

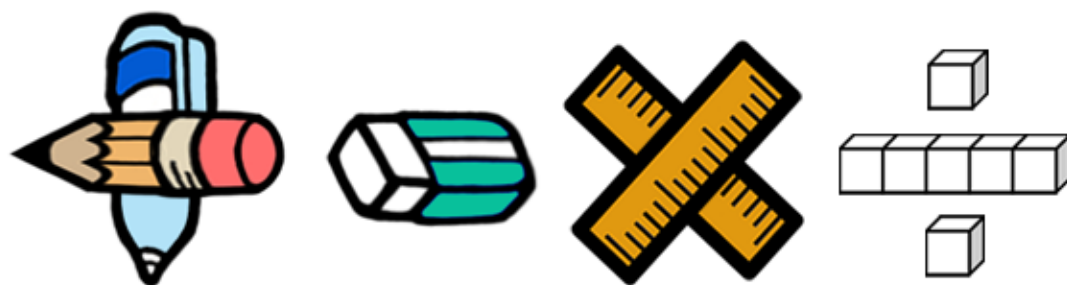
基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊，
且其長度等於第三邊的一半

設一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，
則此直線把這兩邊截成比例線段

若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，
則這直線必平行於此三角形的第三邊

【教師用】





基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

學習內容：

S-9-3 平行線截比例線段：連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊（其長度等於第三邊的一半）；平行線截比例線段性質；利用截線段成比例判定兩直線平行；平行線截比例線段性質的應用。

基本學習內容：

SC-9-3-1 連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊，且其長度等於第三邊的一半。

SC-9-3-2 設一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。

SC-9-3-3 若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。

基本學習表現：

SCP-9-3-1-1 三角形兩邊中點的線段長度等於第三邊的一半。

SCP-9-3-1-2 連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊。

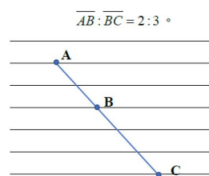
SCP-9-3-2-1 認識若一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。

SCP-9-3-3-1 認識若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。

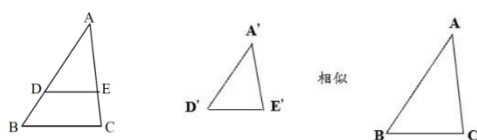


概要說明：

- 基本學習內容 SC-9-3-1 是 SC-8-11-1 的後續學習概念，故學生應已認識梯形兩腰中點連線長為上底與下底總和的一半。本基本學習內容幫助學生認識連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊，且其長度等於第三邊的一半。
- 學生已經學過梯形中點連線是上底與下底總和的一半，老師可透過下底不變，上底長度趨近於零的方式，幫助學生透過極限認識三角形兩邊中點的線段長度等於第三邊的一半，且兩邊中點連線和底邊平行。
- 基本學習內容 SC-9-3-2、SC-9-3-3 是 NC-7-9-3、SC-9-2-1 的後續學習概念，故學生應已認識比與比例式，也應已認識相似三角形對應邊成比例。基本學習內容 SC-9-3-2 幫助學生理解一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，則此直線把這兩邊截成比例線段。基本學習內容 SC-9-3-3 幫助學生理解一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，則這直線必平行於此三角形的第三邊。
- 教師可以透過橫線作業簿幫助學生看到平行線截比例線段。在印有橫線的筆記本上，可以量測出被橫線分割出來的每一段都一樣長。若想分割出 $a:b$ 只要分割出 $a+b$ 段就可以。



- 以「如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{AE} = 6$ ， $\overline{CE} = 3$ ， $\overline{DE} = 4$ ，求 \overline{DB} 及 \overline{BC} 的長？」為例。學生不易在圖中察覺 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ABC$ 相似，建議教師應利用全等性質將 $\triangle ADE$ 複製出 $\triangle A'D'E'$ ，幫助學生看到 $\triangle A'D'E'$ 和 $\triangle ABC$ 兩個三角形相似。



- SC-9-3-3 為 SC-9-3-2 的逆定理。教師在課堂活動中可以討論 SC-9-3-3，但不評量。
- 本基本學習中不討論三條以上（含三條）平行線的截比例線段的性質。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

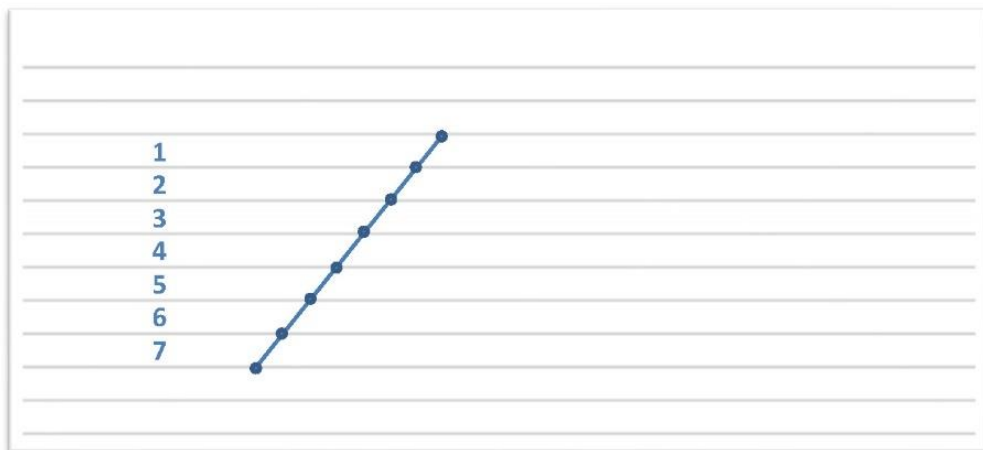
◎平行線截比例線段

活動一：將一線段平分成七等份

請老師準備一段棉線，下面有一張橫線筆記本，試試看，如何把此棉線七等份？



數出七行，將棉線的一端對齊第一行上方直線，另一端對齊第七行下方直線。



量量看藍色線段中被筆記本格線平分的每段長度，發現都一樣長，此時線段被平分成七等份。



教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生理解平行線截比例線段。
2. 在國小階段學生已有經驗理解等寬的平行線可將線段等分，因此本教材的鋪排先運用此概念幫助學生認識「平行線截比例線段」，其次再依序介紹「三角形中的平行線截比例線段」，「三角形兩邊的中點連線段必平行於底邊且長度為底邊的一半」，「三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊」。
3. 活動一：將一線段平分成七等份。

請老師準備一段棉線，請學生透過橫線筆記本，將一條棉線分成七等份。

- 若學生無法將棉線分成七等份，教師可先透過教學示範引導學生將棉線的一端對齊某行上方直線，另一端對齊某行下方直線，將線段平分成數等份。

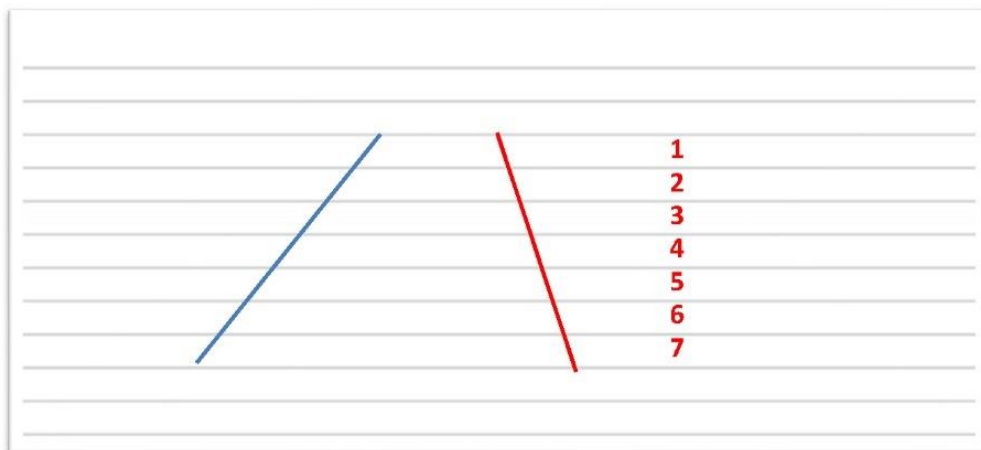
基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

活動二：任意線段都能平分七等份嗎？

如下圖，隨意畫另一條直線，一端對齊第一行上方直線，另一端對齊第七行下方直線，綠色的鉛垂線會平分七等分，任意畫一條紅色線段是否也被這些平行線平分七等分？



同活動一，發現紅色線段中間有 6 條平行線，此紅色線段也被分割成七小段。



用直尺量量看紅色線段被分割完的七小段，發現都一樣長，此時紅色線段也被平分七等份。



教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生理解平行線截比例線段。

2. 活動二：任意線段都能平分七等份嗎？

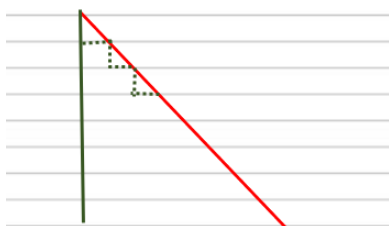
隨意畫另一條直線，一端對齊第一行上方直線，另一端對齊第七行下方直線，綠色的鉛垂線會平分七等分，任意畫一條紅色線段是否也被這些平行線平分成七等分？

- 因為橫線筆記本的間距都等寬，所以綠色的鉛垂線會平分七等分，隨意繪製的紅色線段，教師解釋可被分成七等分有下列兩種方式，

方法一：透過直尺測量被筆記本分割的每一段的長度，發現每一段都是一樣長。

方法二：如下圖，紅色斜線與多條綠色的鉛垂線及平行線族可圍出數個三角形，可發現：

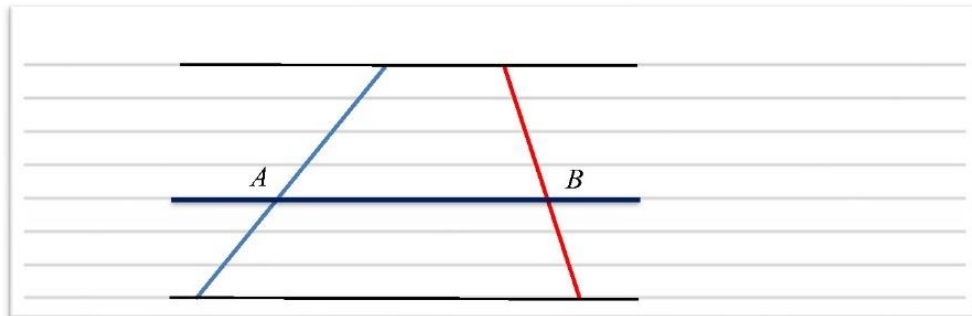
- (1) 這些三角形都是直角三角形，
- (2) 直角三角形的高都相等，
- (3) 因為綠色的鉛垂線都平行，由同位角相等，可得到直角三角形的一個銳角都相等。由 AAS 全等性質，可知這些三角形都相等。



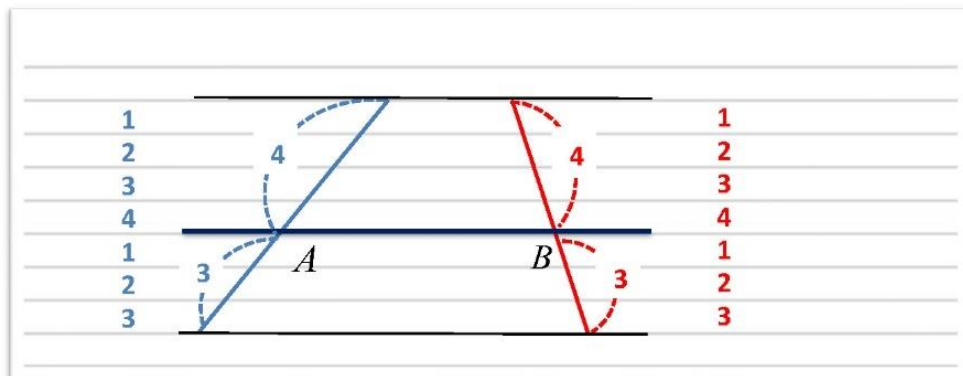
基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

活動三：平行線截比例線段

取中間六條平行線的任一條平行線分別與藍色線段與紅色線段相交於A、B兩點。藍色線段及紅色線段都被分割成上下兩段。請問左邊藍色上方線段與下方線段長度比，是否與右邊紅色上方線段與下方長度比相同？



A、B兩點分別將左邊(藍色)線段與右邊(紅色)線段都平分成4等份與3等份。因此左邊上方線段與下方線段長度比與右邊上方線段與下方長度比相同。

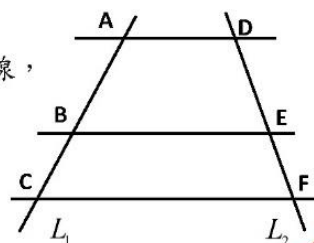


給定兩條直線及三條平行線，且此三條平行線與兩條直線均相交，則此兩條直線被截的兩個線段的長度比會相等。

如右圖，若 $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，

則 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

此性質我們稱平行線截比例線段。





教材內容說明：

1. 本教材第 1~3 頁的教學重點是幫助學生理解平行線截比例線段。

2. 活動三：平行線截比例線段。

取中間六條平行線的任一條平行線分別與藍色線段與紅色線段相交於 A、B 兩點。

藍色線段及紅色線段都被分割成上下兩段。請問左邊藍色上方線段與下方線段長度比，是否與右邊紅色上方線段與下方長度比相同？

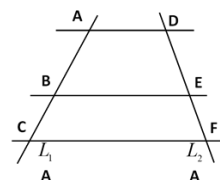
學生從活動一及活動二，學生已經理解任一線段皆可以被平行線平分成相同的等份，活動三從中間取任一平行線，學生可以發現藍色上方線段與下方線段長度比和紅色上方線段與下方線段長度比相同，皆為 4:3。

● 如果學生仍無法歸納兩邊成比例，老師可以再取其他平行線截比例線段的例子進行說明。

3. 教師提醒框提醒平行線截比例線段性質，給定兩條直線及三條平行線，且此三條平行線與兩條直線均相交，則此兩條直線被截的兩個線段的長度比會相等。

如右圖，若 $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，則 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

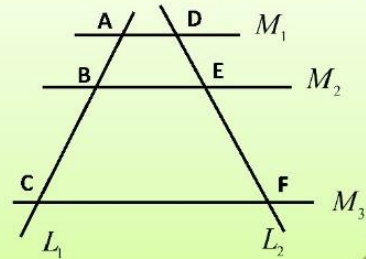
此性質我們稱平行線截比例線段。





基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

- (1) 如圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，
已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{DE} = 12$ ，
求 $\overline{EF} = ?$



解：

因為 $M_1 // M_2 // M_3$ ，所以 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$$

$$10 : 25 = 12 : \overline{EF}$$

$$2 : 5 = 12 : \overline{EF}$$

$$\overline{EF} = 30$$

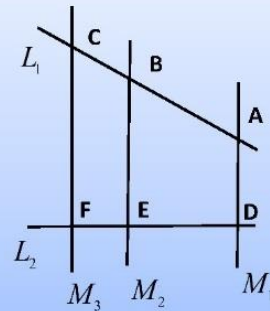
答： $\overline{EF} = 30$



隨堂練習

如圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，
已知 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{DE} = 12$ ，求 $\overline{EF} = ?$

答： $\overline{EF} = \frac{9}{2}$





教材內容說明：

1. 本教材第 4 頁的教學重點是幫助學生熟練平行線截比例線段的性質。
2. 第(1)題給定三平行線及兩截線，以及其中三段截線段長的長度，要求學生計算出另一截線段長。

學生透過平行線截比例線段的性質，列出比例式，再解出比例式得到答案。

- 學生若無法列出比例式來解題，教師可在圖中補上平行於 \overline{AD} 的等寬平行線，將 \overline{AB} 兩等份、 \overline{BC} 五等份，以活動三的方式進行解題。解題完成後教師仍需要學生利用平行線截比例線段的性質解題。

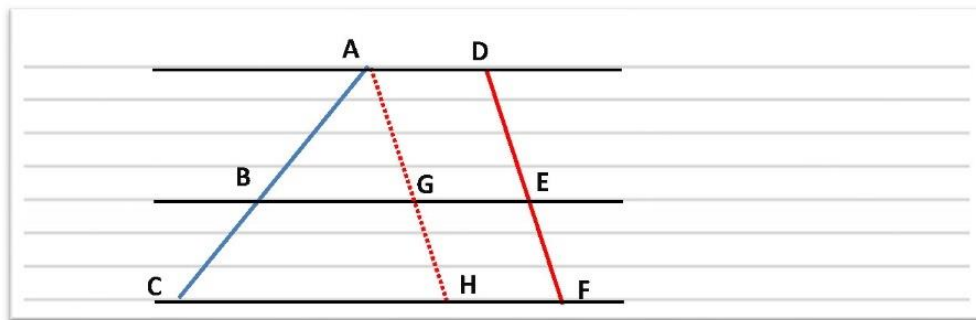
- 學生若無法利用比例式解題，請老師參考 NC-7-9-3 比例式的基本運算教材。

3. 隨堂練習(1)給定三平行線及兩截線，以及其中三段截線段長的長度，要求學生計算出另一截線段長。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

◎三角形中的平行線截比例線段

如下圖，有兩條直線被三條平行線所截，過 A 點作一條平行線 \overline{AH} 平行紅色線段 \overline{DF} ，此線與三條平行線交點分別為 A 、 G 、 H 。請問 $\overline{AB}:\overline{BC}$ 與 $\overline{AG}:\overline{GH}$ 是否相等？



$\overline{AB}:\overline{BC}$ 與 $\overline{AG}:\overline{GH}$ 是否相等？

由前面的平行線截比例線段，知道 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{DE}:\overline{EF}$

又 $ADEG$ 是平行四邊形，所以 $\overline{DE} = \overline{AG}$

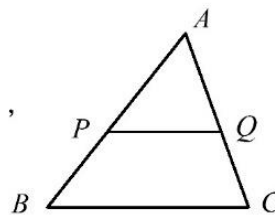
$GEFH$ 也是平行四邊形，所以 $\overline{EF} = \overline{GH}$

所以 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{AG}:\overline{GH}$

由上面的推論，我們可以知道在 $\triangle ABC$ 中，

P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，

則 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$





教材內容說明：

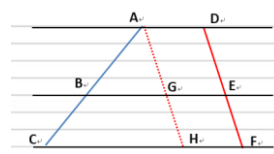
1. 本教材第 5 頁的教學重點是幫助學生理解三角形中的平行線截比例線段。
2. 有兩條直線被三條平行線所截，過 A 點作一條平行線 AH 平行紅色線段 DF ，此線與三條平行線交點分別為 A 、 G 、 H 。請問 $\overline{AB}:\overline{BC}$ 與 $\overline{AG}:\overline{GH}$ 是否相等？

由前面的平行線截比例線段，知道 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{DE}:\overline{EF}$

又 $ADEG$ 是平行四邊形，所以 $\overline{DE} = \overline{AG}$ ；

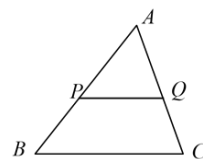
$GEFH$ 也是平行四邊形，所以 $\overline{EF} = \overline{GH}$ ，

所以 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{AG}:\overline{GH}$ 。



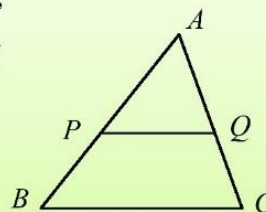
- 若學生不易理解此性質，教師也可以在教學中使用數字進行說明，例如 $\overline{AB}:\overline{BC} = 4:3$ ， $\overline{DE}:\overline{EF} = 4:3$ ，後續再透過平行四邊形，邊長一樣進行說明。
- 教師可不透過梯形，直接對三角形進行平行線截比例線段的教學。但本教材以梯形分割成三角形及平行四邊形的方式引入，其目的為，幫助學生建立梯形可分為一個三角形及一個平行四邊形，此種策略可簡化許多梯形問題的解題。

3. 教師提醒框提醒三角形中的平行線截比例線段性質，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$ 。



基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

- (2) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}=18$ ， $\overline{PB}=12$ ， $\overline{AQ}=15$ ，則
- ① 求 $\overline{QC}=?$
 - ② $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{AQ}:\overline{AC}$ 是否相等？
 - ③ $\overline{PB}:\overline{AB}$ 與 $\overline{QC}:\overline{AC}$ 是否相等？



解：

①

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$ 。

$$\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$$

$$18:12=15:\overline{QC}$$

$$3:2=15:\overline{QC}$$

$$\overline{QC}=10$$

②

$$\overline{AP}:\overline{AB}=18:(18+12)=18:30=3:5$$

$$\overline{AQ}:\overline{AC}=15:(15+10)=15:25=3:5$$

$$\text{因此 } \overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$$

③

$$\overline{PB}:\overline{AB}=12:30=2:5$$

$$\overline{QC}:\overline{AC}=10:25=2:5$$

$$\text{因此 } \overline{PB}:\overline{AB}=\overline{QC}:\overline{AC}$$

答：① $\overline{QC}=10$ ② 相等 ③ 相等

我們可以歸納出三角形中平行線截比例線段的性質如下：

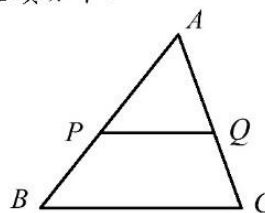
在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，

若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則

$$(1) \overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$$

$$(2) \overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$$

$$(3) \overline{PB}:\overline{AB}=\overline{QC}:\overline{AC}$$





教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形中的平行線截比例線段性質。
2. 第(2)題包含三個子題，給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中三段截線段長的長度。

子題①要求學生計算出另一截線段長。

子題②要求學生判斷 $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{AQ}:\overline{AC}$ 是否相等。

子題③要求學生判斷 $\overline{PB}:\overline{AB}$ 與 $\overline{QC}:\overline{AC}$ 是否相等。

教師應要求學生利用平行線截比例線段解題。

- 教師也可以幫助學生先將 $\overline{AP}:\overline{PB}$ 化為最簡單整數比，也就是 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:5$ 。

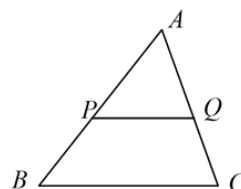
其次再將 $\overline{AP}:\overline{PB}$ 看成 2 份對 5 份，所以 $\overline{AP}:\overline{AB}$ 就是 2 份對 7 份，即 $\overline{AP}:\overline{AB}=2:7$ 。

同理， $\overline{PB}:\overline{AB}=5:7$ 。

3. 教師提醒框提醒三角形中的平行線截比例線段性質，

在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則

- (1) $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$
- (2) $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$
- (3) $\overline{PB}:\overline{AB}=\overline{QC}:\overline{AC}$

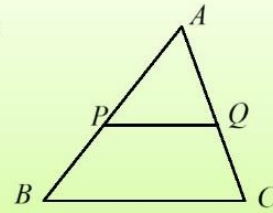




基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

(3) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP} = 14$ ， $\overline{AB} = 35$ ， $\overline{AQ} = 16$ ，
求 $\overline{AC} = ?$



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$ 。

$$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AQ} : \overline{AC}$$

$$14 : 35 = 16 : \overline{AC}$$

$$2 : 5 = 16 : \overline{AC}$$

$$\overline{AC} = 40$$

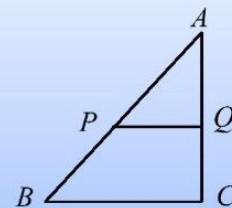
答： $\overline{AC} = 40$



隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP} : \overline{PB} = 5 : 4$ ， $\overline{CQ} = 16$ ，求 $\overline{AC} = ?$

答： $\overline{AC} = 20$

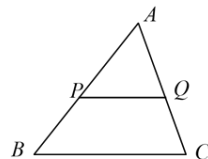




教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形中的平行線截比例線段性質。
2. 第(3)題給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中三段截線段長的長度，要求學生計算出另一截線段長。

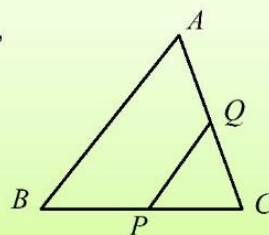
- 本例題主要讓學生熟練，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC}$ 的性質。若學生使用 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$ 進行解題，教師應接受，但仍應幫助學生熟悉 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC}$ 。



3. 隨堂練習給定給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中一段截線段長的比例為 5:4 及某一截線段長度，要求學生計算出指定截線段長。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

- (4) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{BC} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，已知 $\overline{AQ} = 15$ ， $\overline{QC} = 10$ ， $\overline{BP} = 12$ ，
則 $\overline{BC} = ?$



解：

方法一：先計算出 \overline{PC} ，再計算出 \overline{BC} 。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AQ} : \overline{QC} = \overline{BP} : \overline{PC}$ 。

$$\overline{AQ} : \overline{QC} = \overline{BP} : \overline{PC}$$

$$15 : 10 = 12 : \overline{PC}$$

$$3 : 2 = 12 : \overline{PC}$$

$$\overline{PC} = 8$$

$$\overline{BC} = \overline{BP} + \overline{PC} = 12 + 8 = 20$$

方法二：利用平行線截比例線段性質直接求出 \overline{BC} 。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AQ} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 。

$$\overline{AQ} : \overline{AC} = \overline{BP} : \overline{BC}$$

$$15 : 25 = 12 : \overline{BC}$$

$$3 : 5 = 12 : \overline{BC}$$

$$\overline{BC} = 20$$

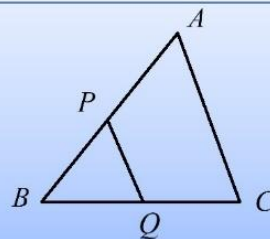
答： $\overline{BC} = 20$



隨堂練習

- 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ ，已知 $\overline{AP} : \overline{AB} = 5 : 9$ ， $\overline{CQ} = 10$ ，求 $\overline{BC} = ?$

答： $\overline{BC} = 18$

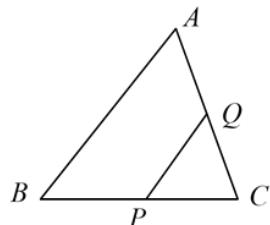




教材內容說明：

1. 本教材第 6~8 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形中的平行線截比例線段性質。
2. 第(4)題給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中三段截線段長的長度，要求學生計算出另一截線段長。

- 本例題主要讓學生熟練，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AQ}:\overline{AC} = \overline{BP}:\overline{BC}$ 的性質。若學生使用方法一，利用 $\overline{AQ}:\overline{QC} = \overline{BP}:\overline{PC}$ 進行解題，教師應接受，但仍應幫助學生熟悉方法二，使用 $\overline{AQ}:\overline{AC} = \overline{BP}:\overline{BC}$ 來解題。

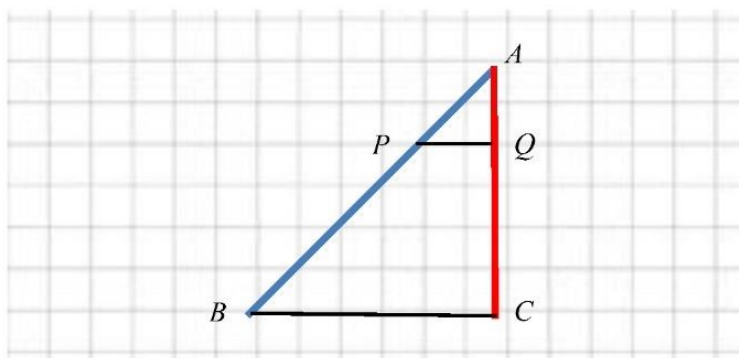


3. 隨堂練習給定給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中一段截線段長的比例為 5:9 及某一截線段長度，要求學生計算出指定截線段長。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

◎三角形中平行線截比例線段的應用

下圖為邊長為 1 的方格紙，方格紙中，有一條藍色線段 \overline{AB} 及一條紅色線段 \overline{AC} ，作一條平行線平行 \overline{BC} ，分別交 \overline{AB} 於 P 點及 \overline{AC} 於 Q 點。



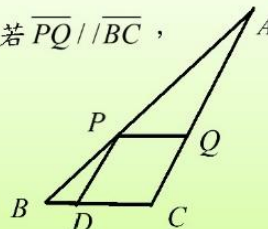
由平行線截等比例線段，我們知道 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$ ，

藉由計算方格紙，我們可以得到 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}=2:6$ ，

再由方格紙我們也可以計算出 $\overline{PQ}=2$ 、 $\overline{BC}=6$ ，

所以可以進一步推得 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{PQ}:\overline{BC}=2:6$ 。

- (5) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}=6$ 、 $\overline{PB}=3$ 、 $\overline{PQ}=2$ ，且 $\overline{PD} \parallel \overline{AC}$ ，求
- ① $\overline{BD}=?$
 - ② $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{PQ}:\overline{BC}$ 是相等的比嗎？



解：

① 因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{PD} \parallel \overline{AC}$ ，所以 $PQCD$ 是平行四邊形 $\overline{CD}=\overline{PQ}=2$ 。

且 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BP}:\overline{PA}=\overline{BD}:\overline{DC}=1:2$ ，又 $\overline{CD}=2$ ，因此 $\overline{BD}=1$ 。

② $\overline{AP}:\overline{AB}=6:9=2:3$ ， $\overline{PQ}:\overline{BC}=2:3$ ，因此 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

答：① $\overline{BD}=1$ ② 是



教材內容說明：

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是幫助學生應用三角形中的平行線截比例線段性質。

2. 邊長為 1 的方格紙中，有一條藍色線段 \overline{AB} 及一條紅色線段 \overline{AC} ，

作一條平行線平行 \overline{BC} ，分別交 \overline{AB} 於 P 點及 \overline{AC} 於 Q 點。

由平行線截等比例線段，我們知道 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$ ，

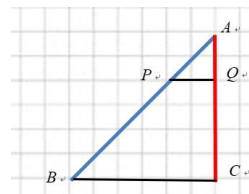
藉由計算方格紙，我們可以得到 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}=2:6$ ，

再由方格紙我們也可以計算出 $\overline{PQ}=2$ 、 $\overline{BC}=6$ ，

所以可以進一步推得 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{PQ}:\overline{BC}=2:6$ 。

● 本教材先利用方格紙及直角三角形讓學生看到 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{PQ}:\overline{BC}$ ，

後續例題再進行非直角三角形性質的說明。



3. 第(5)題包含兩個子題，給定一三角形、一平行底邊的截線、其中兩段截線段長的長度及 $\overline{PQ}=2$ 。

子題①要求學生計算出 \overline{BD} 。

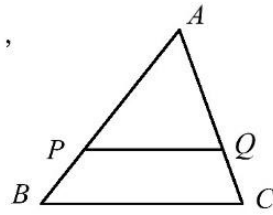
子題②要求學生判斷 $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{PQ}:\overline{BC}$ 是否為相等的比。

子題①透過平行四邊形 $PQCD$ ，引導學生觀察 $\triangle ABC$ 中，利用 \overline{PD} 與 \overline{AC} 的平行線截比例線段，得到 $\overline{BP}:\overline{PA}=\overline{BD}:\overline{DC}$ ，再進行解題。

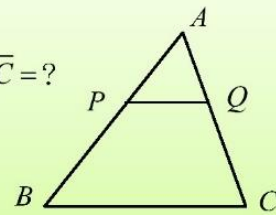
子題②透過長度加減計算得到兩個比相等。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$



(6) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，已知 $\overline{AP}=10$ ， $\overline{AB}=25$ ， $\overline{PQ}=6$ ，求 $\overline{BC}=?$



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

$$\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$$

$$10:25 = 6:\overline{BC}$$

$$2:5 = 6:\overline{BC}$$

$$\overline{BC} = 15$$

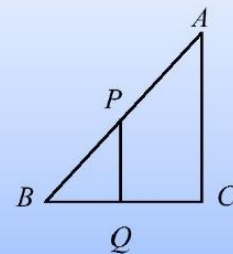
答： $\overline{BC} = 15$



隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ ，已知 $\overline{AB}:\overline{AP} = 5:3$ ，求 $\overline{PQ}:\overline{AC} = ?$

答： $\overline{PQ}:\overline{AC} = 3:5$

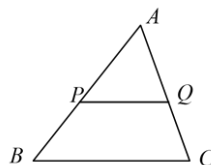




教材內容說明：

1. 本教材第 9~10 頁的教學重點是幫助學生應用三角形中的平行線截比例線段性質。

2. 教師提醒框提醒三角形中的平行線截比例線段性質，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。



3. 第(6)題給定一三角形、一平行底邊的截線、其中兩段截線段長的長度及 $\overline{PQ} = 6$ ，要求學生計算出底邊長。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

透過 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 列出比例式解題。

- 若學生無法解題，教師應仿照第(5)題的做法，過 P 點做平行 \overline{AC} 的直線，交 \overline{BC} 於 D 點，再進行解題。
- 此處學生常將 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 的關係誤以為是 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ ，解題時教師應多提醒學生注意此現象。

必要時，可以 P 為中點，舉例說明：

因為 P 為中點， $\overline{AP}:\overline{PB} = 1:1$ ，由圖形觀察可得 $\overline{PQ} < \overline{BC}$ ，因此 $\overline{AP}:\overline{AB} \neq \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

4. 隨堂練習給定給定一三角形、一平行底邊的截線，以及其中一段截線段長的比例為 5:3，要求學生計算出 $\overline{PQ}:\overline{AC}$ 。

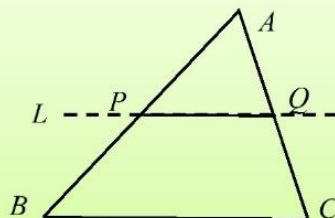
基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

◎三角形兩邊的中點連線段必平行於底邊且長度為底邊的一半

(7) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的中點，過 P 點作一條平行於 \overline{BC} 的直線 L ，請問

①直線 L 與 \overline{PQ} 直線是否為同一條直線？

②若 $\overline{AB}=12$ 、 $\overline{BC}=10$ 、 $\overline{AC}=8$ ，求 $\overline{PQ}=?$



解：

①

因為 P 點為 \overline{AB} 的中點，所以 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:1$ 。

又因為平行線截比例線段，所以直線 L 會將左邊線段分割成 $1:1$ ，也會將右邊線段分割成 $1:1$ ，因此直線 L 會通過 \overline{AC} 的中點 Q 。

因為連結 P 、 Q 兩點的直線只有一條，所以直線 L 與 \overline{PQ} 直線是為同一條直線。

②

由①知道 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，又 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的中點，

則 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{PQ}:\overline{BC}=1:2$

$\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{PQ}:10=1:2$

所以 $\overline{PQ}=5$

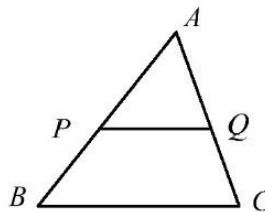
答：① 是 ② $\overline{PQ}=5$

由上面推論，我們可以歸納出，在 $\triangle ABC$ 中，

P 、 Q 兩點分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，則：

(1) $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$

(2) $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}$



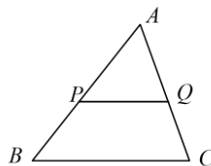


教材內容說明：

1. 本教材第 11 頁的教學重點是幫助學生理解三角形中點連線段必平行於底邊且長度為底邊的一半。
2. 第(7)題包含兩個子題，給定一三角形及兩邊中點，及一條過其中一邊中點並平行底邊的直線，子題①請學生判斷中點連線段長與過其中一邊中點並平行底邊的直線是否為同一條。
子題②給定三角形三邊長，要求學生計算中點連線段長。
● 本教材透過兩點決定一條直線的性質證明子題①，教師不要求學生記憶此證明。
部分課本會利用 $\angle PQB = \angle APQ = \angle PQC$ ，因此 $B、C$ 兩點到 \overline{PQ} 的距離相等，故 $\overline{PQ} // \overline{BC}$ 。
● 子題②再應用前面的平行線截比例線段性質，得到中點連線段長是底邊的一半。
3. 教師提醒框提醒三角形中點連線段長必為底邊長度一半的性質，在 $\triangle ABC$ 中， $P、Q$ 兩點分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，則：

$$(1) \overline{PQ} // \overline{BC}$$

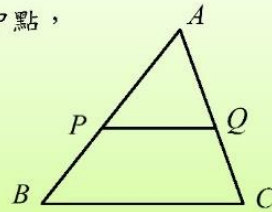
$$(2) \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$





基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

- (8) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，
已知 $\overline{AB} = 18$ ， $\overline{PQ} = 8$ ，求 $\overline{BC} = ?$



解：

方法一：中點連線段長為底邊的一半。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，

$$\text{所以 } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}。$$

$$\text{因為 } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}，\text{所以 } \overline{BC} = 2\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16$$

方法二：利用平行線截比例線段。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，

$$\text{所以 } \overline{PQ} \parallel \overline{BC}。$$

$$\text{因為 } \overline{PQ} \parallel \overline{BC}，\text{所以 } \overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PQ} : \overline{BC}$$

$$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PQ} : \overline{BC}，9 : 18 = 8 : \overline{BC}，\overline{BC} = 16$$

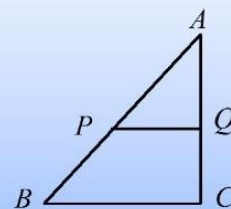
$$\text{答：}\overline{BC} = 16$$



隨堂練習

- 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，
已知 $\overline{AC} = 24$ ， $\overline{BC} = 16$ ，求 $\overline{PQ} = ?$

$$\text{答：}\overline{PQ} = 8$$





教材內容說明：

1. 本教材第 12 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形中點連必平行於底邊且長度為底邊的一半。

2. 第(8)題給定一三角形的一邊長度及兩邊中點連線段長，要求學生計算出底邊長。

本例題主要幫助學生熟練三角形中點連線段長必為底邊長度一半的性質，教材提供兩個方法解題：

方法一：透過中點連線段長必為底邊長度一半的性質解題。

方法二：利用平行線截比例線段的性質解題。

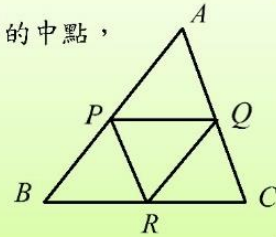
- 若學生使用方法二，教師應接受，但仍應幫助學生熟悉方法一，利用中點連線段長必為底邊長度一半的性質解題。

3. 隨堂練習給定一三角形的一邊長度及底邊長，要求學生計算出中點連線段長。



基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

- (9) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，
已知 $\overline{AB}=17$ ， $\overline{AC}=15$ ， $\overline{BC}=13$ ，求 $\triangle PQR$ 的周長？



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，

$$\text{因此 } \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

$$\begin{aligned} \triangle PQR &= \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR} \\ &= \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} \\ &= \frac{1}{2} \times (13 + 17 + 15) \\ &= \frac{1}{2} \times 45 = \frac{45}{2} \end{aligned}$$

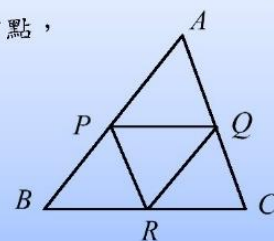
答： $\triangle PQR$ 的周長為 $\frac{45}{2}$



隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，
已知 $\overline{PQ}=5$ ， $\overline{QR}=6$ ， $\overline{PR}=7$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長？

答： $\triangle ABC$ 的周長=36





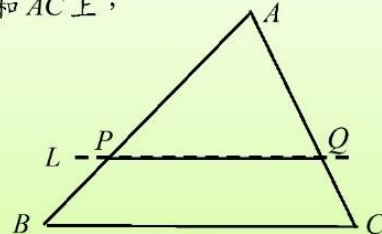
教材內容說明：

1. 本教材第 13 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形中點連線段長必為底邊長度一半。
2. 第(9)題給定一三角形、各邊中點及其三邊長，要求學生計算出中點連線所形成的三角形周長。
 - 學生可能不易看出本題有三條中點連線段，教師可先將 \overline{PQ} 與 \overline{BC} 標示為紅色線段，幫助學生看到 $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}$ 。同理，將 \overline{PR} 與 \overline{AC} 標示為藍色線段， \overline{QR} 與 \overline{AB} 標示為綠色線段，幫助學生看到 $\overline{QR} = \frac{1}{2} \overline{AB}$ 及 $\overline{PR} = \frac{1}{2} \overline{AC}$ ，再進行解題。
3. 隨堂練習給定一三角形、各邊中點及其中點連線所形成的三角形周長，要求學生計算出原三角形周長。

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

◎三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊

- (10) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 和 \overline{AC} 上，
且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$ 、 $\overline{AQ}:\overline{QC}=2:1$ ，
過 P 點作一條平行於 \overline{BC} 的直線 L ，
請問直線 L 與 \overline{PQ} 直線是否為同一條直線？



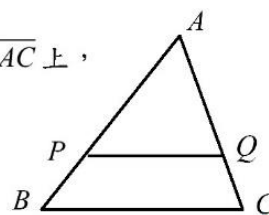
解：

已知 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$ ，直線 L 過 P 點且平行於 \overline{BC} ，
因為平行線截比例線段，直線 L 將 \overline{AB} 線段分成 $2:1$ ，
也將 \overline{AC} 線段分成 $2:1$ ，
又因為 $\overline{AQ}:\overline{QC}=2:1$ ，因此直線 L 會通過 Q 點。
因為連結 P 、 Q 兩點的直線只有一條，
所以直線 L 與 \overline{PQ} 直線是為同一條直線。

答：是

由上面推論，我們可以歸納出，三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊。

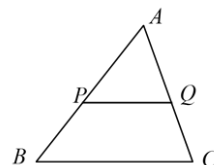
如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}=a:b$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。





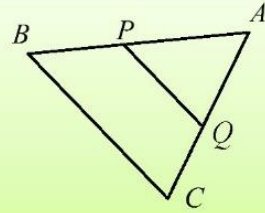
教材內容說明：

1. 本教材第 14 頁的教學重點是幫助學生認識三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊。
2. 第(10)題給定一三角形及兩邊分點截線段長比例，及一條過其中一分點並平行底邊的直線 L ，請學生判斷直線 L 與分點連線否為同一條直線。
 - 本教材透過兩點決定一條直線的性質證明三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊，教師不要求學生記憶此證明。
3. 教師提醒框提醒兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊的性質，
 在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
 若 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC} = a:b$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。



基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。

(11) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP}=12$ ， $\overline{PB}=8$ ，
 $\overline{AQ}=15$ ， $\overline{QC}=10$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？



解：

$$\overline{AP}:\overline{PB}=12:8=3:2$$

$$\overline{AQ}:\overline{QC}=15:10=3:2$$

$$\text{推得 } \overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$$

$$\text{因此 } \overline{PQ} \parallel \overline{BC}$$

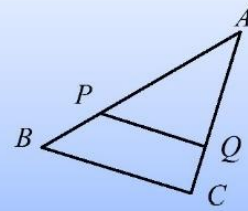
答：是



隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$ ，
 $\overline{AQ}=15$ ， $\overline{QC}=5$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？

答：是





教材內容說明：

1. 本教材第 15 頁的教學重點是幫助學生熟練三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊的性質。
2. 第(11)題給定一三角形及四段截線段長，要求學生判斷分點連線段長是否平行底邊。
 - 一般而言，會利用本概念去解決較複雜的幾何題，對於學習扶助學生來說過於困難，故本教材不做本概念的延伸處理。
3. 隨堂練習給定一三角形、兩段截線段長及某段截線段比例為 3:1，要求學生判斷分點連線段長是否平行底邊。

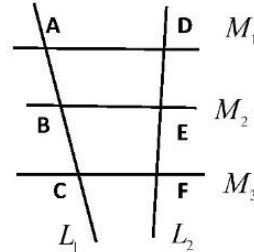
基本學習內容：SC-9-3-1、2、3 平行線截比例線段。



小試身手

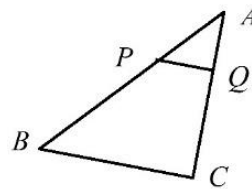
1. 如右圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，已知 $\overline{AC}=16$ ， $\overline{BC}=8$ ， $\overline{DE}=6$ ，求 $\overline{EF}=?$

答： $\overline{EF}=6$



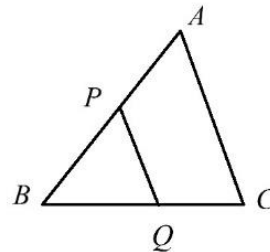
2. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} // \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}:\overline{AB}=3:7$ ， $\overline{AC}=20$ ，求 $\overline{QC}=?$

答： $\overline{QC}=14$



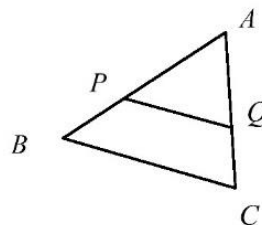
3. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{BC} 的中點，已知 $\overline{AB}=16$ ， $\overline{AC}=18$ ，求 $\overline{PQ}=?$

答： $\overline{PQ}=9$



4. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP}:\overline{AB}=2:3$ ， $\overline{AQ}=10$ ， $\overline{QC}=5$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？

答：是





教材內容說明：

1. 本頁小試身手針對本基本學習內容做綜合練習。
2. 第 1 題給定三平行線及兩截線，以及其中三段截線段長的長度，做平行線截比例線段的練習。
3. 第 2 題給定一三角形及一平行線平行底邊，要求學生做三角形中平行線截比例線段的練習。
4. 第 3 題給定一三角形及一平行線平行底邊，要求學生做三角形中點連線段長必為底邊長度一半的練習。
5. 第 4 題給定一三角形及一平行線平行底邊，要求學生做三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊的練習。



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9 年級數學

