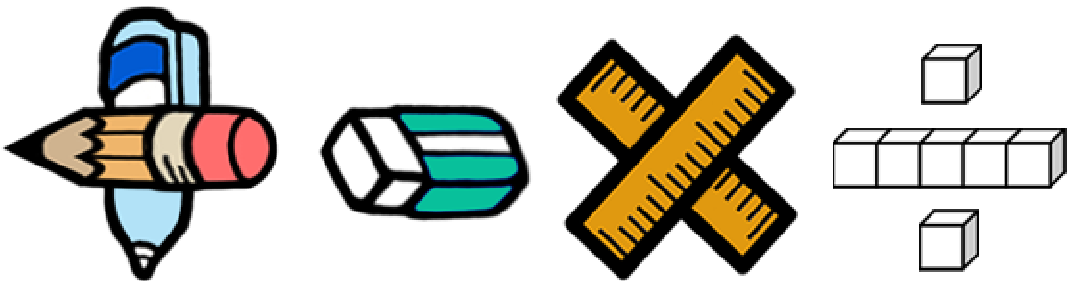
基本學習內容：SC-9-6-1

圓心角的度數等於所對弧的度數

班級：________________

姓名：________________



教育部國民及學前教育署 編

中華民國 112 年 8 月

複習「弧」、「扇形」、「圓心角」和「切線性質」

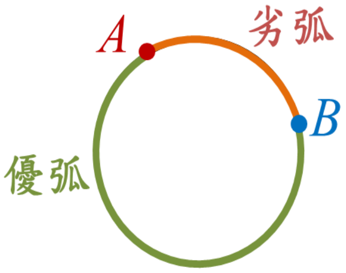
「弧」

在圓 O 上任意取兩個點 A、B，把圓分成兩個部份，這兩個部份都稱為弧。

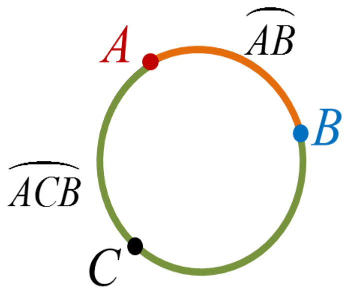
如圖一，如果兩個弧大小不一樣，較大的弧稱為優弧、較小的弧稱為劣弧。

如圖二，我們稱弧 AB 時指的是劣弧，記為 $\overset{\frown}{AB}$ 或 $\overset{\frown}{BA}$，

要表示優弧時，會在優弧上再取一點 C，將優弧記為 $\overset{\frown}{ACB}$ 或 $\overset{\frown}{BCA}$。



圖一



圖二

「扇形」

由圓心 O 和兩條半徑以及所對的弧所形成的圖形稱為扇形，

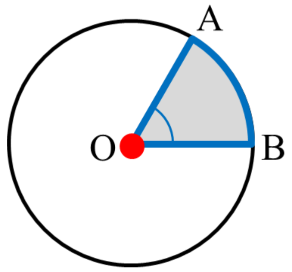
如圖三～圖五的灰色區域，都稱為扇形。

「圓心角」

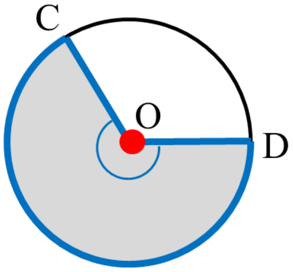
在扇形中，兩條半徑所夾的角稱為圓心角，

如圖三的 $\angle AOB$ 、圖四的 $\angle COD$ 和圖五的 $\angle EOF$ 都是圓心角。

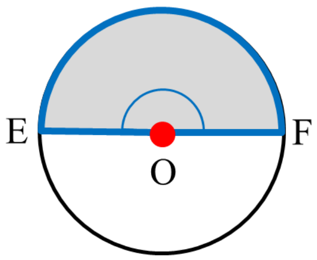
因為周角＝360°，二分之一圓的圓心角為 180°，所以 $\angle EOF = 180°$。



圖三



圖四



圖五

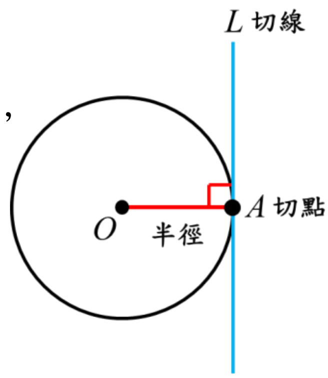
「切線性質」

若直線L與圓O只交於一點A，則L稱為圓O的切線，

A點稱為切點。此時，

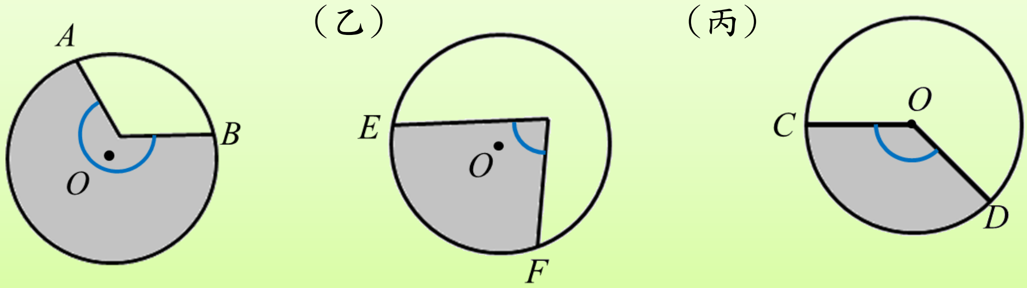
(1) 圓O到L的距離等於圓的半徑長。

(2) $L \perp \overline{OA}$。



(1) 說說看，哪一個是圓 O 的圓心角？

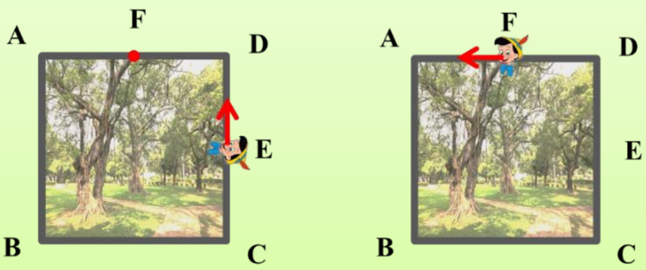
（甲）　　（乙）　　（丙）



解：

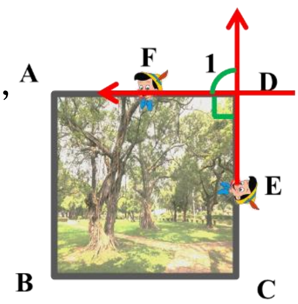
小光說：圖(甲)和圖(乙)的灰色區域不是扇形，所以夾角一定不是圓心角。
圖(丙)的灰色區域是扇形，所以$\angle COD$是圓心角。

(2) 下圖為正方形公園 ABCD。
E 點為$\overline{CD}$中點，F 點為$\overline{AD}$中點，皮諾丘沿著灰色步道健走，
從 E 點出發，經過 D 點走到 F 點，請問皮諾丘轉了幾度?

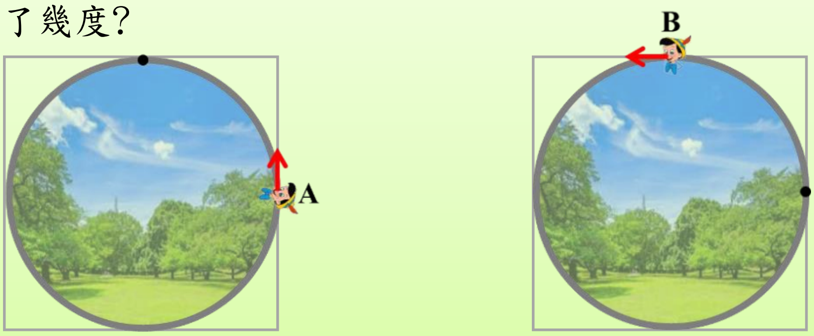


解：

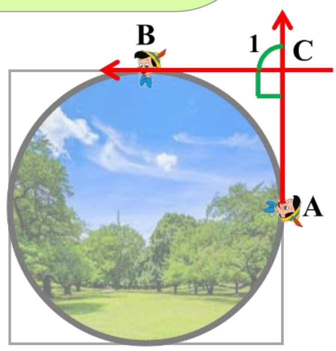
芳容說：我把起點的方向當作始邊，終點的方向當作終邊，
延長始邊與終邊交在 D 點。
$\angle 1$就是皮諾丘旋轉的角度，因為正方形的內角
為 90 度，所以皮諾丘就轉了 90 度。



(3) 如圖，皮諾丘在公園裡的圓形步道健走，從 A 點走到 B 點，請問皮諾丘轉了幾度?



解：



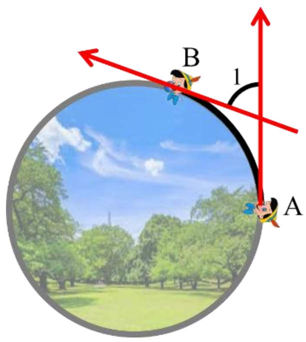
小義說：我把起點的方向當作始邊，終點的方向當作終邊，延長始邊與終邊交在 C 點。

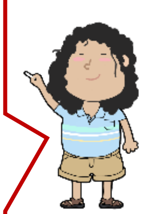
$\angle 1$就是皮諾丘旋轉的角度，因為正方形的內角為 90 度，所以皮諾丘就轉了 90 度。

弧度的意義

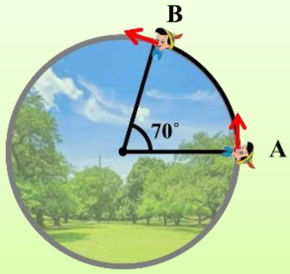
(1) 沿著圓弧從一端走到另一端所轉的角度就稱為圓弧的度數，也稱為弧度。

(2) $\overset{\frown}{AB} = \angle 1$ 。





(4) 如圖，皮諾丘從A點走到B點，已知扇形的圓心角為70度，請問皮諾丘轉了幾度?



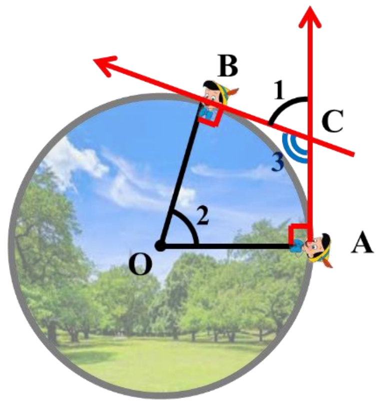
解：

如右圖，起點方向為始邊，終點方向為終邊，

所以從始邊轉到終邊就是∠1。

∠3是∠1的補角，

所以 $\angle 1+\angle 3=180°$…(1)



四邊形 OACB 中，∠A 和 ∠B都是直角，

而且四邊形內角和是 360 度，

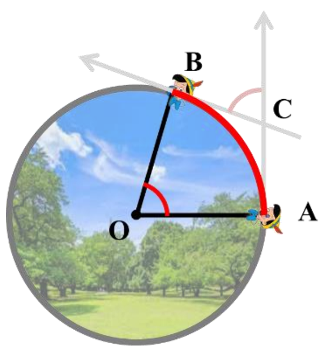
所以 $\angle 2+\angle 3=180°$…(2)

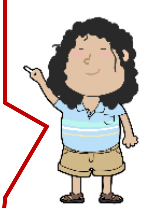
因此從第(1)式和第(2)式可以得到 $\angle 1=\angle 2=70°$。

弧度與圓心角的關係

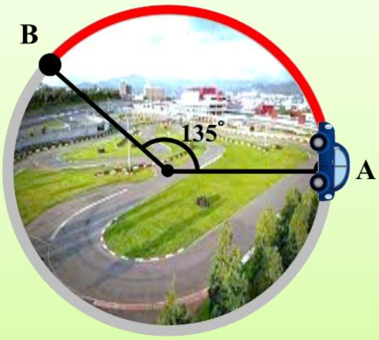
扇形圓弧的度數等於其圓心角的度數，

也就是 $\overset{\frown}{AB}=\angle AOB$。



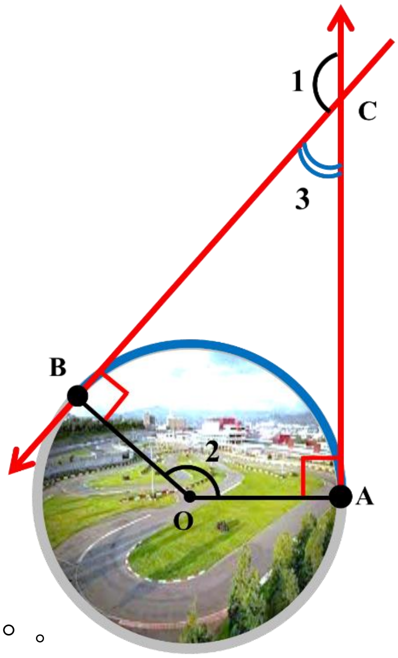


(5) 如右圖，一台車子沿著圓形跑道從A點開到B點，
請問AB為多少度?



解：

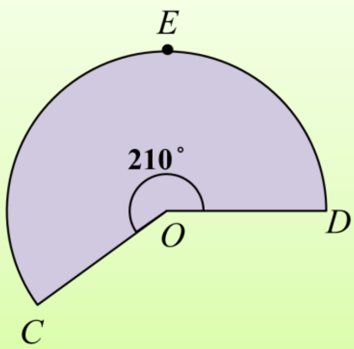
方法一：如右圖，起點方向為始邊，終點方向為終邊，
所以從始邊轉到終邊就是∠1。
∠3是∠1的補角，
所以∠1＋∠3＝180°⋯(1)



四邊形 OACB 中，∠A和∠B都是直角，
而且四邊形內角和是 360 度，
所以∠2＋∠3＝180°⋯(2)
因此從第(1)式和第(2)式可以得到∠1＝∠2＝70°。

方法二：因為AB的圓心角是 135 度，所以AB＝135 度。

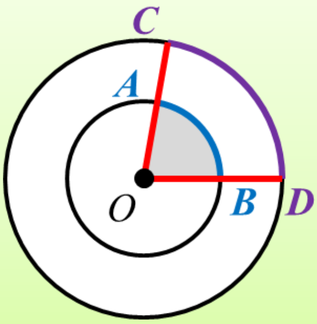
(6) 如右圖，已知扇形的圓心角＝210度，
求CED的度數為多少？



解：

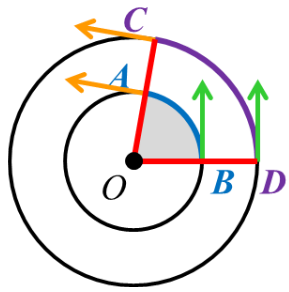
丁丁說：因為扇形的圓心角為210度，所以CED＝210度。

(7) 右圖有大小兩個圓，圓心都是O點，$\overline{OC}$、$\overline{OD}$是半徑，則AB、CD的度數會相等嗎?

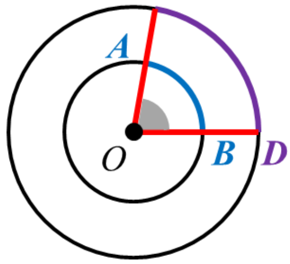


解：

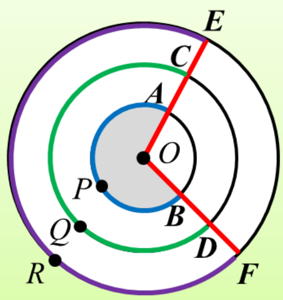
方法一：如右圖，因為AB、CD的始邊和終邊的方向都一樣，所以旋轉的角度也相等，則AB和CD的度數會相等。



方法二：如右圖，因為AB、CD所在的圓其圓心都是O點，所以AB、CD所對的圓心角都是$\angle AOB$，因此$AB=\angle AOB=CD$。



(8) 右圖有大中小三個圓，圓心都是O點，$\overline{OE}$、$\overline{OF}$是半徑，則APB、CQD、ERF的度數會相等嗎?

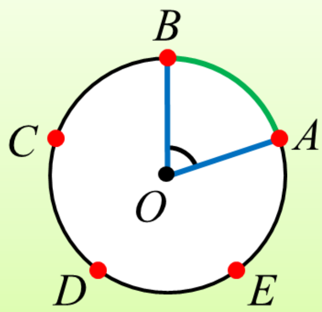


解：

<u>詠盛</u>說：我發現APB、CQD、ERF所對的圓心角都相等，所以APB、CQD、ERF的度數會相等。

半徑不同的弧，如果對應的圓心角相等，則弧的度數也會相等。

(9) 如右圖，將圓O五等分，等分點為A、B、C、D、E，則AB的度數為多少?

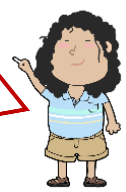


解：

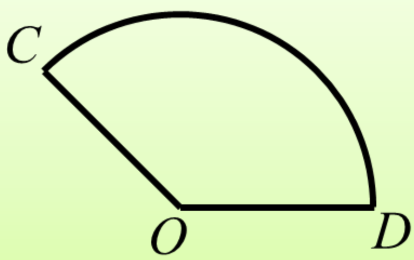
小芸說：將圓五等分後，圓心角的度數就是周角的$\frac{1}{5}$，

所以$AB=\angle AOB=360^\circ\times\frac{1}{5}=72^\circ$

$\frac{n}{m}$圓的弧度$=360^\circ\times\frac{n}{m}$



(10) 右圖是$\frac{3}{8}$圓，請問CD的度數為多少度?



解：

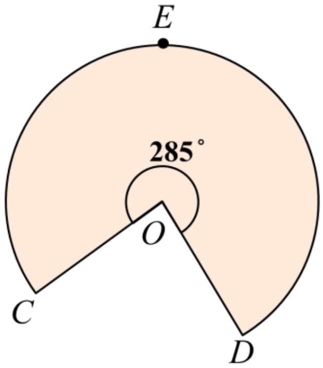
欣欣說：因為$\frac{n}{m}$圓的弧度$=360^\circ\times\frac{n}{m}$

所以$CD=360^\circ\times\frac{3}{8}=135^\circ$。

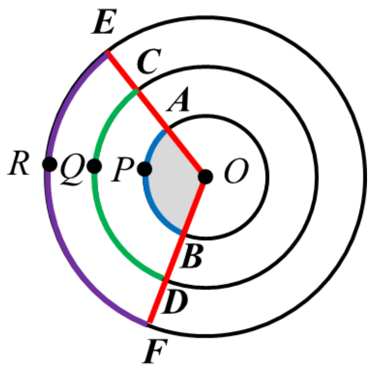
小試身手

(1) 如右圖，小翊在圓形操場跑步，從A點出發，
在B點遇到朋友停下來聊天，請問小翊轉了幾度?

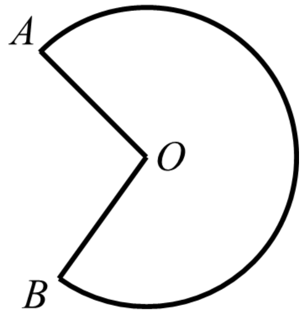
(2) 如右圖，已知扇形的圓心角＝285度，
求CED的度數為多少？



(3) 右圖有大中小三個圓，圓心都是O點，
$\overline{OE}$、$\overline{OF}$是半徑，請寫出APB、CQD、ERF的大小關係。



(4) 右圖是$\frac{11}{15}$圓，請問AB的度數為多少度?



教育部國民及學前教育署 編

國民中學

學生學習扶助教材 9 年級數學