比，並回答二個子問題：

子問題① $x:y=2:3$ ， $y:z=2:5$ ，求連比 $x:y:z=?$

子問題② $x:y=5:6$ ， $y:z=4:3$ ，求連比 $x:y:z=?$

子問題①解法：建議教師引導學生找到共同項沒有相等的 y (3 和 2)，此時可以將 $x:y=2:3$ 同乘以 2 變成相等的比 $x:y=4:6$ ，以及將 $y:z=2:5$ 同乘以 3 變成相等的比 $y:z=6:15$ ，使得共同項具備相等的 y ($=6$)，然後直接合併成連比 $x:y:z=4:6:15$ 。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

- ② 找到共同項為 y ，但兩個比中 y 對應的數不相等，先讓兩組比各別乘上一數使得共同項 y 可以具備相等的值（兩組比共同項 6 和 4 的最小公倍數為 12）

【橫式】

$$\begin{array}{lcl} x:y = 5:6 & (\times 2) \rightarrow & x:y = 10:12 \\ y:z = 4:3 & (\times 3) \rightarrow & y:z = 12:9 \\ \hline x:y:z = 10:12:9 \end{array}$$

因為 $[6,4]=12$ ，所以上列
第 1 式 $\times 2$ ，第 2 式 $\times 3$

【直式】

$$\begin{array}{r} x:y:z \\ 5:6 \quad (\times 2) \\ 4:3 \quad (\times 3) \\ \hline 10:12 \\ 12:9 \\ \hline = 10:12:9 \end{array}$$



隨堂練習

- (1) 設 $x:y=3:2$ ， $y:z=5:2$ ，求 $x:y:z=?$ 答：15:10:4
(2) 設 $x:z=3:2$ ， $y:z=7:2$ ，求 $x:y:z=?$ 答：3:7:2

- (10) 已知 x, y, z 皆不為 0，且 $2x=3y$ ， $2y=3z$ ，求 $x:y:z=?$

解：

【方法一】因兩個關係式都有 y ，所以把 y 當成 1 (份)， $x = \frac{3}{2}$ (份)， $z = \frac{2}{3}$ (份)，

$$x:y:z = \frac{3}{2}:1:\frac{2}{3} = 9:6:4$$

【方法二】由 $ax=by$ ，假設 y 當成 1 份， x 當成 $\frac{b}{a}$ 份， $x:y = \frac{b}{a}:1 = b:a$

得到 $2x=3y$ ， $x:y=3:2$ ；同理 $2y=3z$ ， $y:z=3:2$ ，所以 $x:y:z$ 為

【橫式】

$$\begin{array}{lcl} x:y = 3:2 & (\times 3) \rightarrow & x:y = 9:6 \\ y:z = 3:2 & (\times 2) \rightarrow & y:z = 6:4 \\ \hline x:y:z = 9:6:4 \end{array}$$

因為 $[2,3]=6$ ，所以上列
第 1 式 $\times 3$ ，第 2 式 $\times 2$

【直式】

$$\begin{array}{r} x:y:z \\ 3:2 \quad (\times 3) \\ 3:2 \quad (\times 2) \\ \hline 9:6 \\ 6:4 \\ \hline = 9:6:4 \end{array}$$



隨堂練習

- (1) 已知 x, y, z 皆不為 0，且 $4x=3z$ ， $6y=5z$ ，求 $x:y:z=?$ 答：9:10:12

**教材內容說明：**

1. 本教材第 8 頁的教學重點是介紹如何由兩個比例式或關係式求連比。

本頁教材重點是幫助學生利用兩個比例式中的共同項，且對應的值不會相等，如何組成連比。

2. 本頁上方延續第 7 頁第(8)題的子問題②。

子問題②解法：建議教師引導學生找到共同項沒有相等的 y (6 和 4)，

此時取 6 和 4 的最小公倍數為 12，將 $x:y=5:6$ 同乘 2 變成相等的比 $x:y=10:12$ ，以及將 $y:z=4:3$ 同乘 3 變成相等的比 $y:z=12:9$ ，使得共同項具備相等的 y ($=12$)，然後直接合併成連比 $x:y:z=10:12:9$ 。

3. 本頁上方隨堂練習要求學生將 2 組比結合成連比，並回答 2 個子問題：

4. 第(10)題給定 x 與 y 的關係式以及 y 與 z 的關係式要求學生計算連比 $x:y:z=?$

第(10)題解法：

【方法一】建議教師引導學生把 y (共同項)當成 1 份，

$2x=3y$ ，把 x 當成 $\frac{3}{2}$ 份， $2y=3z$ ，；把 z 當成 $\frac{2}{3}$ 份。

得到 $x:y:z=\frac{3}{2}:1:\frac{2}{3}=9:6:4$ 。

【方法二】建議教師幫助學生複習若 $ax=by$ ，則 $x:y=b:a$ 。

由 $2x=3y$ ，得到 $x:y=3:2$ ；由 $2y=3z$ ，得到 $y:z=3:2$ ，

找到共同項 y 沒有相等的 y (2 和 3)，此時可以將 $x:y=3:2$ 同乘以 3 變成相等的比 $x:y=9:6$ ，以及 $y:z=3:2$ 同乘 2 變成相等的比 $y:z=6:4$ ，使得共同項具備相等的 y ($=6$)，然後直接合併成連比 $x:y:z=9:6:4$ 。

5. 本頁下方隨堂練習給定 x 與 y 的關係式以及 y 與 z 的關係式要求學生計算連比。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

◎連比與連比例式的應用問題

已知 $a:b:c$ 是 $x:y:z$ 的最簡整數比，

如果一份是 m ，因為 x 是 a 份，所以 $x=am$ ；因為 y 是 b 份，所以 $y=bm$ ；

因為 z 是 c 份，所以 $z=cm$ ；也就是由 $x:y:z=a:b:c$ ，可以假設：

$x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$

- (11) 小明、小華、小美各點一杯手搖杯飲料共付了 180 元，已知三人所付金額的連比為 3:4:5，則三人分別付了多少錢？

解：

由小明、小華、小美三人所付的金額比為 3:4:5，

假設小明付了 $3m$ (元)，小華付了 $4m$ (元)，小美付了 $5m$ (元)，其中 $m \neq 0$

可得 $3m+4m+5m=180$ ， $12m=180$ ， $m=15$

所以小明付了 $3 \times 15 = 45$ (元)

小華付了 $4 \times 15 = 60$ (元)

小美付了 $5 \times 15 = 75$ (元)



隨堂練習

- (1) 有一條 180 公分的電線，按照 2:3:5 的比例，切成三段電線，請問這三段電線的長度為何？ 答：36 公分、54 公分、90 公分

- (12) 已知 $x:y:z=a:b:c$ ，且 $a、b、c$ 皆不等於 0，請說明 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 且 $x:a=y:b=z:c$

解：

由 $x:y:z=a:b:c$ ，可以假設 $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ ，且 $m \neq 0$

得 $\frac{x}{a}=\frac{am}{a}=m$ ， $\frac{y}{b}=\frac{bm}{b}=m$ ， $\frac{z}{c}=\frac{cm}{c}=m$ ，故 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 。

再由比值相同得到比也相同，故 $x:a=y:b=z:c$ 。

**教材內容說明：**

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是介紹連比例式的應用問題，幫助學生藉由連比 $x:y:z=a:b:c$ ，可以假設 $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ ，解決連比與連比例式的應用問題。
2. 本頁上方定義框介紹由 $x:y:z$ 的最簡整數比 $a:b:c$ ，可以假設： $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ 。
3. 第(11)題給定小明、小華、小美三人共花 180 元買手搖杯飲料，及三人出資的連比，要求學生算出分別付了多少錢？

第(11)題解法：

由小明、小華、小美的出資連比 3:4:5，教師可以引導學生假設：

小明付了 $3m$ (元)，小華付了 $4m$ (元)，小美付了 $5m$ (元)，根據題意設 $3m+4m+5m=180$ ，解得 $m=15$ ，得到小明付 45 元，小華付 60 元，小美付 75 元。

● 教師也可引入小學類似分糖果的應用問題作法，

$$\text{小明：} 180 \times \frac{3\text{份}}{(3+4+5)\text{份}} = 180 \times \frac{3}{12} = 45 \text{ (元)}$$

$$\text{小華：} 180 \times \frac{4\text{份}}{(3+4+5)\text{份}} = 180 \times \frac{4}{12} = 60 \text{ (元)}$$

$$\text{小美：} 180 \times \frac{5\text{份}}{(3+4+5)\text{份}} = 180 \times \frac{5}{12} = 75 \text{ (元)}$$

4. 本頁的隨堂練習幫助學生練習由 $x:y:z$ 的最簡整數比 $a:b:c$ ，可以假設： $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ 的應用問題。
5. 第(12)題給定 $x:y:z=a:b:c$ ，說明 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 且 $x:a=y:b=z:c$ 。

第(12)題解法：建議教師引導學生設 $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ 代入即可證明。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。

(13) 已知 $x:y=4:5$ ， $y:z=7:6$ ，試求下列的連比，並化為最簡整數比。

① $2x:3y:4z$

② $(x+y):(y+z):(z+x)$

解：

①

【橫式】

$$x:y:z$$

$$4:5$$

$$7:6$$

($\times 7$) \rightarrow

($\times 5$) \rightarrow

$$x:y:z$$

$$28:35$$

$$35:30$$

$$28:35:30$$

因為 $[5,7]=35$ ，上式 $\times 7$ ，下式 $\times 5$

【直式】

$$x:y:z$$

$$4:5$$

$$7:6$$

$$28:35$$

$$35:30$$

$$=28:35:30$$

由 $x:y:z=28:35:30$ ，可以假設 $x=28m$ ， $y=35m$ ， $z=30$ ，且 $m \neq 0$

$$2x:3y:4z=(2 \times 28m):(3 \times 35m):(4 \times 30m)$$

$$=56m:105m:120m=56:105:120$$

② 承①，假設 $x=28m$ ， $y=35m$ ， $z=30m$ ，且 $m \neq 0$

$$(x+y):(y+z):(z+x)=(28m+35m):(35m+30m):(30m+28m)$$

$$=63m:65m:58m=63:65:58$$



隨堂練習

(1) $x:y=4:7$ ， $y:z=2:3$ ，求 $3x:2y:z=?$ 答：24:28:21

**教材內容說明：**

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是介紹連比例式的應用問題，幫助學生藉由連比

$x:y:z=a:b:c$ ，可以假設 $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ ，解決連比與連比例式的應用問題。

2. 第(13)題給定 $x:y=4:5$ 及 $y:z=7:6$ ，要求學生回答兩個子問題：

子問題① 求連比 $2x:3y:4z=?$

子問題② 求連比 $(x+y):(y+z):(z+x)=?$

子問題①解法：

教師引導學生由 $x:y=4:5$ 及 $y:z=7:6$ 得到連比 $x:y:z=28:35:30$

設 $x=28m$ ， $y=35m$ ， $z=30m$ 代入可得 $2x:3y:4z=56m:105m:120m=56:105:120$

子問題②解法：

承子問題①解法將 $x=28m$ ， $y=35m$ ， $z=30m$ 代入可得

$$(x+y):(y+z):(z+x)=(28m+35m):(35m+30m):(30m+28m)=63:65:58。$$

3. 本頁隨堂練習幫助學生練習藉由連比 $x:y:z=a:b:c$ ，可以假設 $x=am$ ， $y=bm$ ， $z=cm$ ，

解決連比與連比例式的應用問題。



基本學習內容：NC-9-1-1、2 連比與連比例式的意義及記法；連比例式的基本運算及應用問題。



小試身手

- (1) 將下列各連比化為最簡整數比

① $60:30:120$ ② $\frac{5}{2}:\frac{10}{3}:\frac{15}{4}$

答： ① $2:1:4$ ② $6:8:9$

- (2) x 、 y 、 z 皆不等於 0，且 $3x=2y$ ， $5x=4z$ ，則 $x:y:z=?$

答： $4:6:5$

- (3) 若 $5:6:x=\frac{2}{3}:y:\frac{16}{15}$ ，則 $x=?$

答： $x=8$

- (4) 中秋節時阿柚製作的廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比為 $2:1:3$ ，其中

只有製作廣式月餅和蛋黃酥時使用鹹蛋黃。若阿柚製作每個廣式月餅時使用 2 顆鹹蛋黃，製作每個蛋黃酥時使用 1 顆鹹蛋黃，且總共使用 120 顆鹹蛋黃，則他製作了幾個鳳梨酥？

答： 72 個

- (5) 家家文具店中，3 本筆記本與 7 枝鉛筆的價格相等，2 枝鉛筆與 3 個橡皮擦的價格相等。小靜到此文具店買這三種文具總共花了 335 元，其中筆記本、鉛筆和橡皮擦的數量比為 $3:8:11$ ，則小靜所買的鉛筆價格總共為多少元？

答： 120 元

**教材內容說明：**

1. 本教材第 11 頁的教學重點為小試身手。
2. 第(1)題：要求學生將給定連比化成最簡整數比，並回答兩個子問題。
第(2)題：給定 x 與 y 的關係式和 x 與 z 的關係式，要求學生計算連比 $x:y:z = ?$
第(3)題：給定含有兩個未知數的連比例式，要求學生算出其中一個未知數的值。
第(4)題：給定阿柚製作廣式月餅、蛋黃酥、鳳梨酥的數量比，以及製作一個廣式月餅及一個蛋黃酥分別所需的鹹蛋黃量，根據共使用 120 顆鹹蛋黃，計算阿柚共製作了幾個鳳梨酥？
第(5)題：給定筆記本與鉛筆總價相等的關係式以及鉛筆與橡皮擦總價相等的關係式，要求學生根據小靜買了三種文具所花的 335 元，以及三種文具購買的數量比，算出小靜所買的鉛筆價格總共為多少元？



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

9 年級數學

學生學習扶助教材

