

基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

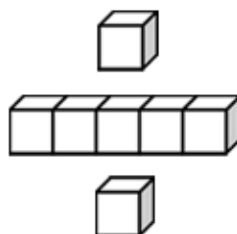
連接三角形兩邊中點的線段必平行於第三邊，
且其長度等於第三邊的一半

設一直線平行於三角形的一邊，且與另兩邊相交，
則此直線把這兩邊截成比例線段

若一直線把一個三角形的兩邊截成比例線段，
則這直線必平行於此三角形的第三邊

班級：_____

姓名：_____



基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

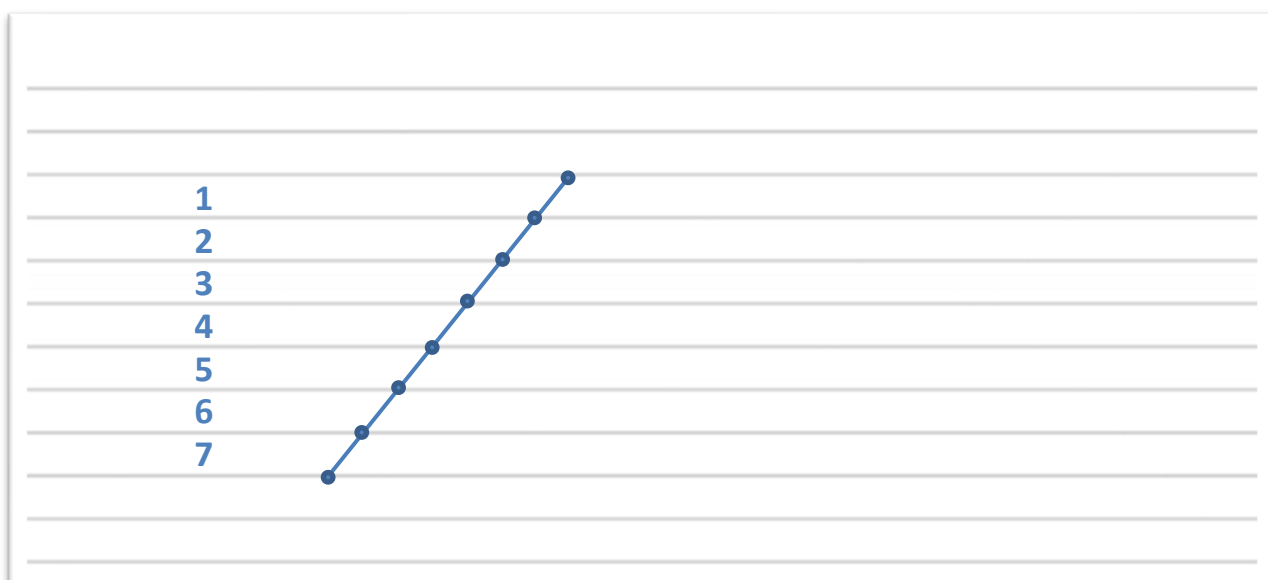
◎平行線截比例線段

活動一：將一線段平分成七等份

請老師準備一段棉線，下面有一張橫線筆記本，試試看，如何把此棉線七等份？



數出七行，將棉線的一端對齊第一行上方直線，另一端對齊第七行下方直線。



量量看藍色線段中被筆記本格線平分的每段長度，發現都一樣長，此時線段被平分成七等份。

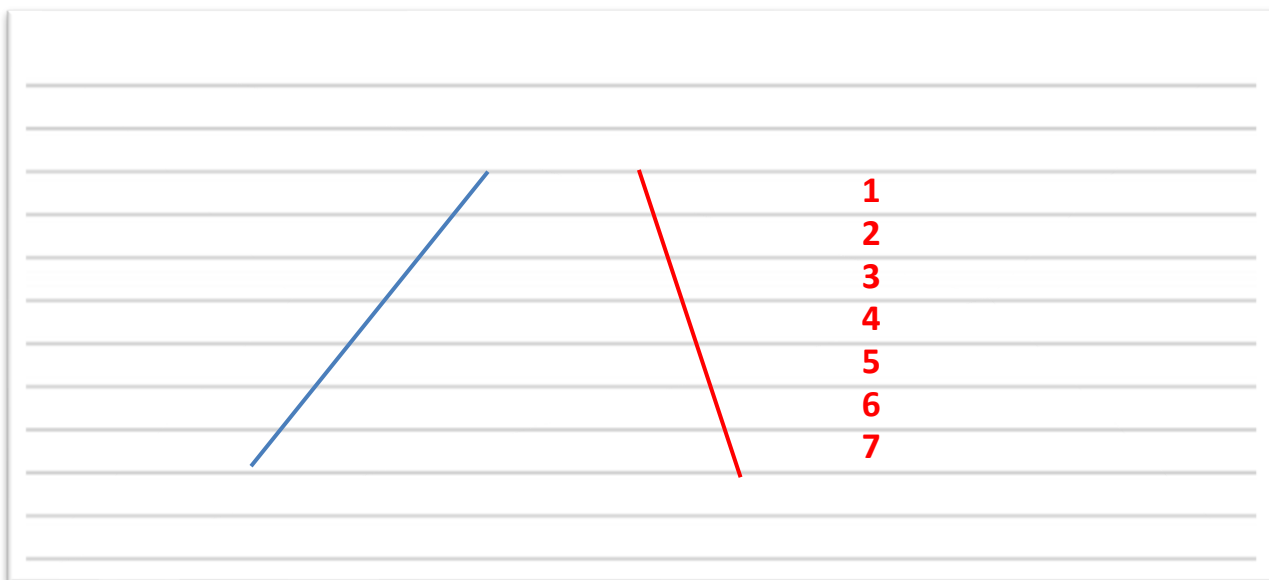


活動二：任意線段都能平分七等份嗎？

如下圖，隨意畫另一條直線，一端對齊第一行上方直線，另一端對齊第七行下方直線，綠色的鉛垂線會平分成七等分，任意畫一條紅色線段是否也被這些平行線平分成七等分？



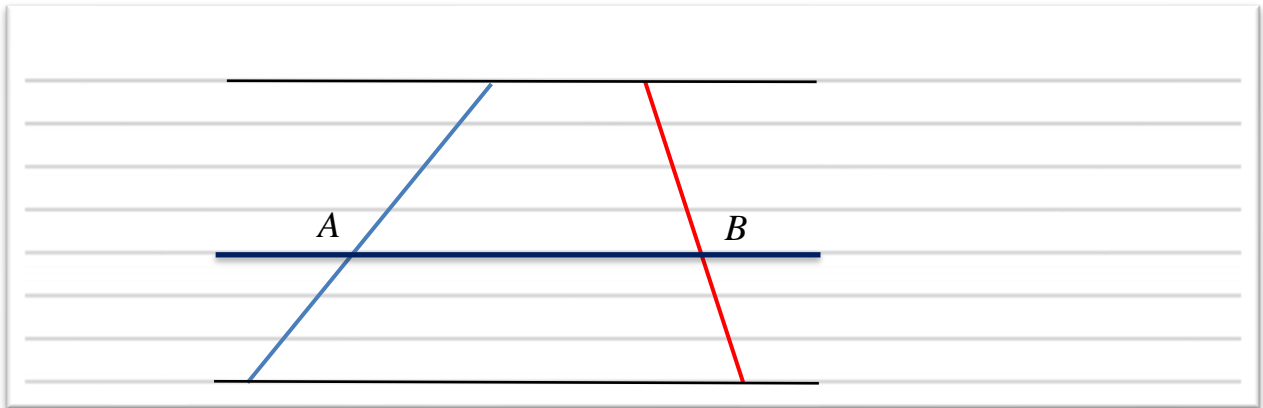
同活動一，發現紅色線段中間有 6 條平行線，此紅色線段也被分割成七小段。



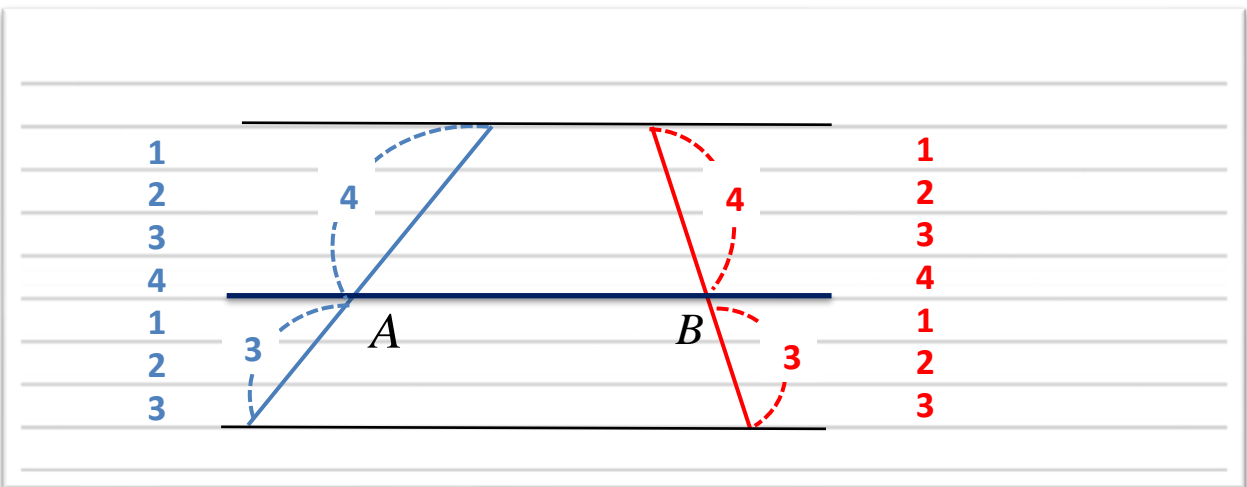
用直尺量量看紅色線段被分割完的七小段，發現都一樣長，此時紅色線段也被平分成七等份。

活動三：平行線截比例線段

取中間六條平行線的任一條平行線分別與藍色線段與紅色線段相交於A、B兩點。藍色線段及紅色線段都被分割成上下兩段。請問左邊藍色上方線段與下方線段長度比，是否與右邊紅色上方線段與下方長度比相同？



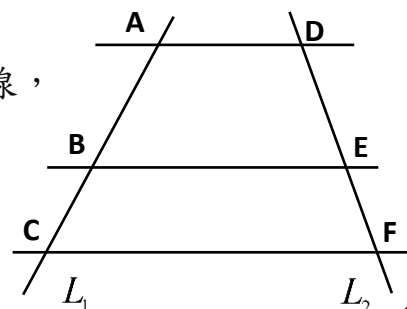
A、B兩點分別將左邊(藍色)線段與右邊(紅色)線段都平分成4等份與3等份。因此左邊上方線段與下方線段長度比與右邊上方線段與下方長度比相同。



給定兩條直線及三條平行線，且此三條平行線與兩條直線均相交，則此兩條直線被截的兩個線段的長度比會相等。

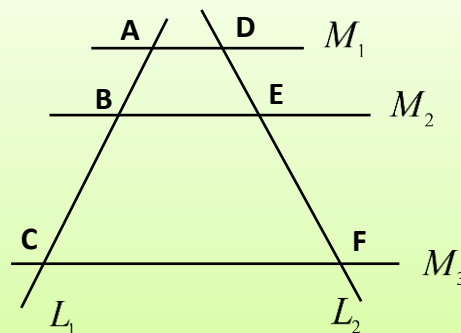
如右圖，若 $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，則 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

此性質我們稱平行線截比例線段。





- (1) 如圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，
已知 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{BC} = 25$ ， $\overline{DE} = 12$ ，
求 $\overline{EF} = ?$



解：

因為 $M_1 // M_2 // M_3$ ，所以 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$ 。

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF}$$

$$10 : 25 = 12 : \overline{EF}$$

$$2 : 5 = 12 : \overline{EF}$$

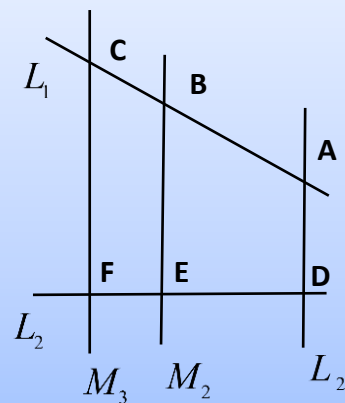
$$\overline{EF} = 30$$

答： $\overline{EF} = 30$



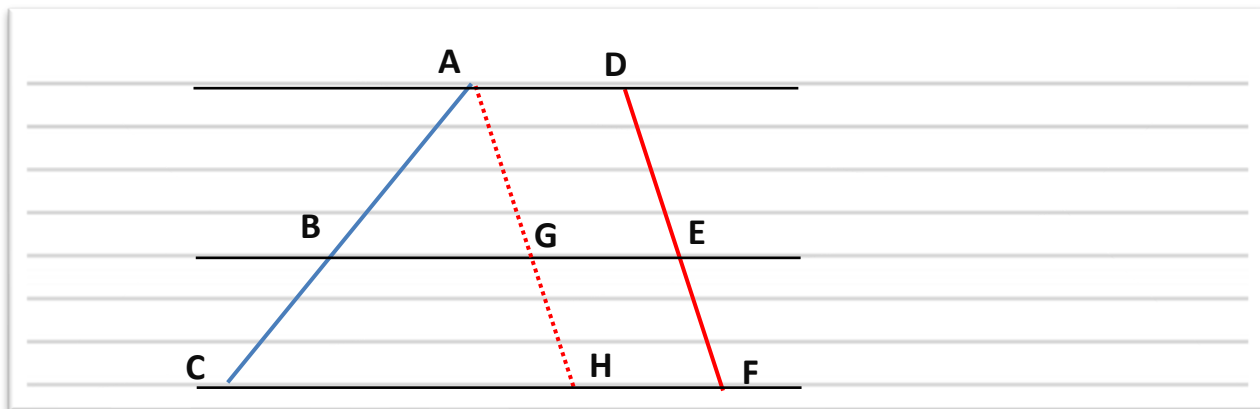
隨堂練習

- 如圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，
已知 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{DE} = 12$ ，求 $\overline{EF} = ?$



◎三角形中的平行線截比例線段

如下圖，有兩條直線被三條平行線所截，過A點作一條平行線 \overline{AH} 平行紅色線段 \overline{DF} ，此線與三條平行線交點分別為A、G、H。請問 $\overline{AB}:\overline{BC}$ 與 $\overline{AG}:\overline{GH}$ 是否相等？



$\overline{AB}:\overline{BC}$ 與 $\overline{AG}:\overline{GH}$ 是否相等？

由前面的平行線截比例線段，知道 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{DE}:\overline{EF}$

又 ADEG 是平行四邊形，所以 $\overline{DE} = \overline{AG}$

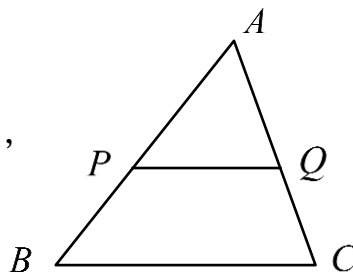
GEFH 也是平行四邊形，所以 $\overline{EF} = \overline{GH}$

所以 $\overline{AB}:\overline{BC} = \overline{AG}:\overline{GH}$

由上面的推論，我們可以知道在 $\triangle ABC$ 中，

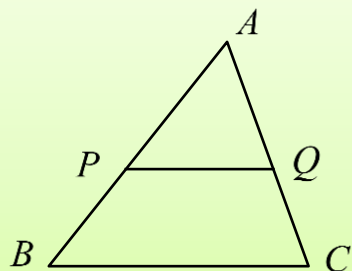
P、Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，

則 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$





(2) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}=18$ ， $\overline{PB}=12$ ， $\overline{AQ}=15$ ，則



- ① 求 $\overline{QC}=?$
- ② $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{AQ}:\overline{AC}$ 是否相等?
- ③ $\overline{PB}:\overline{AB}$ 與 $\overline{QC}:\overline{AC}$ 是否相等?

解：

①

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$ 。

$$\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$$

$$18:12 = 15:\overline{QC}$$

$$3:2 = 15:\overline{QC}$$

$$\overline{QC} = 10$$

②

$$\overline{AP}:\overline{AB} = 18:(18+12) = 18:30 = 3:5$$

$$\overline{AQ}:\overline{AC} = 15:(15+10) = 15:25 = 3:5$$

$$\text{因此 } \overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC}$$

③

$$\overline{PB}:\overline{AB} = 12:30 = 2:5$$

$$\overline{QC}:\overline{AC} = 10:25 = 2:5$$

$$\text{因此 } \overline{PB}:\overline{AB} = \overline{QC}:\overline{AC}$$

答：① $\overline{QC}=10$ ② 相等 ③ 相等

我們可以歸納出三角形中平行線截比例線段的性質如下：

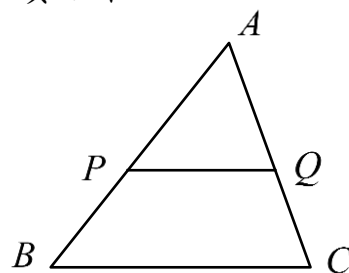
在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，

若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則

$$(1) \overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$$

$$(2) \overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC}$$

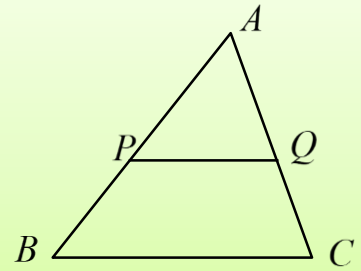
$$(3) \overline{PB}:\overline{AB} = \overline{QC}:\overline{AC}$$





基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

(3) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}=14$ ， $\overline{AB}=35$ ， $\overline{AQ}=16$ ，
求 $\overline{AC}=?$



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$ 。

$$\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AC}$$

$$14:35=16:\overline{AC}$$

$$2:5=16:\overline{AC}$$

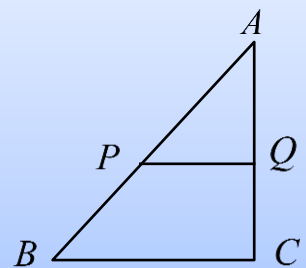
$$\overline{AC}=40$$

答： $\overline{AC}=40$



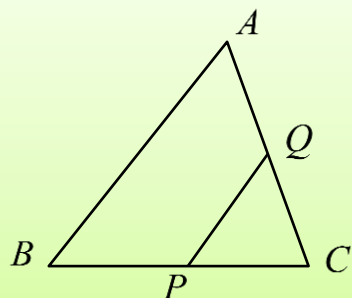
隨堂練習

如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}:\overline{PB}=5:4$ ， $\overline{CQ}=16$ ，求 $\overline{AC}=?$





- (4) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{BC} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，已知 $\overline{AQ}=15$ ， $\overline{QC}=10$ ， $\overline{BP}=12$ ，
則 $\overline{BC}=?$



解：

方法一：先計算出 \overline{PC} ，再計算出 \overline{BC} 。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AQ}:\overline{QC}=\overline{BP}:\overline{PC}$ 。

$$\overline{AQ}:\overline{QC}=\overline{BP}:\overline{PC}$$

$$15:10=12:\overline{PC}$$

$$3:2=12:\overline{PC}$$

$$\overline{PC}=8$$

$$\overline{BC}=\overline{BP}+\overline{PC}=12+8=20$$

方法二：利用平行線截比例線段性質直接求出 \overline{BC} 。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ ，所以 $\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{BC}$ 。

$$\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{BC}$$

$$15:25=12:\overline{BC}$$

$$3:5=12:\overline{BC}$$

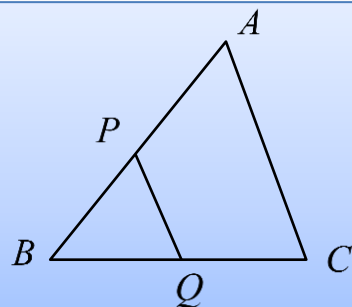
$$\overline{BC}=20$$

答： $\overline{BC}=20$



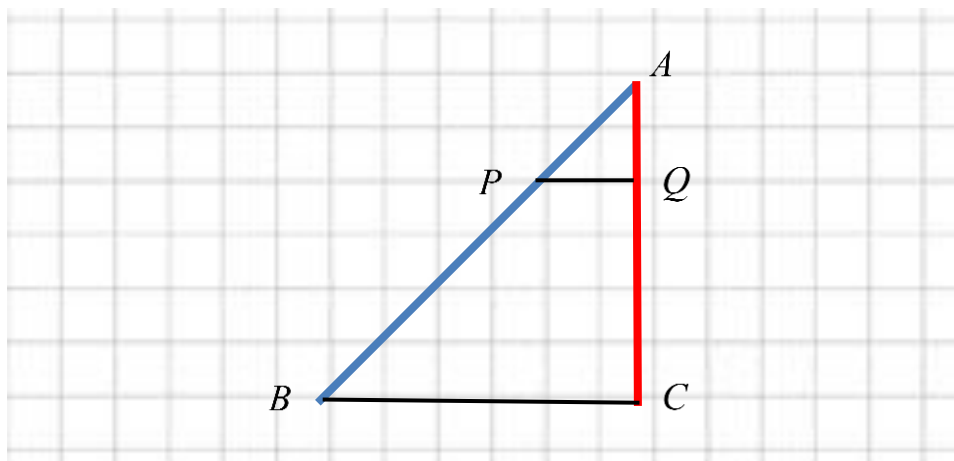
隨堂練習

- 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ ，已知 $\overline{AP}:\overline{AB}=5:9$ ， $\overline{CQ}=10$ ，求 $\overline{BC}=?$



◎三角形中平行線截比例線段的應用

下圖為邊長為 1 的方格紙，方格紙中，有一條藍色線段 \overline{AB} 及一條紅色線段 \overline{AC} ，作一條平行線平行 \overline{BC} ，分別交 \overline{AB} 於 P 點及 \overline{AC} 於 Q 點。



由平行線截等比例線段，我們知道 $\overline{AP}:\overline{PB} = \overline{AQ}:\overline{QC}$ ，

藉由計算方格紙，我們可以得到 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC} = 2:6$ ，

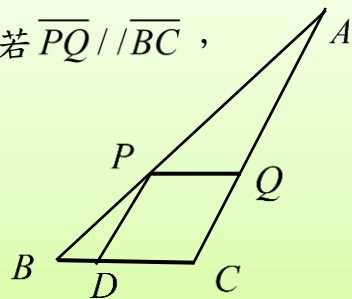
再由方格紙我們也可以計算出 $\overline{PQ} = 2$ 、 $\overline{BC} = 6$ ，

所以可以進一步推得 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{AQ}:\overline{AC} = \overline{PQ}:\overline{BC} = 2:6$ 。

(5) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP} = 6$ 、 $\overline{PB} = 3$ 、 $\overline{PQ} = 2$ ，且 $\overline{PD} \parallel \overline{AC}$ ，求

① $\overline{BD} = ?$

② $\overline{AP}:\overline{AB}$ 與 $\overline{PQ}:\overline{BC}$ 是相等的比嗎？



解：

① 因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 且 $\overline{PD} \parallel \overline{AC}$ ，所以 $PQCD$ 是平行四邊形 $\overline{CD} = \overline{PQ} = 2$ 。

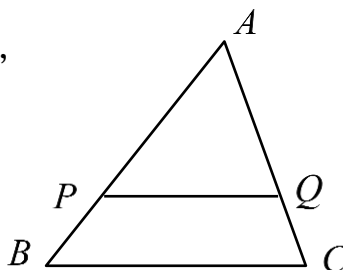
且 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BP}:\overline{PA} = \overline{BD}:\overline{DC} = 1:2$ ，又 $\overline{CD} = 2$ ，因此 $\overline{BD} = 1$ 。

② $\overline{AP}:\overline{AB} = 6:9 = 2:3$ ， $\overline{PQ}:\overline{BC} = 2:3$ ，因此 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

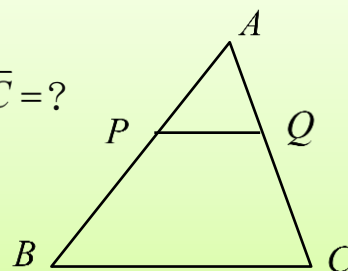
答：① $\overline{BD} = 1$ ② 是



在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$



(6) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP}=10$ ， $\overline{AB}=25$ ， $\overline{PQ}=6$ ，求 $\overline{BC}=?$



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，所以 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$ 。

$$\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$$

$$10:25 = 6:\overline{BC}$$

$$2:5 = 6:\overline{BC}$$

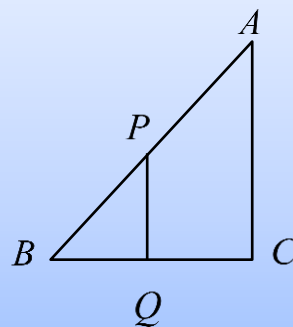
$$\overline{BC} = 15$$

答： $\overline{BC} = 15$



隨堂練習

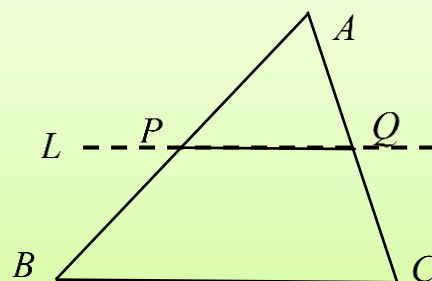
如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{BC} 上，
若 $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$ ，已知 $\overline{AB}:\overline{AP} = 5:3$ ，求 $\overline{PQ}:\overline{AC} = ?$



◎三角形兩邊的中點連線段必平行於底邊且長度為底邊的一半

(7) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的中點，過 P 點作一條平行於 \overline{BC} 的直線 L ，請問

- ①直線 L 與 \overline{PQ} 直線是否為同一條直線？
- ②若 $\overline{AB}=12$ 、 $\overline{BC}=10$ 、 $\overline{AC}=8$ ，求 $\overline{PQ}=?$



解：

①

因為 P 點為 \overline{AB} 的中點，所以 $\overline{AP}:\overline{PB}=1:1$ 。

又因為平行線截比例線段，所以直線 L 會將左邊線段分割成 $1:1$ ，也會將右邊線段分割成 $1:1$ ，因此直線 L 會通過 \overline{AC} 的中點 Q 。

因為連結 P 、 Q 兩點的直線只有一條，所以直線 L 與 \overline{PQ} 直線是為同一條直線。

②

由①知道 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ ，又 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 和 \overline{AC} 的中點，

則 $\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC} = 1:2$

$\overline{PQ}:\overline{BC} = \overline{PQ}:10 = 1:2$

所以 $\overline{PQ}=5$

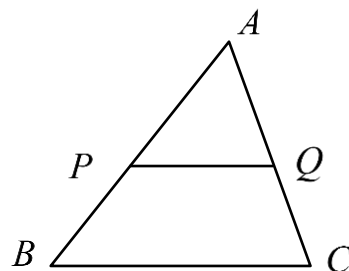
答：① 是 ② $\overline{PQ}=5$

由上面推論，我們可以歸納出，在 $\triangle ABC$ 中，

P 、 Q 兩點分別是 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，則：

(1) $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$

(2) $\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}$





- (8) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，
已知 $\overline{AB}=18$ ， $\overline{PQ}=8$ ，求 $\overline{BC}=?$

解：

方法一：中點連線段長為底邊的一半。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，

$$\text{所以 } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}。$$

$$\text{因為 } \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC}，\text{ 所以 } \overline{BC} = 2\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16$$

方法二：利用平行線截比例線段。

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，

$$\text{所以 } \overline{PQ} \parallel \overline{BC}。$$

$$\text{因為 } \overline{PQ} \parallel \overline{BC}，\text{ 所以 } \overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}$$

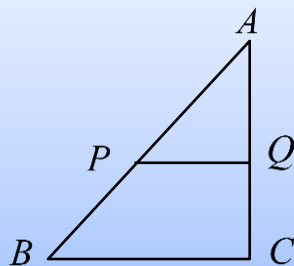
$$\overline{AP}:\overline{AB} = \overline{PQ}:\overline{BC}，9:18 = 8:\overline{BC}，\overline{BC} = 16$$

答： $\overline{BC} = 16$



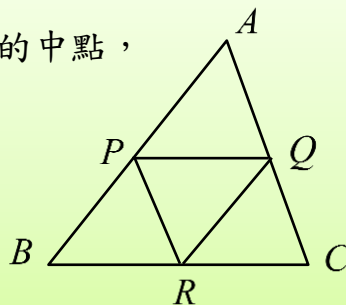
隨堂練習

- 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的中點，
已知 $\overline{AC}=24$ ， $\overline{BC}=16$ ，求 $\overline{PQ}=?$





- (9) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，
已知 $\overline{AB}=17$ ， $\overline{AC}=15$ ， $\overline{BC}=13$ ，求 $\triangle PQR$ 的周長？



解：

在 $\triangle ABC$ 中，因為 P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，

$$\text{因此 } \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC}, \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AB}, \overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

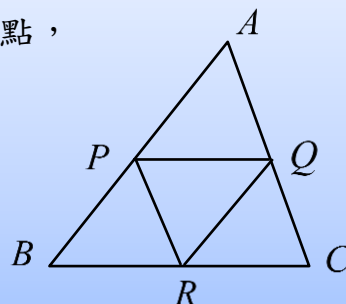
$$\begin{aligned} \triangle PQR &= \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{PR} \\ &= \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{AC} \\ &= \frac{1}{2} \times (13 + 17 + 15) \\ &= \frac{1}{2} \times 45 = \frac{45}{2} \end{aligned}$$

答： $\triangle PQR$ 的周長為 $\frac{45}{2}$



隨堂練習

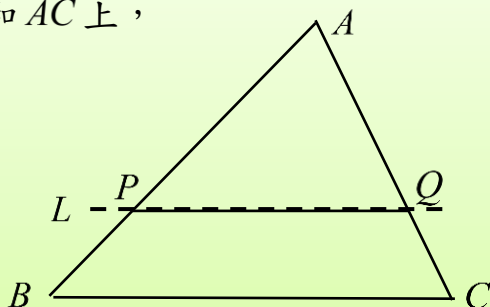
- 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 、 R 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 與 \overline{BC} 的中點，
已知 $\overline{PQ}=5$ ， $\overline{QR}=6$ ， $\overline{PR}=7$ ，求 $\triangle ABC$ 的周長？





◎三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊

- (10) 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 和 \overline{AC} 上，
且 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$ 、 $\overline{AQ}:\overline{QC}=2:1$ ，
過 P 點作一條平行於 \overline{BC} 的直線 L ，
請問直線 L 與 \overline{PQ} 直線是否為同一條直線？



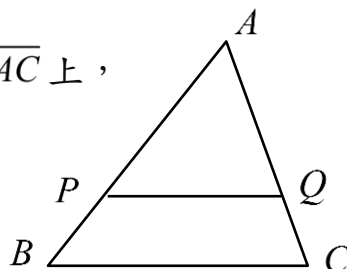
解：

已知 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$ ，直線 L 過 P 點且平行於 \overline{BC} ，
因為平行線截比例線段，直線 L 將 \overline{AB} 線段分成 $2:1$ ，
也將 \overline{AC} 線段分成 $2:1$ ，
又因為 $\overline{AQ}:\overline{QC}=2:1$ ，因此直線 L 會通過 Q 點。
因為連結 P 、 Q 兩點的直線只有一條，
所以直線 L 與 \overline{PQ} 直線是為同一條直線。

答：是

由上面推論，我們可以歸納出，三角形兩邊等比例線段的分點連線段必平行於第三邊。

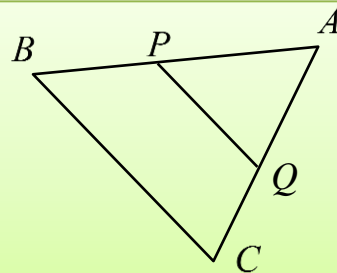
如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，
若 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}=a:b$ ，則 $\overline{PQ} \parallel \overline{BC}$ 。





基本學習內容：SC-9-3-1、2、3

(11) 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP}=12$ ， $\overline{PB}=8$ ，
 $\overline{AQ}=15$ ， $\overline{QC}=10$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？



解：

$$\overline{AP}:\overline{PB}=12:8=3:2$$

$$\overline{AQ}:\overline{QC}=15:10=3:2$$

$$\text{推得 } \overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AQ}:\overline{QC}$$

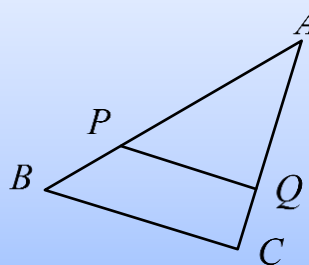
$$\text{因此 } \overline{PQ} // \overline{BC}$$

答：是



隨堂練習

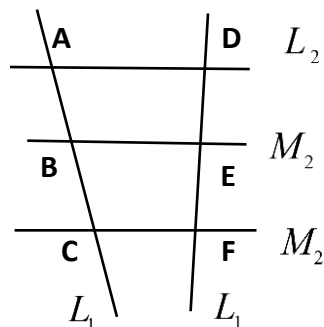
如圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$ ，
 $\overline{AQ}=15$ ， $\overline{QC}=5$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？



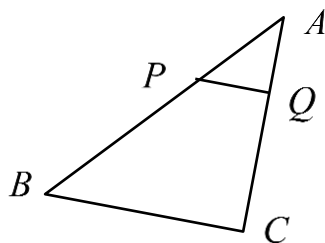


小試身手

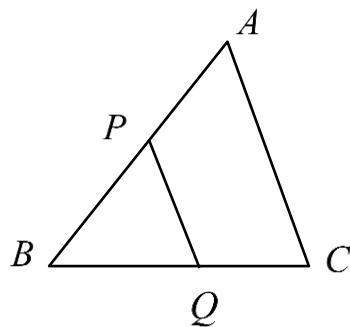
1. 如右圖， $M_1 // M_2 // M_3$ ，直線 L_1 與 L_2 為截線，已知 $\overline{AC} = 16$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{DE} = 6$ ，求 $\overline{EF} = ?$



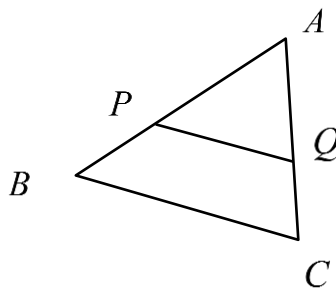
2. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別在 \overline{AB} 與 \overline{AC} 上，若 $\overline{PQ} // \overline{BC}$ ，已知 $\overline{AP} : \overline{AB} = 3 : 7$ ， $\overline{AC} = 20$ ，求 $\overline{QC} = ?$



3. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， P 、 Q 兩點分別為 \overline{AB} 與 \overline{BC} 的中點，已知 $\overline{AB} = 16$ ， $\overline{AC} = 18$ ，求 $\overline{PQ} = ?$



4. 如右圖，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AP} : \overline{AB} = 2 : 3$ ， $\overline{AQ} = 10$ ， $\overline{QC} = 5$ ，則 \overline{PQ} 是否平行 \overline{BC} ？





教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材

9 年級數學

